微分几何(H) 作业33

2022年12月29日 9:29

1. (Hazzidakis' formula)

设 M 为 E^3 中的高斯曲率为 -1 的曲面片

设 $r=r(s,t)$ 为其渐近 Chebyshev 网.

证明 由 $r=r(s,t)$ 的参数曲线围成的任意四边形的面积 $<2\pi$.

2. 设 M 为 E^3 中紧致曲面, 设 $M_+=\{p\in M : K(p)\geq 0\}$

证明 $\int_{M_+} K\,dv \geq 4\pi$.

提示: 考查 M_+ 在高斯映射 g 下的像集 $D=g(M_+)$.

记 $D_1=\{e\in D : g^{-1}(e)\cap M_+ \text{只有一个点}\}$

$D_2=\{e\in D : g^{-1}(e)\cap M_+ \text{至少有两个点}\}=D\setminus D_1$

去证 $-S^2\setminus D := \{e \mid e\in S^2\setminus D\}\subseteq D_2$.