社会计算

第三节

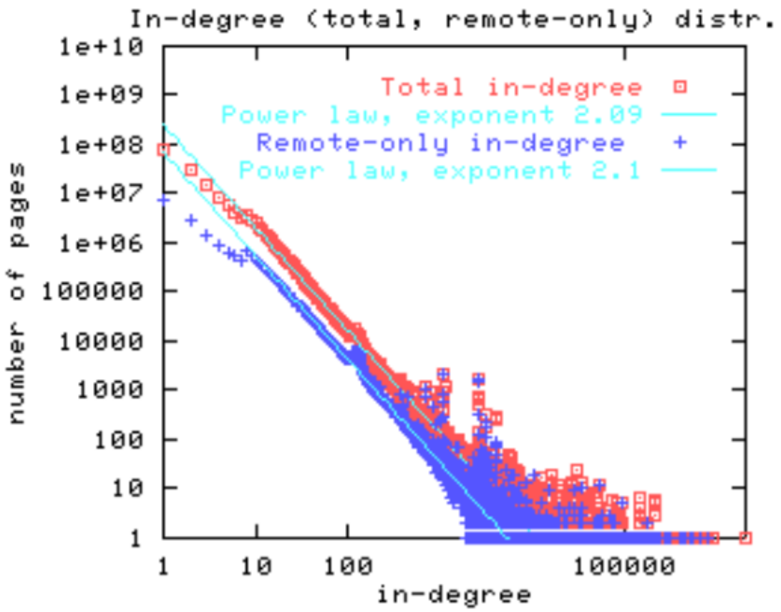
网络博弈

徐童　　2025.3.10

上节回顾

- **幂律网络与网络生成模型**

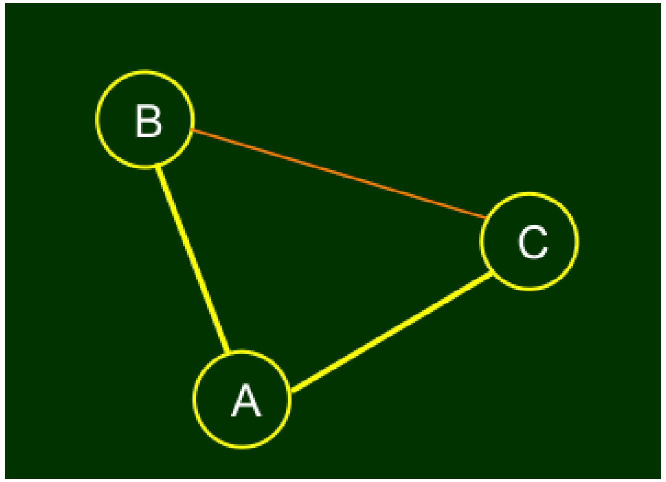
- 传销式网络生成 / 随机式网络生成
- 网络的Power-law特性
  - 富者愈富现象（马太效应）
    - 早期具有不确定性
  - B-A模型与择优连接
  - 长尾效应



上节回顾

- **链接预测模型**

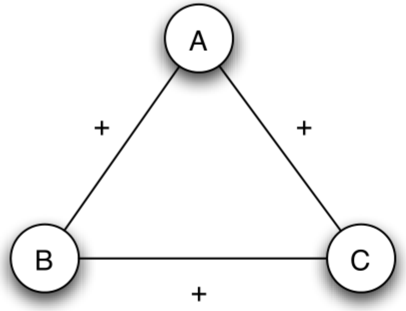
- 基本假设：三元闭包催生新链接生成
  - 强化 / 抑制 好友数的影响
- 关系生成与节点同质性影响
  - 同质性与链接生成的不一致性
    - 节点链接偏好的推测
    - 节点在不同环境中的不同角色



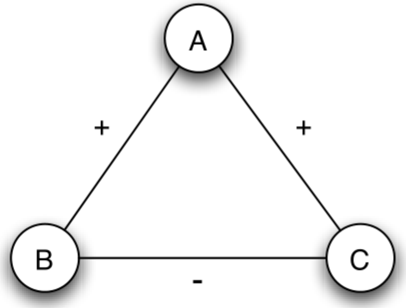
上节回顾

- **网络中的符号与平衡**

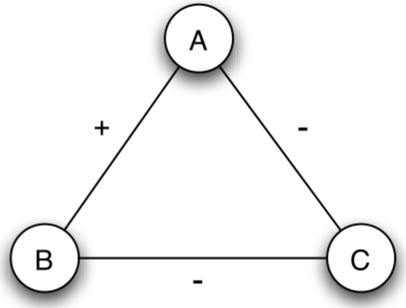
- 网络的符号性与平衡性
  - 基本规律：负边个数为偶数
- 多点平衡性
  - 平衡性定理与节点分组
- 不平衡性情况的对比与弱平衡性要求
- 非完全图的平衡性判别



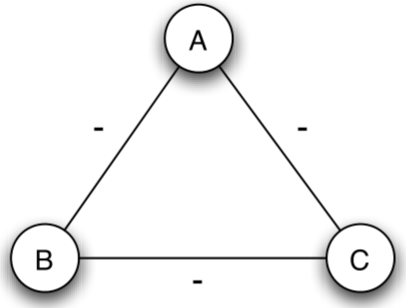
(a) *A, B, and C are mutual friends: balanced.*



(b) *A is friends with B and C, but they don't get along with each other: not balanced.*



(c) *A and B are friends with C as a mutual enemy: balanced.*



(d) *A, B, and C are mutual enemies: not balanced.*

本节主旨

- **对立环境下的利益与决策**

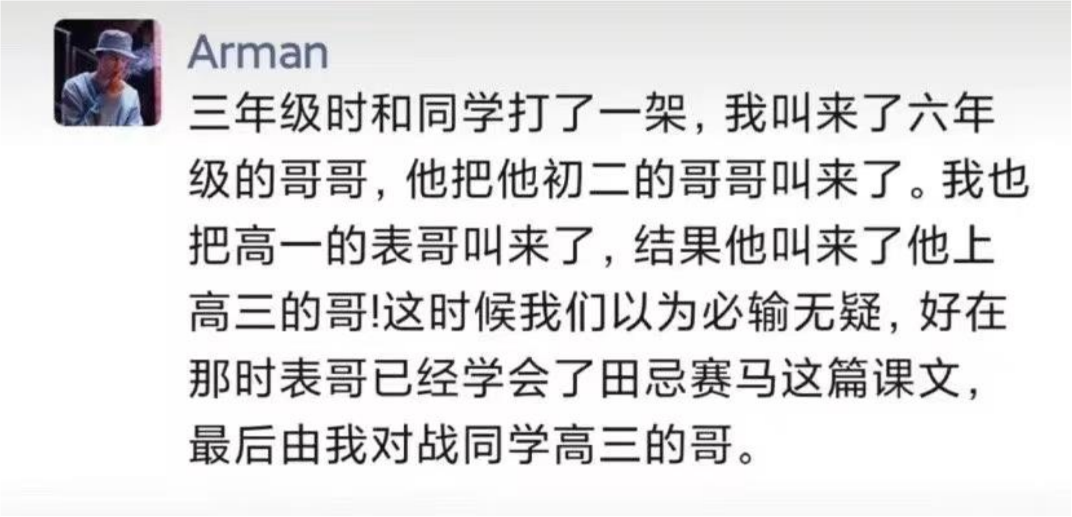
- 当我们所处的社会网络存在竞争与对立时，我们的决策将影响我们的收益
    - 如何描述博弈的过程？如何判定最优的行为策略？
    - 博弈策略在进化过程中起到何种作用？

本节目录

- **博弈论概述**
  - 几类典型的博弈类型
  - 纳什均衡
  - 混合策略博弈
- 进化博弈论
- 网络流量的博弈模型

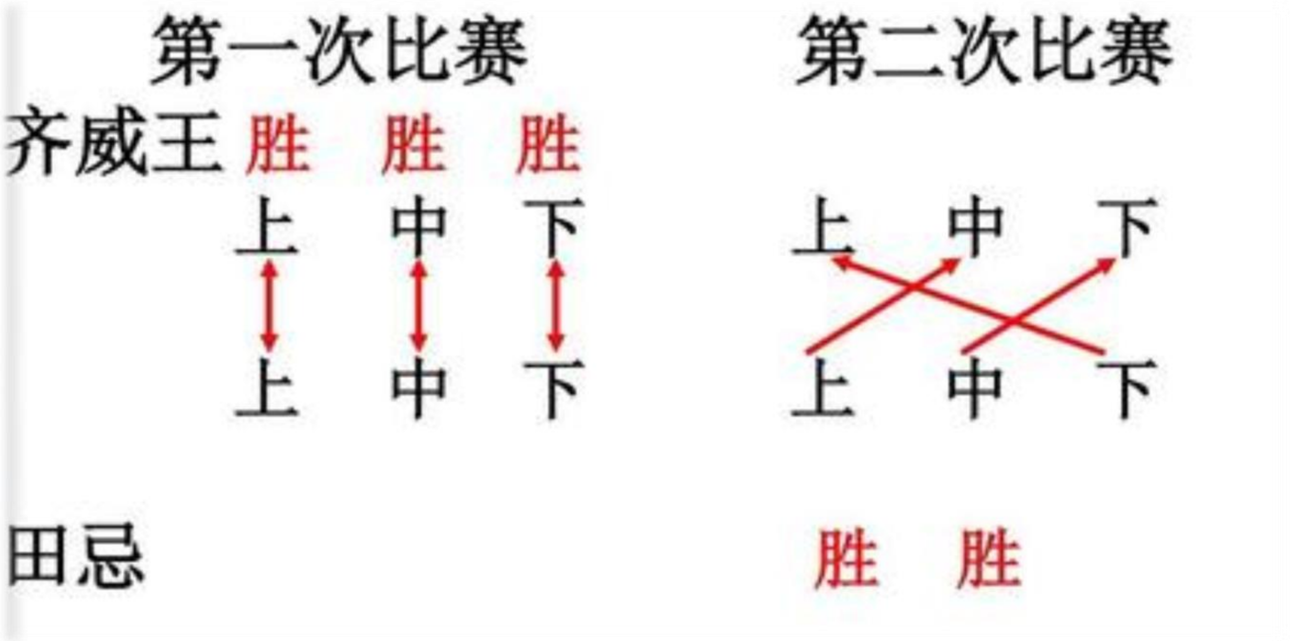
- **引子：从田忌赛马说起**

- 小时候都学过的课文——《田忌赛马》？
  - 由此可以看出，不同的策略对应着不同的结果（收益）
  - 在日常生活中，学习田忌赛马的智慧，可以解决许多实际问题（手动狗头）



- **引子：从田忌赛马说起**

- 思考：在这个故事中，包含着哪些要素？
  - 参与人：齐王、田忌（+孙膑）
  - 策略集：赛马的顺序
  - 回报：比赛的结果（胜负）



- **引子：从田忌赛马说起**

- 思考：在这个故事中，包含着哪些要素？

- 参与人：齐威王，田忌
- 策略集：

  1：上中下，2:上下中，3：中下上，

  4：中上下，5:下上中，6：下中上
- 回报：

  –对于策略组（1，1），田忌三个都输（-3）；对于策略组（5，1），田忌赢二输一（+1）；等等

在这个故事中，齐王的策略一直为第 1 种，而田忌的策略由第 1 种转为了第 5 种，从而反败为胜

博弈概述

- **引子：从田忌赛马说起**

- 思考：田忌赛马教会了我们什么?
    - 在对方策略固定的情况下，我们可以见招拆招，选择对应策略进行压制
- 然而在现实中，更多的时候，双方并不知道对方将要采取何种策略
    - 在此情况下，如何根据双方的潜在收益进行预判?

- **再来一个引子：假如老师会点名**

- 如果有关潜在收益，我们知道的更多，该如何决策？

- 假定场景一：老师每学期会、且仅会点一次名，如何才能让老师不发现逃课？

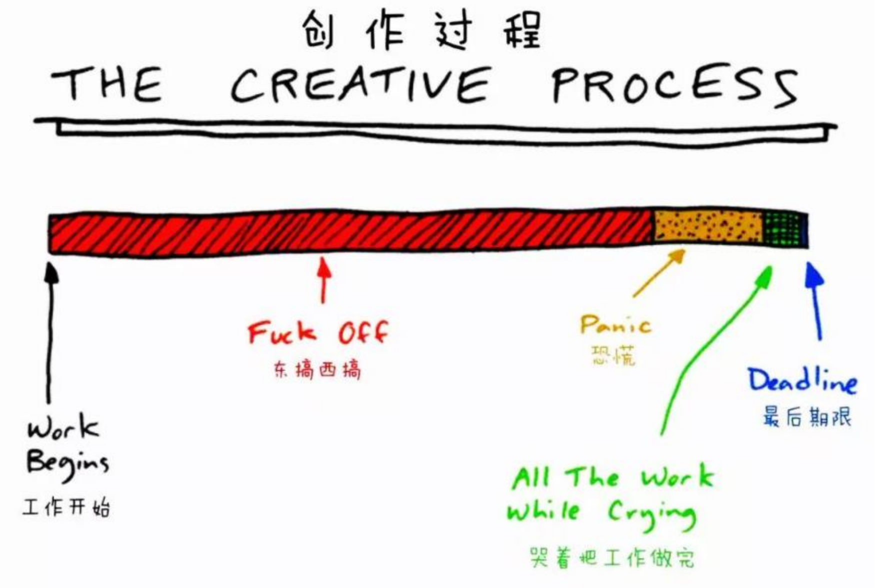
- **再来一个引子：假如老师会点名**

- 假定场景一：老师每学期会、且仅会点一次名，如何才能让老师不发现逃课？
- 博弈过程（切记不要模仿！）：
  - 如果老师在第N次课点名，那么N+1次课之后，就可以放心大胆地逃课了（误）
  - 所以，老师会倾向于推迟这次点名，来最大化对学生的“战忽”效果
  - 然而，虽然最后一次课点名的“威慑效果”最大，但学生完全可以通过只上最后一次课来规避这种效果（大误！） —— 策略固定 ＝ 见招拆招
  - 所以综合看来，老师可以在倒数几节中选择一节，而学生可以在前半学期中……

如何让这种推理过程更加精确、更加量化？

- **第一个例子：复习考试 or 准备报告?**

- 学生的日常：Deadline是第一生产力
  - 不过，偶尔也会出现玩砸的情况：事情做不完了，必须有所取舍
- 假如，你需要完成考试和报告两个任务，具体情况如下：
  - 考试：复习 = 92分，没复习 = 80分
  - 报告，需要和搭档合伙完成，其中
    - ➢ 如果两人共同完成，100分
    - ➢ 如果单独一人完成，92分
    - ➢ 如果两人都撂挑子，84分

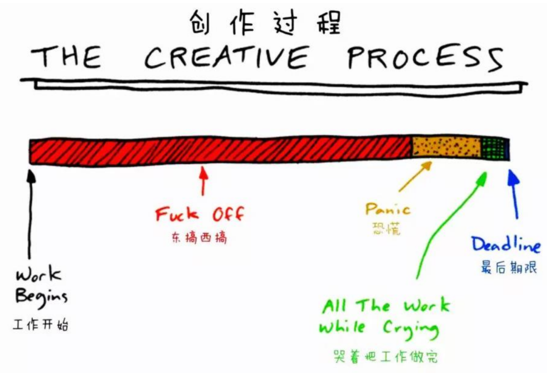


- **第一个例子：复习考试 or 准备报告?**

- 此时，对于每个学生来说有两种策略：复习迎考 or 准备报告
- 如何计算各种策略的收益：
  - 如果两个人都复习迎考，则收益均为 (92+84)/2 = 88 分
  - 如果两个人都准备报告，则收益均为 (80+100)/2 = 90 分
  - 如果一个人准备报告，一个人复习考试，则：
    - ➢ 准备报告的人收益为 (80+92)/2 = 86 分
    - ➢ 复习考试的人收益为 (92+92)/2 = 92 分

- **第一个例子：复习考试 or 准备报告?**

- 我们将这个过程套入“田忌赛马”总结出的三要素中，定义博弈的**基本要素**
  - 参与者：至少双方，在本案例中是“你”和“你的搭档”
  - 策略集：每个参与者都有一组如何行为的备选项，在本案例中是“复习”或“准备报告”
  - 收益：每个策略行为-组合的选择都会导致参与人获得一定收益，在本案例中是分数



- **第一个例子：复习考试 or 准备报告?**

- 从而，我们可以获得如下收益矩阵：
  - 其中，每个小方格对应着一个横轴-纵轴组成的策略组合
  - 方格中的两个数字，前者对应着“You”的收益，后者对应着“Your Partner”的收益
    - 注意：参与者可能在同一策略组合中的收益不一致（如下图反对角线，双方地位不对等）

		Your Partner	
		Presentation	*Exam*
You	*Presentation*	90, 90	86, 92
	Exam	92, 86	88, 88

Figure 6.1: Exam or Presentation?

- **第一个例子：复习考试 or 准备报告?**

- 基于收益矩阵，此时应该如何决策?
  - 从平均分来看，理想情况是大家商议共同准备报告，都可以获得90分的平均分
  - 然而，如果双方没有足够互信，可能因为白嫖现象而导致合作失败
  - 如何从收益出发，判断双方的行为并给出合理决策?

		Your Partner: *Presentation*	Your Partner: *Exam*
You	*Presentation*	90, 90	86, 92
You	*Exam*	92, 86	88, 88

Figure 6.1: Exam or Presentation?

- **第一个例子：复习考试 or 准备报告?**

- 博弈中的参与人是如何决策的？一般而言，应该满足一下三个基本假设：

  ① 参与人对于收益矩阵有着充分、完整的了解，且所关心的事务只包含在收益矩阵中

  ② 参与人必须满足理性假设

    ✓ 追求自身收益尽可能的最大化

    ✓ 同时，相信其他参与人也会持有同样逻辑

  ③ 参与人的决策是相互独立的

    ✓ 没有商量 / 串通等行为

- **第一个例子：复习考试 or 准备报告?**

- 基于上述的假设，我们来复盘一下面临决策时的收益问题
  - 如果你知道你的搭档将复习考试，那么由于 $88 > 86$，复习考试对你而言更合理
  - 如果你知道你的搭档将准备报告，那么由于 $92 > 90$，复习考试对你而言依然更合理
  - 总结起来，其实你只有一种最佳选择：复习考试

		Your Partner: *Presentation*	Your Partner: *Exam*
You	*Presentation*	90, 90	86, 92
You	*Exam*	92, 86	88, 88

Figure 6.1: Exam or Presentation?

- **第一个例子：复习考试 or 准备报告?**

- 通过上述复盘，我们发现在这个博弈中，有“严格占优策略”存在：
  - 对于一个参与人（A）来说，如果存在一种策略，无论另一个参与人（B）选择哪种策略，该策略都是最佳选择，那么这个策略就是A的**严格占优策略**
  - 在本案例中，“复习考试”就是双方的严格占优策略

		Your Partner	
		Presentation	*Exam*
You	*Presentation*	90, 90	86, 92
	Exam	92, 86	88, 88

Figure 6.1: Exam or Presentation?

- **经典的囚徒困境**

- 事实上，类似的情况可见于著名的“囚徒困境”博弈
- 假如有两个嫌疑犯被警方抓获并分开审讯，并被告知如下事项
  - 如果你坦白，而另外一人抵赖，则你马上释放；另外一人将承担全部罪行，会被判刑10年
  - 如果你们都坦白，你们的罪行将被证实。但由于你们有认罪的表现——判刑4年
  - 如果你们都不坦白，那么没有证据证明你们抢劫，我们将以拒捕罪控告你们——判刑1年。

- **经典的囚徒困境**

- 根据上文的信息，我们可以得到如下的收益矩阵

		Suspect 2	
		NC	C
Suspect 1	NC	$-1, -1$	$-10, 0$
	C	$0, -10$	$-4, -4$

Figure 6.2: Prisoner's Dilemma

- 显然，在这个案例中，“坦白”对于两个囚犯来说都是严格占优策略
  - 尽管抵赖对于两个人来说实际上收益会更高
  - 事实上，面对个体的私利，建立合作是一件非常困难的事情

- **经典的囚徒困境**

- 利用“囚徒困境”成为打击犯罪的利器

- **经典的囚徒困境**

- 囚徒困境现象，在日常生活中非常普遍

军备竞赛与“东亚怪物房”

“多考一分，干掉千人”

- **经典的囚徒困境**

- 从现实来看，囚徒困境往往会导致整体收益的降低
  - 例如，“服用兴奋剂”问题

		Athlete 2	
		Don't Use Drugs	*Use Drugs*
Athlete 1	*Don't Use Drugs*	$3, 3$	$1, 4$
	Use Drugs	$4, 1$	$2, 2$

Figure 6.3: Performance-Enhancing Drugs

  - 兴奋剂会导致双方的收益都降低（考虑到身体的损害）
  - 然而，相比于不使用兴奋剂的劣势，人们还是会选择使用兴奋剂

如何破局？

- **经典的囚徒困境**

- 可以通过调整收益，诱导决策向更为温和的方向发展
  - 例如，我们将复习考试-准备报告问题的收益矩阵修正如下：

		Your Partner: *Presentation*	Your Partner: *Exam*
You	*Presentation*	98, 98	94, 96
You	*Exam*	96, 94	92, 92

  - 在这个版本中，考试变得更为容易：复习 = 100分，不复习 = 96分
  - 此时，“准备报告”取代“复习考试”成为新的严格占优策略，合作成为首选

- **经典的囚徒困境**

- 另一方面，囚徒困境的存在根源来自于参与方的互不信任
  - 如果能够实现参与方之间某种形式的信息沟通，则囚徒困境不攻自破
  - 感兴趣的同学可以看看课外小视频：Wil Aime的"囚徒困境" （太长了就不在课上放了）
    - 法文原版：https://www.bilibili.com/video/BV11v411x7vu

• 最佳应对与占优策略

- 经过第一个案例的洗礼，我们试图给出策略选择的符号化定义
  - 假设，S是参与人1的一个策略，T是参与人2的一个策略
  - 在收益矩阵中，我们采用P_1(S,T)表示参与人 1 通过决策组(S, T)获得的收益， P_2(S,T)表示参与人 2 通过决策组(S, T)获得的收益
  - 在此情况下，如果参与人 1 采用策略S所获得的收益大于等于其他任何决策，即

$$P_1(S,T) \geq P_1(S',T)$$

  - 则有参与人 1 的策略S是参与人 2 的策略T的 <u>最佳应对</u>（由于等号，可能不唯一）
  - 如果将“≥”改为“>”，则是“<u>严格最佳应对</u>”（不一定存在，但存在一定唯一）

• 最佳应对与占优策略

- 通过对于“最佳应对”的定义，我们可以进一步明确“占优策略”的概念
  - 参与人1的占优策略，是指该策略针对参与人2的任何一个策略，都是最佳应对
  - 同理，参与人1的严格占优策略，是指对参与人2的任何一个策略，都是严格最佳应对
    - 显然，如果严格占优策略存在，则可以预期参与人将采用这一策略

最佳应对与占优策略

- 在先前的“囚徒困境”例子中，对于两个参与人，都可以找到严格占优策略
- 然而，现实中某些案例并不是所有人都存在严格占优策略
  - 例如，两家公司要规划一种新产品。根据目标市场情况，可以采用“廉价”或“高档”两种策略，对应的收益矩阵如下表所示：

		Firm 2	
		Low-Priced	*Upscale*
Firm 1	*Low-Priced*	.48, .12	.60, .40
	Upscale	.40, .60	.32, .08

Figure 6.5: Marketing Strategy

- **最佳应对与占优策略**

- 然而，现实中某些案例并不是所有人都存在严格占优策略
  - 在下表中，我们惊讶地发现：
    - 对于公司 1 而言，无论公司 2 采取何种措施，“廉价”都是严格占优策略
    - 但对于公司 2 而言，采取与公司 1 相反的策略才是最佳应对（未达成一致性！）

		Firm 2: *Low-Priced*	Firm 2: *Upscale*
Firm 1	*Low-Priced*	.48, .12	.60, .40
Firm 1	*Upscale*	.40, .60	.32, .08

Figure 6.5: Marketing Strategy

• 最佳应对与占优策略

- 这种情况下，公司 2 应该如何决策呢?
  - 我们已知，如果某个参与人具有严格占优策略，那么可以预期参与人将采用这一策略
  - 相应的，由于公司 1 具有严格占优策略，那么公司 2 只要相应地采用其最佳应对即可
    - 因此，可以预期公司 1 将采用“廉价”策略，而公司 2 将相应地选择“高档”策略

		Firm 2: *Low-Priced*	Firm 2: *Upscale*
Firm 1	*Low-Priced*	.48, .12	.60, .40
	Upscale	.40, .60	.32, .08

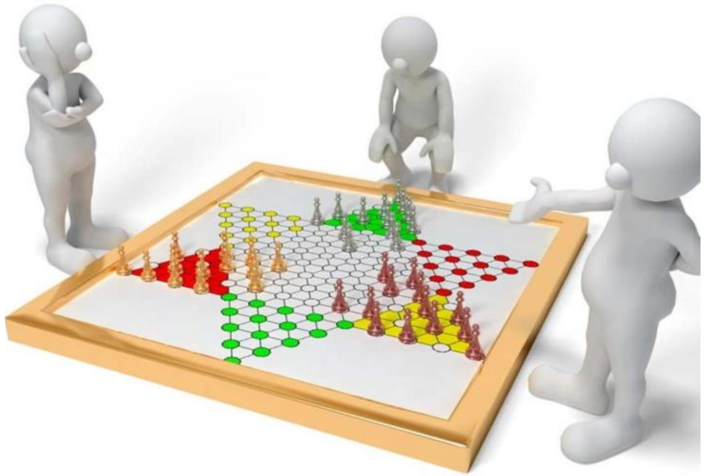
Figure 6.5: Marketing Strategy

- **最佳应对与占优策略**

- 我们基于这个案例，给出简单博弈的行为推理原则
  - 如果两个参与人都有严格占优策略，则可以预计他们均会采取严格占优策略；
  - 如果只有一个参与人有严格占优策略，则这个参与人会采取严格占优策略，而另一方会采取此策略的最佳应对（一定会有！）

那么问题来了：

如果两个人都没有严格占优策略呢？



- **纳什均衡**

- 现实中真的存在双方都没有严格占优策略的情况吗？还真有
  - 同样，我们假设存在这样两个公司，试图争取同一类市场中的目标客户。
  - 其中，公司 1 规模较小，往往难以单独获取客户源，只能依附于公司 2
    - 根据不同客户带来的收益，我们可以获得如下的收益矩阵：

		Firm 2: A	Firm 2: B	Firm 2: C
Firm 1	A	4, 4	0, 2	0, 2
Firm 1	B	0, 0	1, 1	0, 2
Firm 1	C	0, 0	0, 2	1, 1

Figure 6.6: Three-Client Game

• 纳什均衡

- 针对如下收益矩阵，我们困惑地发现，两个公司都不具有“严格占优策略”
  - 对于公司 1 而言，其最佳应对是公司 2 选择哪个客户，它跟着选择哪个客户
  - 对于公司 2 而言，情况较为复杂：
    - 当公司 1 选择客户 A 时，它也应该选择客户 A；
    - 而当公司 1 选择客户 B/C 时，它的选择应该相反
      - 某种意义上是“红海”和“蓝海”的区别

		Firm 2		
		A	B	C
	A	$4, 4$	$0, 2$	$0, 2$
Firm 1	B	$0, 0$	$1, 1$	$0, 2$
	C	$0, 0$	$0, 2$	$1, 1$

Figure 6.6: Three-Client Game

• 纳什均衡

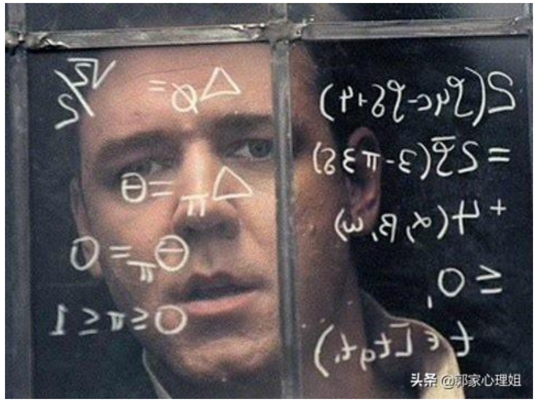
- 在这种情况下，如何判断两个公司的策略行为呢?
  - 我们发现，两个公司的策略之间存在的明确的对应关系
    - 对于公司 1 的任何一种策略，公司 2 都有策略与之成对
  - 1950年，约翰·纳什提出了重要的“纳什均衡”原则

如果参与人 1 与 参与人 2

分别选择了策略 S 与策略 T

且 S 与 T 互为**最佳应对**

则策略组 (S, T) 为一个纳什均衡



• 纳什均衡

- 回到我们先前的案例中来
  - 显然，在该案例中，当公司 1/2 选择客户B/C的时候，它们的策略并不是互为最优应对
    - 公司 1 选 B，公司 2 的最佳应对为 C，但此时公司 1 的最佳应对也为 C，反之亦然
  - 只有当公司 1 和 公司 2 都选择客户 A 的时候，它们的策略才是互为最优应对
    - 因此，本案例中只存在一组纳什均衡情况

即 (A, A)

		Firm 2		
		A	*B*	*C*
Firm 1	*A*	4, 4	0, 2	0, 2
	B	0, 0	1, 1	0, 2
	C	0, 0	0, 2	1, 1

Figure 6.6: Three-Client Game

• 纳什均衡

- 造成纳什均衡的原因是：在这一均衡状态下，任何参与人都没有动机（理性的/收益的理由）去更换另一种策略
  - 互为最佳应对，意味着谁也不可能单方面通过改变策略获得额外好处
    - 尽管两人都做出改变是有可能都获得更好的收益的
  - 纳什均衡是一种**信念上**的均衡

• 多重均衡与协调博弈

- 从上面的例子可以看出，当双方都不存在严格占优策略的时候，我们可以通过寻找纳什均衡解来判定双方的策略
- 然而，如果纳什均衡解不止一组呢？
  - 协调博弈：存在多种纳什均衡的情况，需要通过协调来进行决策
  - 例如，选择何种软件制作报告？PPT or Keynote？
    - 这种情况下，其实与收益无关

		Your Partner	
		PowerPoint	*Keynote*
You	*PowerPoint*	1, 1	0, 0
	Keynote	0, 0	1, 1

Figure 6.7: Coordination Game

- **多重均衡与协调博弈**

- 当面对与收益无关的协调博弈时，有时需要外部规定或者约定俗成来解决问题
- 例如，两辆车相向而行，如何避让？
  - 通过法律规定所有车辆靠左/靠右行驶的方式来规避相撞的可能（左右无伤大雅）

多重均衡与协调博弈

- 通过对于收益矩阵进行简单调整，可以得到更多变形情况
  - 例如，同样还是两组纳什均衡情况，但此时收益是不平衡的
  - 此时，存在一组纳什均衡解，使得双方参与人的收益都上升
    - 例如，如果你在电二楼工作，中午去本科生/研究生食堂的距离是相近的
    - 但是，如果你是在西区活动中心听报告，显然本科生食堂更为接近
  - 这种情况下的决策是显而易见的

		Your Partner: *PowerPoint*	Your Partner: *Keynote*
You	*PowerPoint*	1, 1	0, 0
	Keynote	0, 0	2, 2

Figure 6.8: Unbalanced Coordination Game

• 多重均衡与协调博弈

- 由基本协调博弈衍生出的“猎鹿博弈”，受到了极大的关注
  - 表面上看，猎鹿博弈与收益不平衡的协调博弈是一致的
    - 其区别主要在于不合作情况下的收益
  - 按照先前的思路，我们发现这里同样存在两个纳什均衡，且共同猎鹿收益更高
    - 因此，最后的决策应该是显而易见的

		Hunter 2	
		Hunt Stag	*Hunt Hare*
Hunter 1	*Hunt Stag*	4, 4	0, 3
	Hunt Hare	3, 0	3, 3

Figure 6.10: Stag Hunt

• 多重均衡与协调博弈

- 由基本协调博弈衍生出的“猎鹿博弈”，受到了极大的关注
  - 然而，相比于基本的不平衡协调博弈，猎鹿博弈的区别体现在“对于追求高收益的惩罚”
    - 如果双方合作猎鹿或者各自猎兔，都能获得相当的收益
    - 但如果一方合作而另一方不合作，则选择合作的那一方会收到更重的惩罚（收益为0）
      - 某种意义上是对“囚徒困境”的延伸，即选择合作时需要考虑潜在的负面效应

		Hunter 2: *Hunt Stag*	Hunter 2: *Hunt Hare*
Hunter 1	*Hunt Stag*	4, 4	0, 3
Hunter 1	*Hunt Hare*	3, 0	3, 3

Figure 6.10: Stag Hunt

- **多重均衡与协调博弈**

- 由基本协调博弈衍生出的“猎鹿博弈”，受到了极大的关注
  - 事实上，类似的现象在现实中屡见不鲜
  - 提醒我们：试图通过合作获得更大收益时，要小心合作伙伴的**背刺**
    - *刘皇叔点了个赞*
    - *大魏吴王孙十万骂骂咧咧地退出了直播间*

• 多重均衡与协调博弈

- 通过对于收益矩阵进行简单调整，可以得到更多变形情况
  - 另一种变形的情况更为复杂，也更能体现“协调性”
    - 此时，不同参与人的偏好是不一致的（书中将其称为“性别战”）
    - 因此，必须通过协调，做出偏向一方的决策
      - 例如，电视遥控器由谁负责掌管？（非 常 重 要）

		Your Partner: *PowerPoint*	Your Partner: *Keynote*
You	*PowerPoint*	$1, 2$	$0, 0$
	Keynote	$0, 0$	$2, 1$

Figure 6.9: Battle of the Sexes

• 多重均衡与协调博弈

- “性别战” 没有显见的策略组，需要通过协调仍可达成一致
- 现实中，还存在着另一类常见的“反协调”活动：鹰-鸽博弈
  - 例如，如果两只动物要分配一块食物，可以选择“分享”或“争夺”
    - 如果“分享”，则各得一半；如果“争夺”，则食物被毁
    - 如果一方“争夺”而另一方“分享”

      则“争夺”一方可以获得大部分食物

		Animal 2 D	Animal 2 H
Animal 1	D	3, 3	1, 5
Animal 1	H	5, 1	0, 0

Figure 6.12: Hawk-Dove Game

• 多重均衡与协调博弈

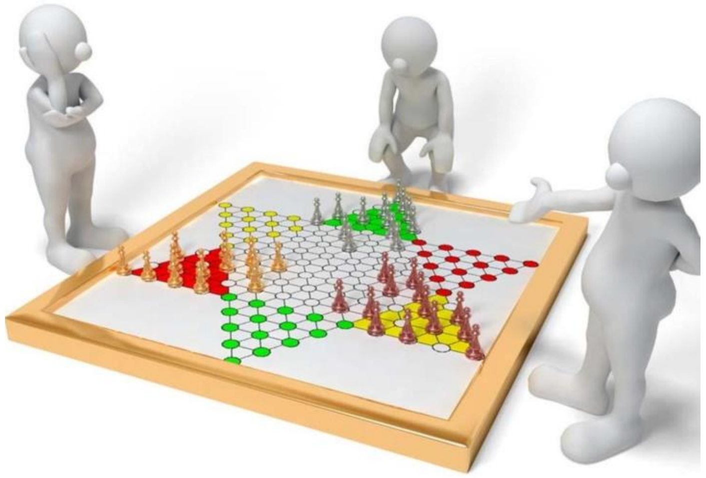
- 而现实中，还存在着另一类常见的“反协调”活动
  - 显然，在这一收益矩阵下，存在着 (D, H) 和 (H, D) 两个纳什均衡组合
  - 在这种情况下，我们很难基于纳什均衡判断参与者的行为
    - 可见，纳什均衡有助于缩小参与者可能参与策略的范围，但未必能给出唯一预测
  - 鹰-鸽博弈在现实中很常见
    - 例如，对立的两个国家往往处于一方攻，一方守的态势
    - 此类博弈也被称为“懦夫博弈”
      - 两辆车相向而行，看谁因惧怕先改道

		Animal 2	
		D	H
Animal 1	D	$3, 3$	$1, 5$
	H	$5, 1$	$0, 0$

Figure 6.12: Hawk-Dove Game

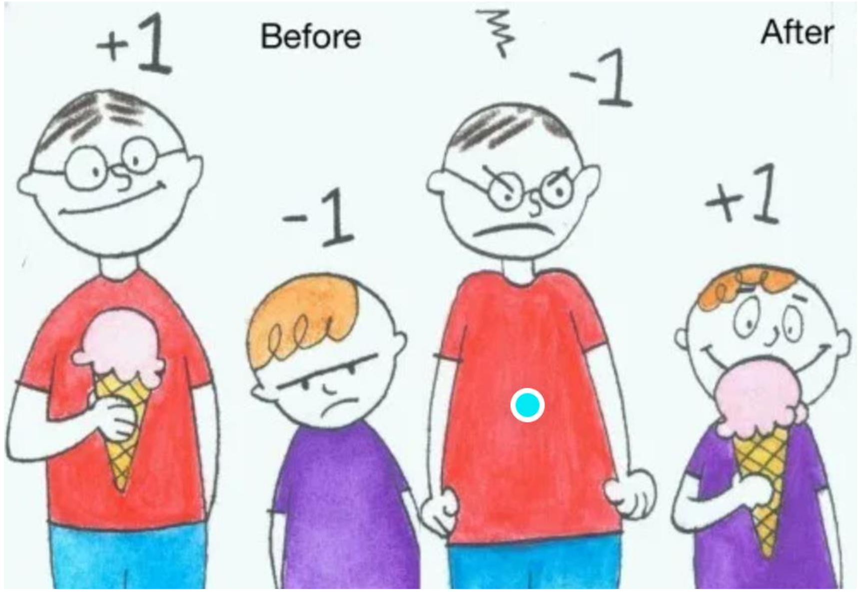
- **多重均衡与协调博弈**

- 最后，我们进一步完善先前所给出的简单博弈行为推理原则
  - 如果两个参与人都有严格占优策略，则可以预计他们均会采取严格占优策略；
  - 如果只有一个参与人有严格占优策略，则这个参与人会采取严格占优策略，而另一方会采取此策略的最佳应对（一定会有！）
  - 如果双方都不存在严格占优策略，则寻找纳什均衡
    - ➢ 如果只有一个纳什均衡，则该均衡对应决策结果
    - ➢ 如果存在多个纳什均衡，则需要额外信息辅助推断
      - ◆ 例如协调博弈（性别战），鹰-鸽博弈等
      - ◆ 再次强调：纳什均衡有助于缩小范围，但不能保证有结果



• 零和博弈与混合策略

- 上文中介绍了多种博弈形态，其中参与者基本上都能获得收益
  - 区别仅在于收益的多少，最差情况是收益为 0
- 但现实中，往往存在着更为残酷的所谓“零和博弈”
  - 收益不会凭空增多，你的收益来自于我的损失
    - 例如，期货等投资的“零和游戏”性
    - *股票算不算零和游戏?*



• 零和博弈与混合策略

- 我们通过简单的硬币配对，来了解最基本的零和博弈问题
  - 甲乙各持一枚硬币，同时选择手中硬币的正反面
  - 如果他们选择的朝向相同，则乙赢得甲的硬币；反之，甲将赢得乙的硬币
    - 由此，可以得到右下角的收益矩阵
    - 显然，这个收益矩阵是不存在纳什均衡的
      - 甲希望硬币朝向相反，乙希望相同，两者永远对立
    - 现在，*所有的行为推理原则都失效了*，怎么办?

		Player 2: H	Player 2: T
Player 1	H	$-1, +1$	$+1, -1$
Player 1	T	$+1, -1$	$-1, +1$

Figure 6.14: Matching Pennies

- **零和博弈与混合策略**

- 如何应对这种情况？是时候考虑更多因素了
  - 一个有趣的问题：当你玩剪子-包袱-锤游戏的时候，三种手势的概率是一致的吗？
  - 现在问题来了，当考虑不同策略的概率时，会给行为判断带来哪些变化？
    - 我们还是回到抛硬币的二元选择环境下
    - 此时，你的“策略”可以视作概率加成下的两种选择
  - 由此引出新问题：混合策略
    - 相对于不考虑概率的“纯策略”而言

		Player 2: H	Player 2: T
Player 1	H	$-1, +1$	$+1, -1$
	T	$+1, -1$	$-1, +1$

Figure 6.14: Matching Pennies

零和博弈与混合策略

- 混合策略的核心思想：引入随机性，参与人以一定概率在策略中进行选择
  - 例如，在抛硬币问题中，我们约定
    - 参与人 1 的策略是概率 p，指以概率 p 执行 H，以概率 1-p 执行 T
    - 参与人 2 的策略是概率 q，指以概率 q 执行 H，以概率 1-q 执行 T
  - 在此情况下，我们计算收益时，需要考虑概率的加成
    - 假如参与人 1 选择 H，则收益为
      - ➢ $(-1)\cdot q + (1)(1-q) = 1 - 2q$
    - 反之，参与人 1 选择 T，则收益为
      - ➢ $(1)\cdot q + (-1)(1-q) = 2q - 1$

		Player 2	
		H	T
Player 1	H	$-1, +1$	$+1, -1$
	T	$+1, -1$	$-1, +1$

Figure 6.14: Matching Pennies

• 零和博弈与混合策略

- 混合策略的核心思想：引入随机性，参与人以一定概率在策略中进行选择
  - 在这一情况下，我们根据概率 q 的取值，即可判断参与人 1 选择各种策略收益更高
    - ➢ 若 $q > 0.5$，则 $1 – 2q < 2q – 1$
      - ✓ 此时，参与人 1 应选择策略 T，收益更高
      - ✓ 事实上，$q > 0.5$意味着参与人 2 更倾向于选择策略 H，因此参与人 1 确实应该选 T
    - ➢ 若 $q < 0.5$，则 $1 – 2q > 2q – 1$，参与人 1 应选择策略 H

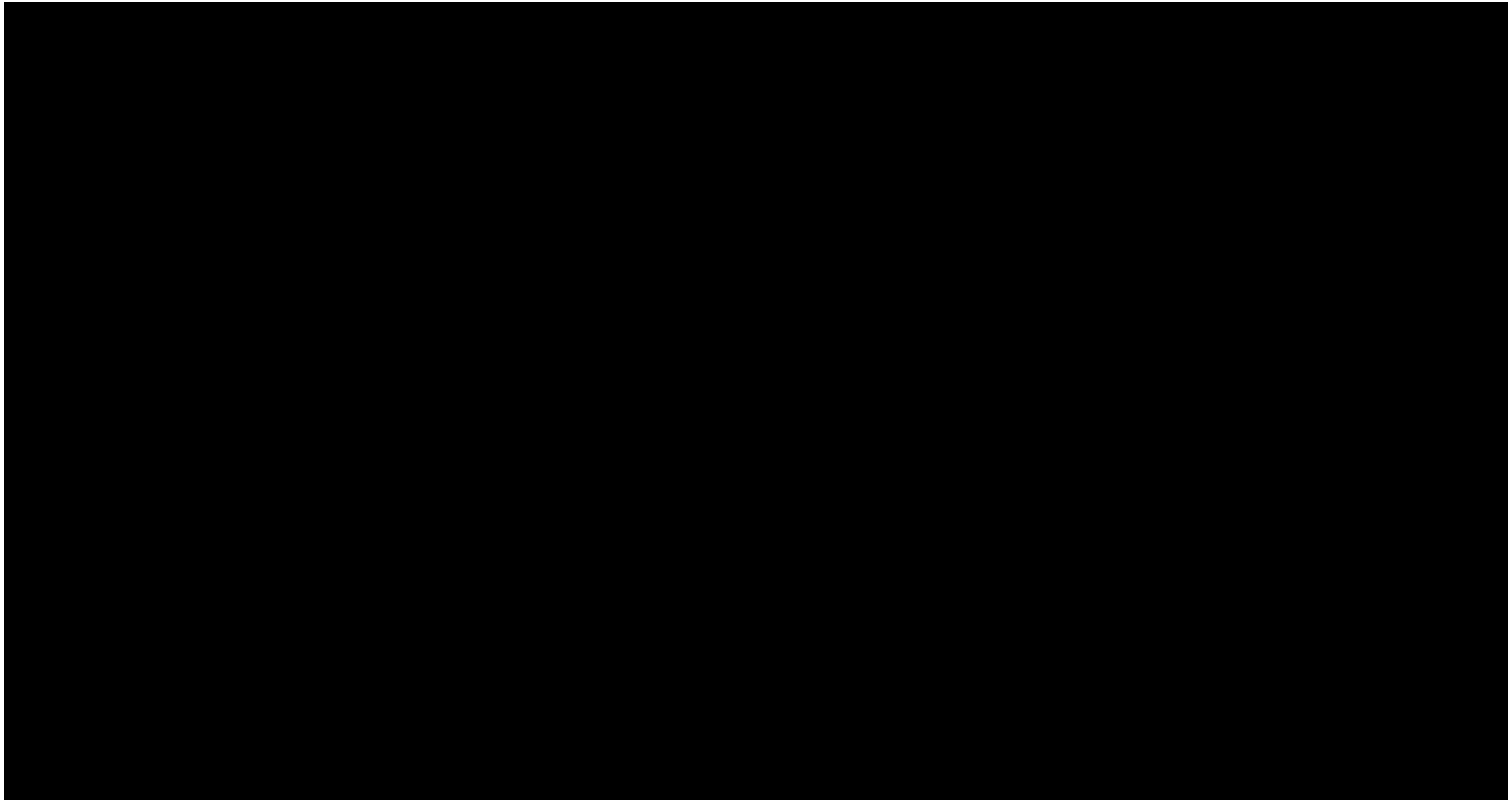
		Player 2	
		H	T
Player 1	H	$-1, +1$	$+1, -1$
	T	$+1, -1$	$-1, +1$

Figure 6.14: Matching Pennies

- **零和博弈与混合策略**

- 混合策略的核心思想：引入随机性，参与人以一定概率在策略中进行选择
  - 从上面的分析中可以看出，参与人 1 做决策的关键，在于掌握参与人 2 策略对应的概率
  - 因此，通过战术误导对方错判概率，可能将成为在零和博弈中致胜的关键
    - 放松时刻：电影《赌博默示录》的经典片段
    - 玩战术的心都脏（ ）

- **零和博弈与混合策略**



- **尾声：帕累托最优与社会最优**

- 先前的博弈讨论中，我们的目标一直在于考虑个体收益的最优
- 然而，如果将所有参与人视作一个群体，则未必获得了群体的最优
  - 例如，“复习 or 报告”的案例中，个体实现了收益最大（其实是损失最小）
  - 但群体的收益实际上仍有进一步提升的空间

		Your Partner: *Presentation*	Your Partner: *Exam*
You	*Presentation*	90, 90	86, 92
You	*Exam*	92, 86	88, 88

Figure 6.1: Exam or Presentation?

- **尾声：帕累托最优与社会最优**

- **帕累托最优**
  - 一组策略被称为“帕累托最优”，当且仅当不存在其他策略，使得能够保障所有参与者至少获得和当前一样高的收益前提下，使至少一个参与者的收益提升
  - 例如，下面的收益矩阵中，(92, 86) 是一个帕累托最优，因为找不到其他的策略组，使得在参与人 1 的收益（92）不降低的前提下，提升参与人 2 的收益（86）

		Your Partner: *Presentation*	Your Partner: *Exam*
You	*Presentation*	90, 90	86, 92
	Exam	92, 86	88, 88

Figure 6.1: Exam or Presentation?

- **尾声：帕累托最优与社会最优**

- 帕累托最优
  - 有趣的是，下方收益矩阵中有三组帕累托最优的策略组，而仅有的一组非帕累托最优的情况，对应着唯一的纳什均衡
  - 事实上，虽然人们会意识到有更好的（帕累托最优的）选择，但在缺乏有约束力的合作协议情况下，人们很难维持这种方案 → 不信任导致社会收益降低/代价提升！

		Your Partner: *Presentation*	Your Partner: *Exam*
You	*Presentation*	90, 90	86, 92
You	*Exam*	92, 86	88, 88

Figure 6.1: Exam or Presentation?

• 尾声：帕累托最优与社会最优

• 社会最优

- 相比于“帕累托最优”，社会最优相对简单粗暴：直接将收益求和并寻找最大值
  - 例如，前述收益矩阵中社会收益最高的情况即“90+90=180”的情况
- 社会最优一定是帕累托最优！（想想看，为什么？Tips：反证法）
- 社会最优有可能和纳什均衡是一致的（例如，P26的另一版本收益矩阵，如下）

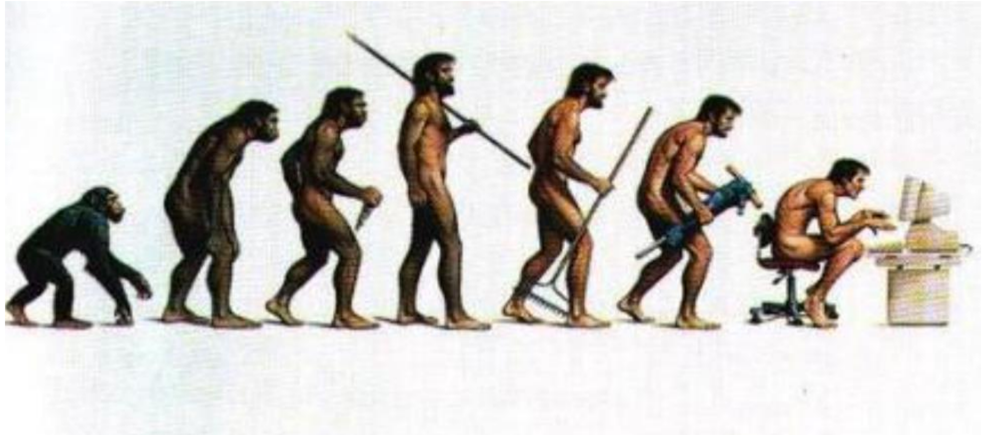
		Your Partner: *Presentation*	Your Partner: *Exam*
You	*Presentation*	98, 98	94, 96
	Exam	96, 94	92, 92

本节目录

- 博弈论概述
  - 几类典型的博弈类型
  - 纳什均衡
  - 混合策略博弈
- **进化博弈论**
- 网络流量的博弈模型

- **从博弈到进化博弈**

- 在前一章中，我们讨论了不同博弈中行为推断问题
- 从更长远的视角来看，我们意识到，由于收益不同，部分策略可能逐渐会遭到摒弃，而另一些策略则可能持续存在
  - 例如，不同生物在进化中体现出“物竞天择、适者生存”的现象



- **从博弈到进化博弈**

- 如何从博弈论的角度看待和衡量这种策略的可持续性问题?
  - 我们以某个甲虫的种群为例，讨论不同类型甲虫的可持续性问题（这不是生物课）
    - 由于基因突变，部分甲虫的体型明显增大
    - 大体态的甲虫需要更多营养，否则难以维持生命
      - 单纯从这一点来看，大体态甲虫似乎更不可持续
    - 那么，从博弈视角来看待这一问题呢?

• 从博弈到进化博弈

- 如何从博弈论的角度看待和衡量这种策略的可持续性问题？
  - 当考虑甲虫之间争夺食物的问题时，我们遵循以下原则：
    ① 如果两只甲虫大小相当，则它们平分食物
    ② 如果一只大甲虫和一只小甲虫争夺食物，则大甲虫获得更多食物
    ③ 大甲虫需要消耗更多食物，因此收益更低
  - 由此，我们得到右下角所示的收益矩阵

		Beetle 2	
		Small	*Large*
Beetle 1	*Small*	5, 5	1, 8
	Large	8, 1	3, 3

Figure 7.1: The Body-Size Game

- **从博弈到进化博弈**

- 如何从博弈论的角度看待和衡量这种策略的可持续性问题?
  - 某种意义上说，这一博弈过程与我们开头讨论的“复习-报告”案例是类似的
    - 虽然小体态甲虫可以生活的更为滋润，但为了生存下去，进化为大甲虫更具有优势
    - 进化性军备竞赛的体现
      - 例如，树木的高度增长，根系的向下延伸，etc.
      - 有趣的案例：《瘟疫公司》，传染性/致命性

		Beetle 2	
		Small	*Large*
Beetle 1	*Small*	5, 5	1, 8
	Large	8, 1	3, 3

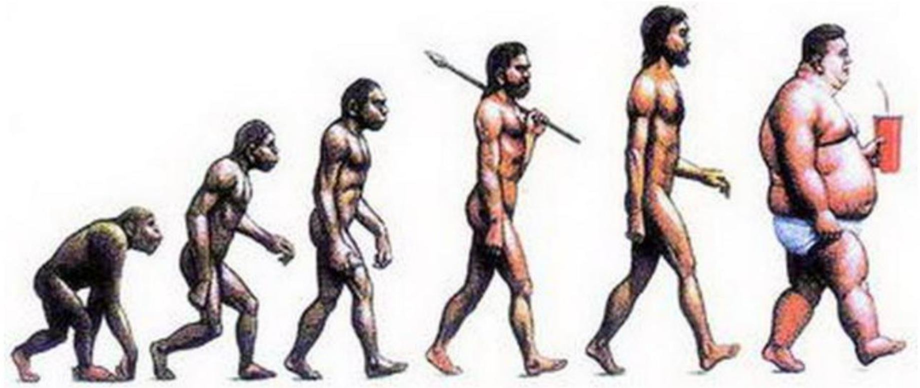
Figure 7.1: The Body-Size Game

• 从博弈到进化博弈

- 更进一步，我们知道这种突变在开始只会以一个很小的比重出现
  - 假定存在一个小正数 x，策略 T 以 x 占比“入侵”策略 S，表现为：

    ① 生物总体中有 x 占比的生物体采用策略 T

    ② 其余 1-x 占比的生物体采用策略 S
  - 假如当 x 处于一定范围内，策略 S 的适应性（收益）严格高于策略 T，则策略 S 进化稳定



- **从博弈到进化博弈**

- 回到我们先前的甲虫案例中来
  - 假定在这一案例中，大体态以占比 x 入侵小体态，则有：
    - 一只小甲虫觅食的期望收益是：$5(1-x) + 1x = 5-4x$
    - 一只大甲虫觅食的期望收益是：$8(1-x) + 3x = 8-5x$
    - 由于约定 x 是一个小正数，则 $5-4x < 8-5x$
    - 此时，小体态的策略是不稳定的
      - 因此，小体态的甲虫群落会被淘汰

		Beetle 2: *Small*	Beetle 2: *Large*
Beetle 1	*Small*	5, 5	1, 8
	Large	8, 1	3, 3

Figure 7.1: The Body-Size Game

- **从博弈到进化博弈**

- 回到我们先前的甲虫案例中来
  - 反之，当我们假定是小体态以占比 x 入侵大体态时，则有：
    - 一只小甲虫觅食的期望收益是：$5x + 1(1-x) = 1+4x$
    - 一只大甲虫觅食的期望收益是：$8x + 3(1-x) = 3+5x$
    - 由于约定 x 是一个小正数，则 $1+4x < 3+5x$
    - 由此可见，大体态的策略是进化稳定的
      - 相应的此，小体态的“入侵”很难成功

		Beetle 2: *Small*	Beetle 2: *Large*
Beetle 1	*Small*	5, 5	1, 8
Beetle 1	*Large*	8, 1	3, 3

Figure 7.1: The Body-Size Game

- **从博弈到进化博弈**

- 事实上，这个结果并不出乎意料
  - 当大甲虫入侵小甲虫群体时，由于其强有力的争夺食物能力，小甲虫很难驱赶它们
  - 反过来，当小甲虫入侵大甲虫群体时，它们往往无法争得食物，反而会被驱赶
    - 总结起来，小体态的“生物适应能力”较差
    - 物竞天择，适者生存！

• 从博弈到进化博弈

- 我们将甲虫案例推广到一般化的形式，如右下角收益矩阵
  - 假定存在一个小正数 x，策略 T 以 x 占比“入侵”策略 S，则有：
    - 策略 S 的期望收益是： a (1-x) + bx
    - 策略 T 的期望收益是： c (1-x) + dx
    - 由于约定 x 是一个小正数，则 策略 S 为进化稳定的前提条件是

① $a > c$

② $a = c$ 且 $b > d$

		Organism 2	
		S	T
Organism 1	S	a, a	b, c
	T	c, b	d, d

Figure 7.3: General Symmetric Game

• 从博弈到进化博弈

- 小拓展：进化稳定与纳什均衡有着何种关系？
  - 已知策略 T 以 x 占比“入侵”策略 S，策略 S 为进化稳定的前提条件是

    ① a > c

    ② a = c 且 b > d
  - 我们有如下结论：如果策略 S 是进化稳定的，则 (S, S)是一个纳什均衡
    - 但反过来，纳什均衡不一定对应进化稳定策略
      - 纳什均衡要求 a ≥ c，但不关心b与d的关系

		Organism 2 S	Organism 2 T
Organism 1	S	a, a	b, c
	T	c, b	d, d

Figure 7.3: General Symmetric Game

本节目录

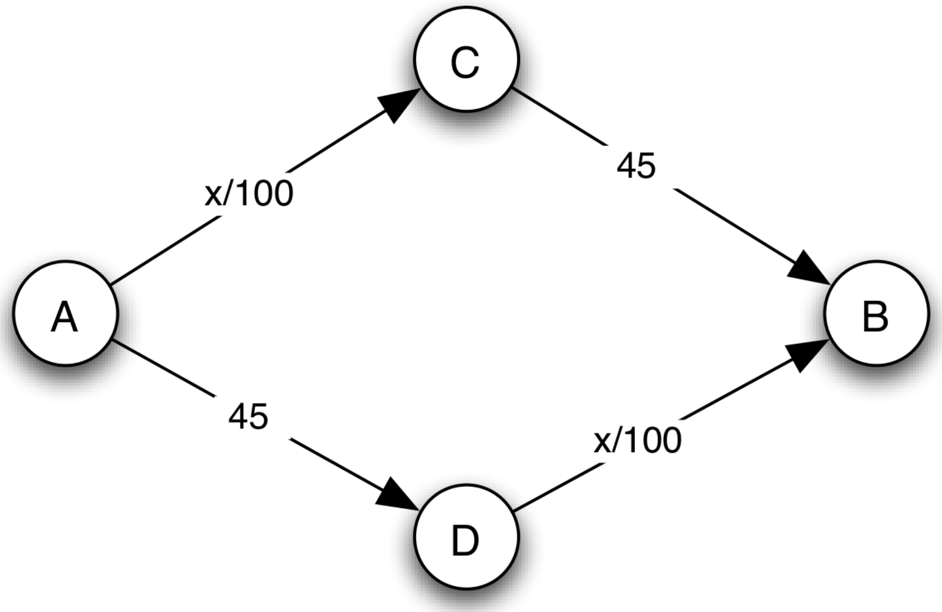
- 博弈论概述
  - 几类典型的博弈类型
  - 纳什均衡
  - 混合策略博弈
- 进化博弈论
- **网络流量的博弈模型**

• 一类特殊的网络博弈：流量博弈

- 今天出门，你堵在哪儿了？
  - 如何在车流量巨大的公路网络中找到合适的路线，对于司机来说无疑是一项挑战
  - 当捷径成为大众选择，捷径 ≠ 捷径
    - 节假日高速路免费的后果
  - 事实上，我们可以将路径选择视作一个博弈问题，所有的司机都是参与人，他们的回报就是所需的行程时间

- **一类特殊的网络博弈：流量博弈**

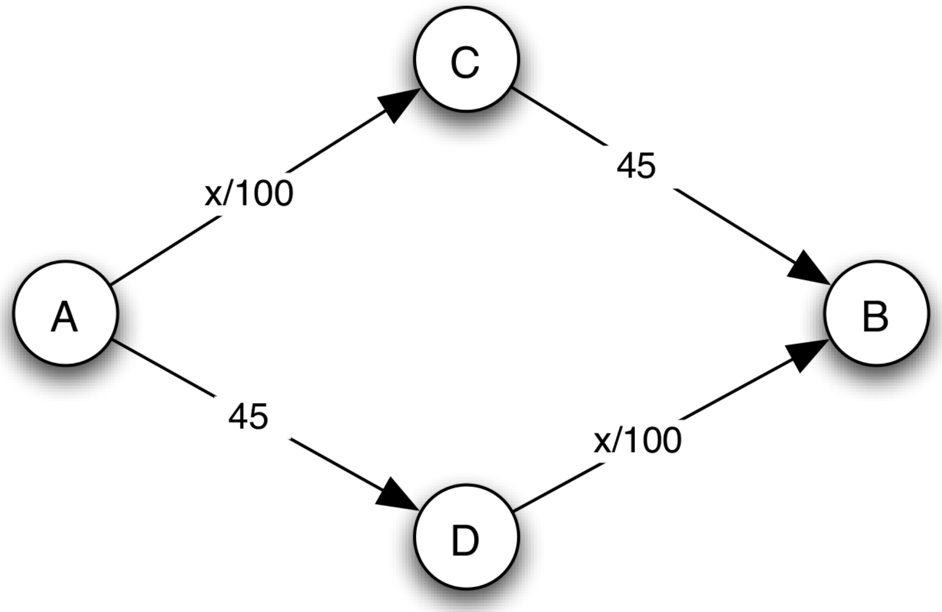
- 我们采用一个简单的例子，来描述网络中的流量博弈
  - 假定有 4000 辆车，需要从A到B
    - 参与人：4000位司机
    - 策略：走哪一条路？上面 or 下面
    - 回报：行驶时间（越小越好）



- **一类特殊的网络博弈：流量博弈**

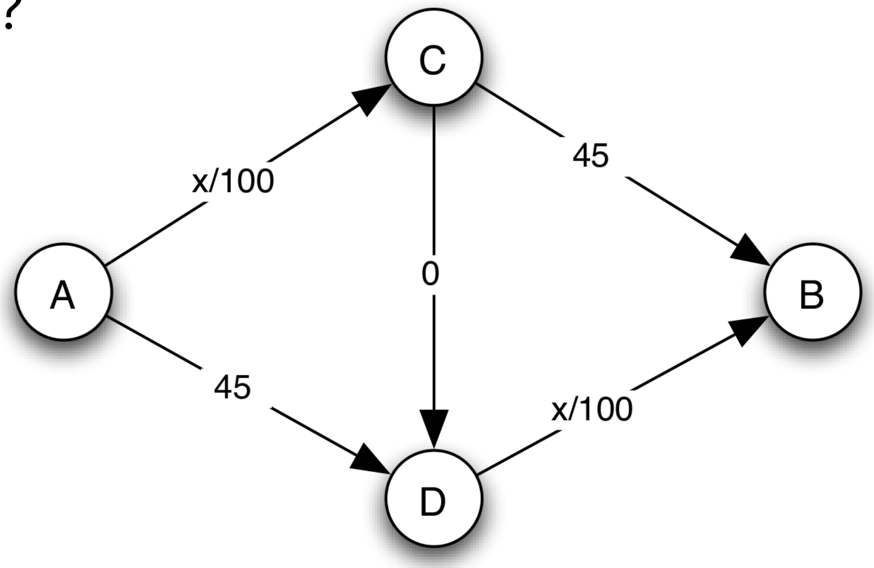
- 我们采用一个简单的例子，来描述网络中的流量博弈
  - 理想的均衡情况是，两条路各有2000位司机通行
    - 此时，所需时长为 20 + 45 = 65
  - 而且，这一均衡是可以由司机们自发形成的
    - 如果某一条路车流量大，通行时间长

      则司机会自发转到另一条路上
  - 此时的总社会福利为 4000 * 65 = 260000



- **布雷斯悖论**

- 此时，如果政府出于好意，在C-D之间新修了一条快速路，糟糕的事发生了
  - 为了突出快速路的收益，我们甚至将其时长设为 0
  - 结果此时的均衡状态变成了 A→C→D→B，所有司机的行驶时间都成了80!
    - 相比于之前的65，新修道路反而延长了通行时间?
    - 更糟的是，此时没有人有改变的动力
      - 如果改走原先的道路，时间为85 > 80
      - 虽然这样做会使大多数人收益，但是我为什么要牺牲我自己呢?



• 一类特殊的网络博弈：流量博弈

- 回到我们开头的例子，好事一定带来好结果？
  - 节假日高速免费，反而带来了严重拥堵
  - 部分城市将高速路改为公园，反而诱导司机选择公共交通，实际上减少了通行时间
  - 在制定公共政策时，要小心新政策过大的吸引力造成社会资源分配不均，“好心办坏事”

本章小结

网络博弈

- **博弈论概述**
    - 几类典型的博弈类型
    - 纳什均衡
- **混合策略博弈**
- **进化博弈论**
- **网络流量的博弈模型**

tongxu@ustc.edu.cn