第二章 波动光学基本原理

第一节 定态光波和复振幅描述

第一节 定态光波和复振幅描述

1.1 波动概述

1.2 定态光波的概念

1.3 定态光波的复振幅描述

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

1.5 强度的复振幅描述

1.1 波动概述

振动在空间的传播 → 振动场

i）基本特点：时空双重周期性

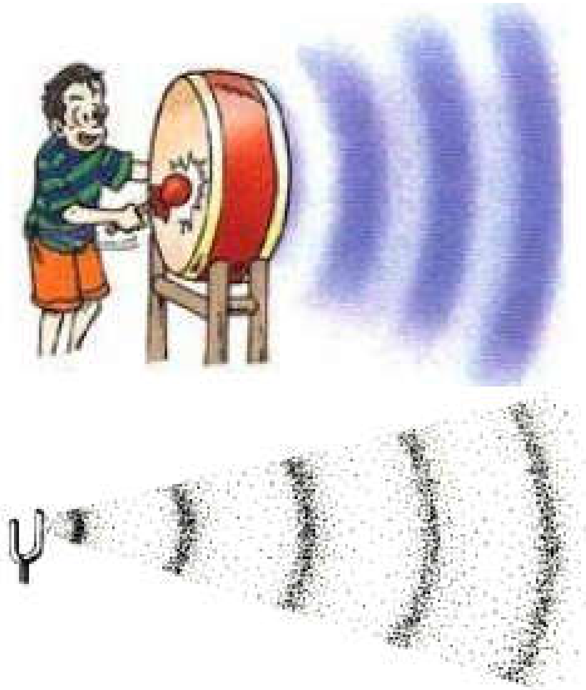
1.1 波动概述

ii）分类：

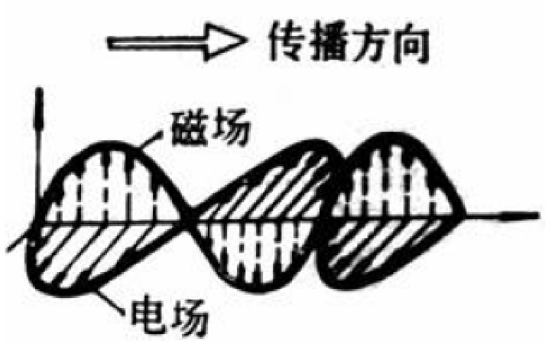
标量波(scalar wave)：温度、密度、……

矢量波(vector wave)：电磁波、……

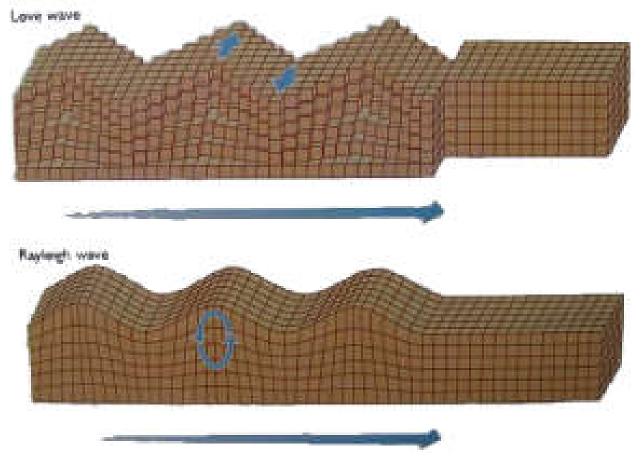
张量波(tensor wave)：固体中的声波、地震波……



空气中的声波
—疏密波



电磁场—矢量波



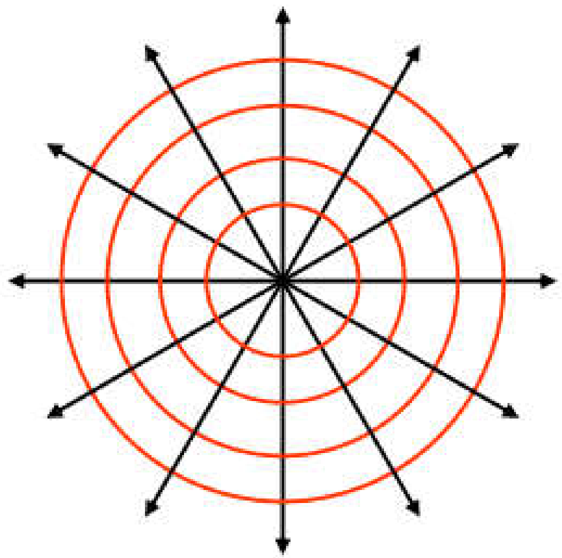
地震波—张量波

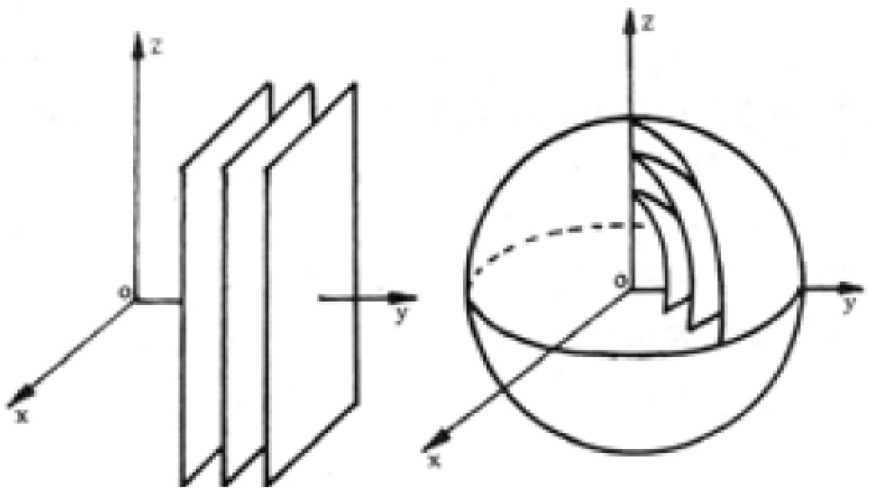
1.1 波动概述

iii）几何描述：

波面(wave surface)：等相位面

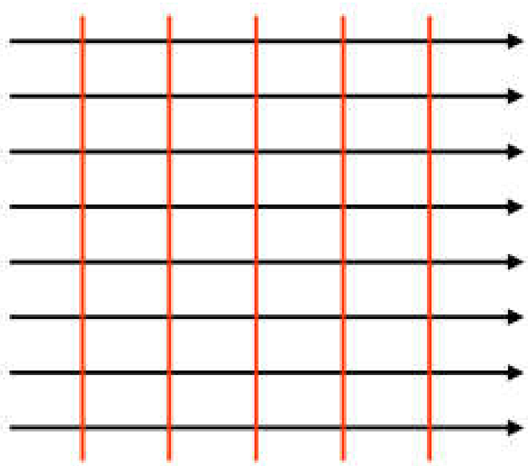
波线(wave ray)：能量传播的方向





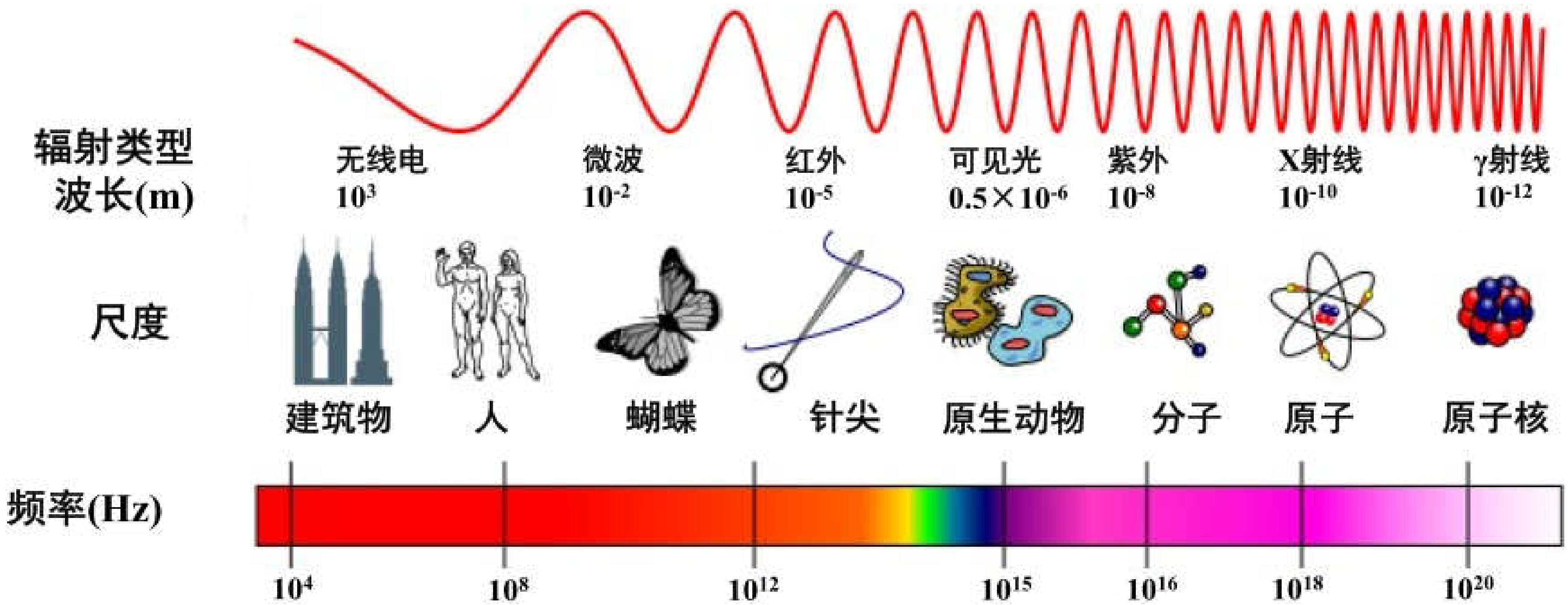
球面波→波面为球面→同心光束

平面波→波面为平面→平行光束（特殊的球面波）



1.1 波动概述

电磁波谱



真空紫外（VUV）　紫外光　　可见光　　　红外光

50nm------400nm-------760nm-------------100μm

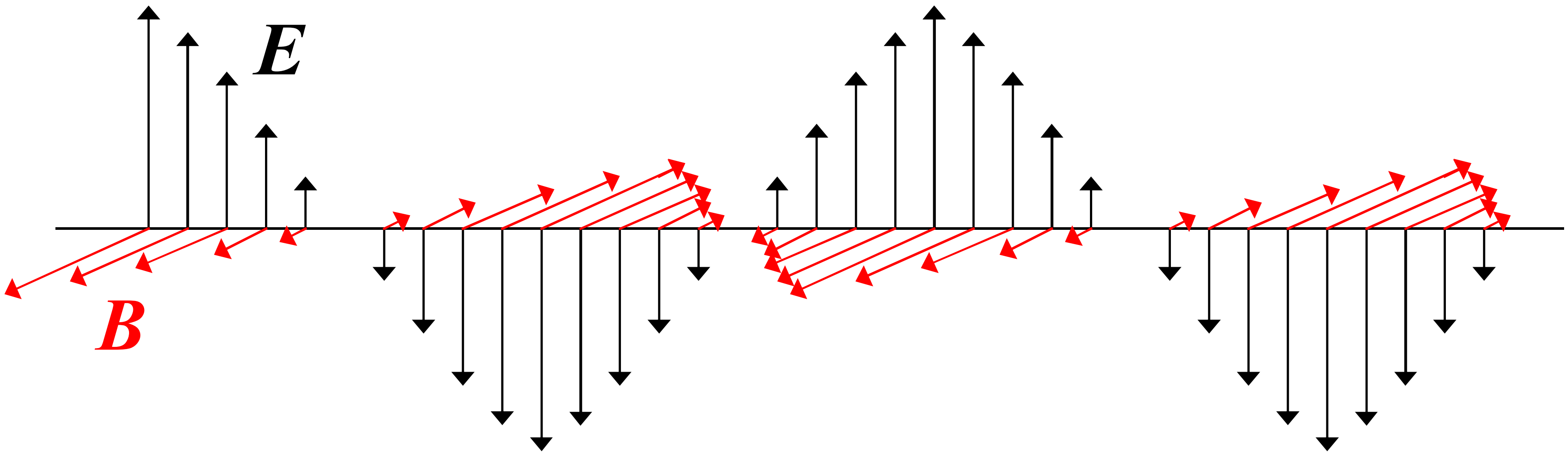
对红外光来说　1μm-----------10μm----------100μm

近红外　中红外　远红外

1.1 波动概述

光波场的特性

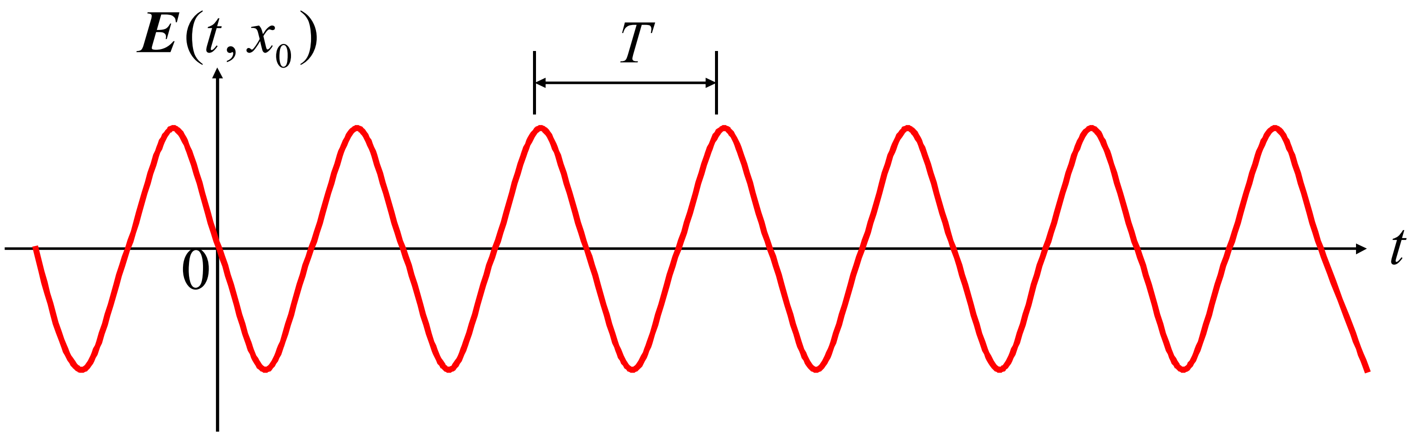
- 是电场强度、磁感应强度的矢量场



1.1 波动概述

波的周期性

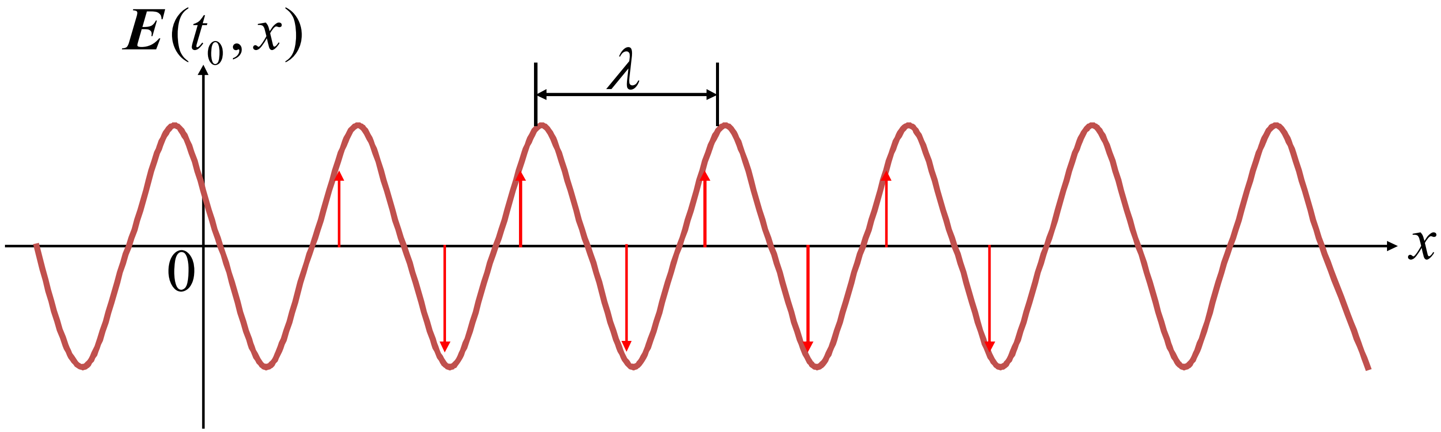
- 时间周期性：波场中任一点的物理量，随时间做周期变化，具有时间上的周期性
- 时间周期：T ；$\nu = 1/T$：时间频率，单位时间内变化（振动）的次数



1.1 波动概述

波的周期性

- 空间周期性：某一时刻，波场物理量的分布，随空间作周期性变化，具有空间上的周期性
- 波长λ：空间周期；$\tilde{\nu}=1/\lambda$：空间频率，单位空间长度内物理量的变化次数，波数



波场具有空间、时间两重周期性

1.1 波动概述

光波场的特性

- 光是交变电磁波，波长~500nm，频率~10^{14}Hz
- 发射源是微观客体，具有独立、随机的特性。
- 从传播的角度看，是波动，是振动的传播：用速度、方向、振幅等参数描述
- 从物理量分布的角度看，是交变的空间场：用电场强度、磁场强度等物理量描述
- 时间、空间是描述波的重要参量

1.2 定态光波的概念

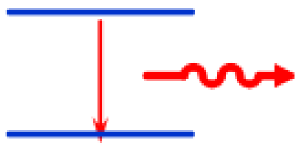
定态光波的定义

（1）空间各点的扰动是同频率的简谐振动；

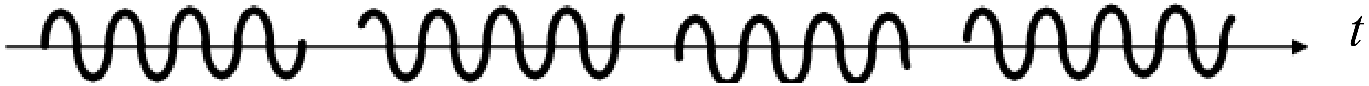
（2）波场中各点扰动的振幅不随时间变化，在空间形成一个稳定的振幅分布。

- 严格满足上述要求的光波应当充满全空间，是无限长的单色波列。
- 但当波列的持续时间比其扰动周期长得多时，可将其当作无限长波列处理。

发光波列的特点



独立、随机发光



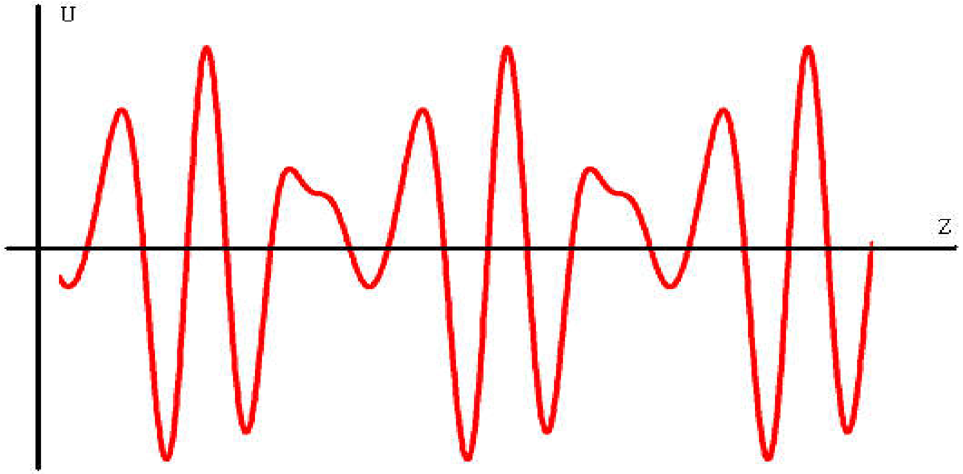
一次发光时间（一个波列）： $10^{-8}\,s$，包含10^{6}个周期。

⇩

- 持续时间远大于振动周期，因此可看做定态波场

1.2 定态光波的概念

- 任何复杂的非单色波都可以分解为一系列单色波的叠加；
- 简谐波（正弦波）是一种最简单的定态光波，但是定态光波不一定是简谐波，其空间各点的振幅可以不同，只需稳定即可。

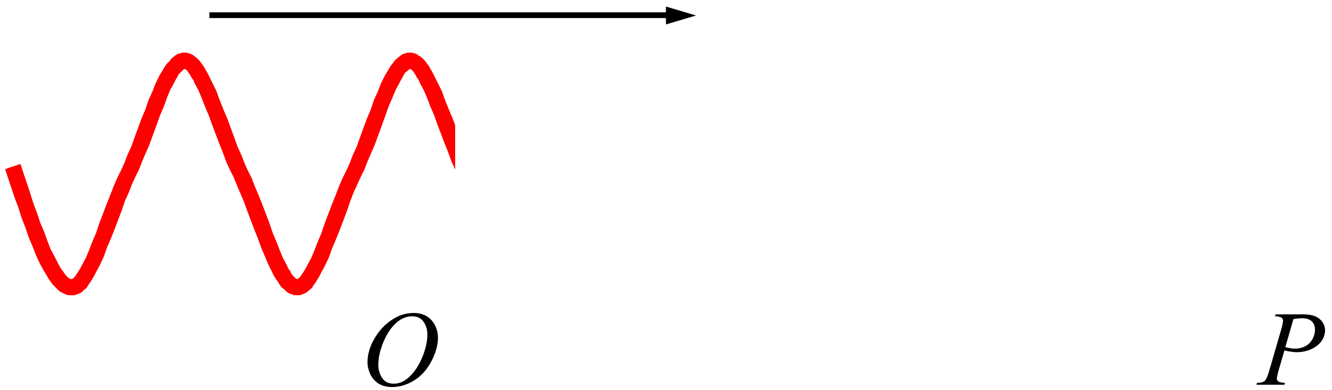


- 与定态光波相比较的是脉冲波—光源短时间内发光，波形局限于一定区域，称为波包（wave packet）

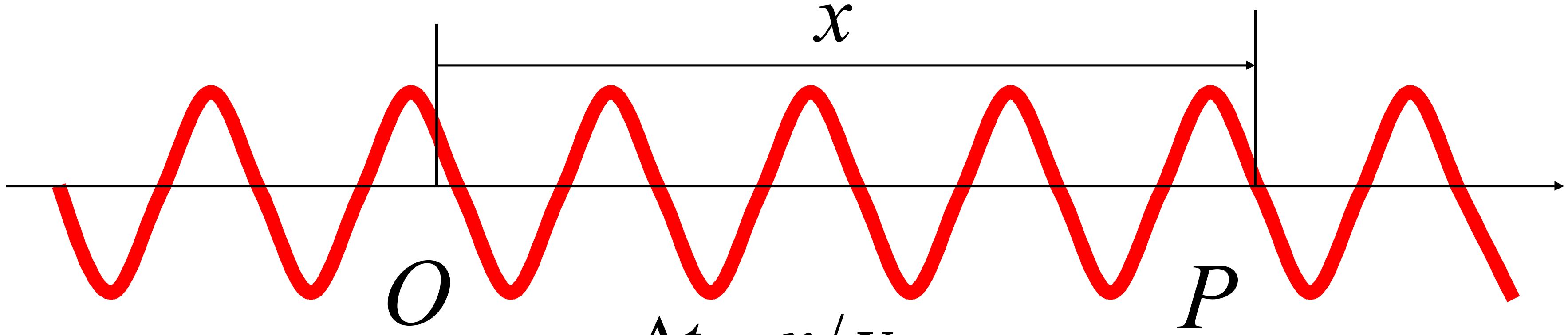
1.2 定态光波的概念

相位的超前与滞后

对于同一列波上的不同点而言



- P点的振动是由O点传播过来的， O点超前
- 波从O点传播到P点的时间为Δt， P点的振动比O点延迟Δt时间，P点在t时刻的振动就是O点在$t-\Delta t$时刻的振动



$$\Delta t = x / \mathrm{v}$$

$$U(O,t) = A(O)\cos[\omega t - \varphi_0]$$

$$U(P,t) = U(O,t-\Delta t) = A(O)\cos[\omega(t-\Delta t) - \varphi_0]$$

$$= A\cos[\omega t - 2\pi\nu\frac{x}{\mathrm{v}} - \varphi_0] = A\cos[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x - \varphi_0]$$

$$= A\cos[\omega t - kx - \varphi_0] = A\cos\left[\omega t - \left(kx + \varphi_0\right)\right] = A\cos\left[\omega t - \varphi\left(P\right)\right]$$

P点的相位比O点滞后kx，在上述表达式中，即通常的复振幅表达式中，相位$\varphi(P)$大表示滞后。

1.2 定态光波的概念

相位的超前与滞后

- 如果振动的表达式为

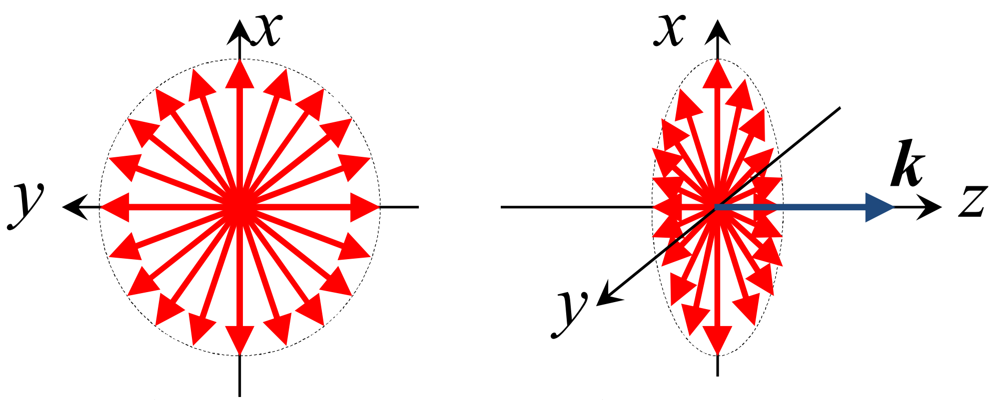
$$U(P,t)=A\cos[\varphi(P)-\omega t]$$

则相位小表示滞后

1.3 定态光波的复振幅(complex amplitude)描述

定态标量波的数学描述：

电磁波都是矢量波，应该用矢量表达式描述。但对符合上述条件的定态光波，或者只研究振动矢量中的某一分量，矢量波通常用标量表达式描述。（各向同性媒质中满足傍轴条件时的干涉衍射等）



其实是在一个取定的平面内描述定态光波的振动

$$U(p,t) = A(p)\cos\left[\omega t - \varphi(p)\right]$$

- $A(p)$ 为振幅(amplitude)的空间分布
- $\varphi(p)$为位相(phase)的空间分布

p为场点

1.3 定态光波的复振幅描述

$$U(p,t)=\underline{A(p)}\cos\left[\underline{\omega t-\varphi(p)}\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\tilde{U}(p,t)=\underline{A(p)}e^{\underline{-i\left[\omega t-\varphi(p)\right]}}$$

对应关系不是
相等关系

$$\Downarrow$$

用复数形式讨论定态光波场的空间分布时，往往认为$e^{-i\omega t}$是一个共有项而忽略，而为了便于计算，使复振幅的相位以$e^{i\varphi(P)}$的形式表示。

$$\Downarrow$$

$$\tilde{U}(p,t)=A(p)e^{i\varphi(p)}e^{-i\omega t}=\tilde{U}(p)e^{-i\omega t}$$ 时空分离

$\tilde{U}(p)=A(p)e^{i\varphi(p)}$ 是复振幅，集定态波场中的振幅空间分布和位相空间分布于一身。其模量为振幅的空间分布，辐角为位相的空间分布。

t=0 时刻的初相位是多少?

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

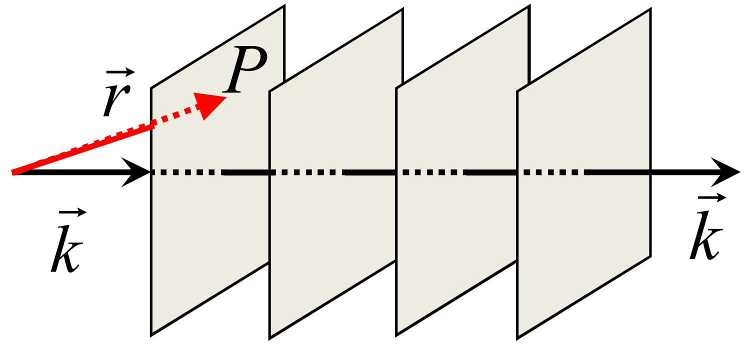
平面波：

- 振幅$A(p)$ 为常数，与场点无关
- 位相$\varphi(p)$是空间（直角坐标）的线性函数

场点 $P(x,y,z)=\vec{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$

波矢 $\vec{k}=k_x\boldsymbol{e}_x+k_y\boldsymbol{e}_y+k_z\boldsymbol{e}_z$

$$\varphi(P)=\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_0=k_x x+k_y y+k_z z+\varphi_0$$



平面波可描述为：$U(p,t)=A\cos\left[\omega t-\vec{k}\cdot\vec{r}-\varphi_0\right]$ $\tilde{U}(p)=Ae^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_0\right)}$

其中： $\vec{k}$为波矢（wave vector），$\vec{r}$为场点的位置

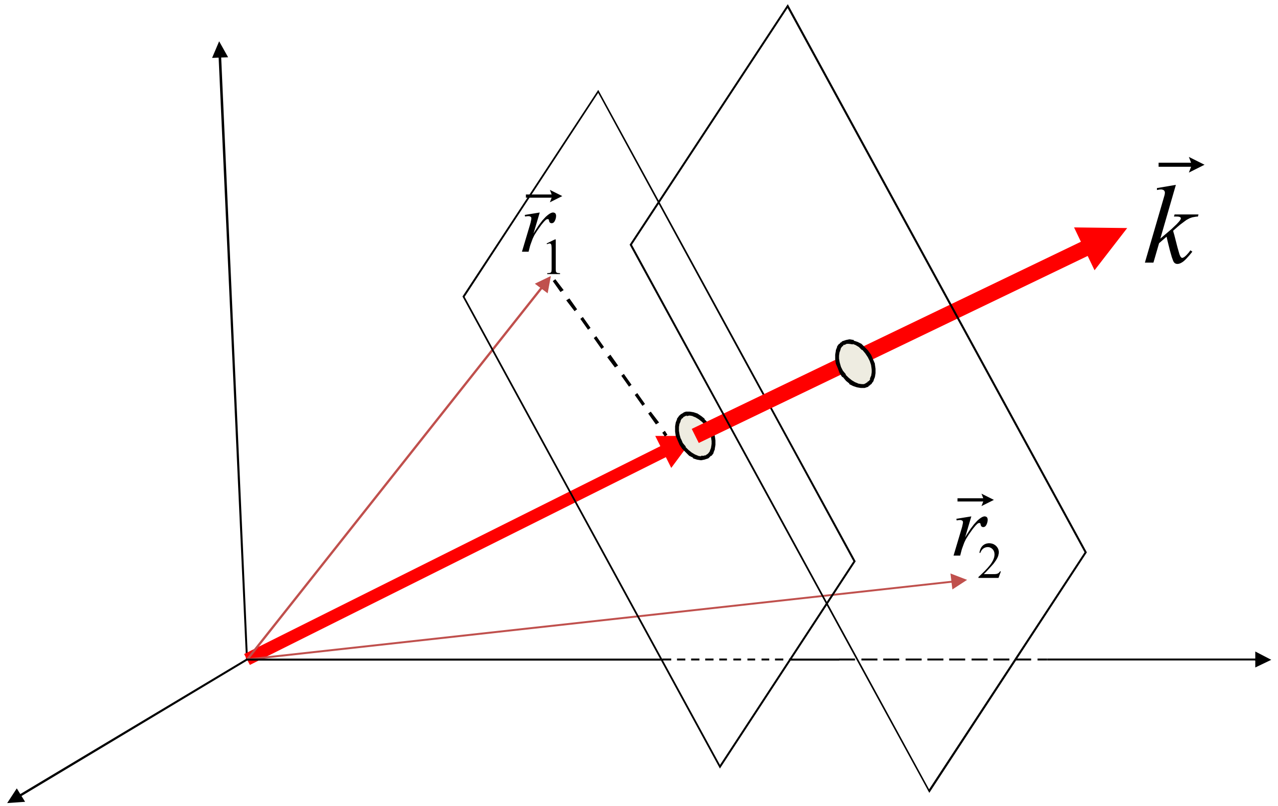
φ_0为原点的初位相

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

对波场相位函数的理解：

波场中一点 (x,y,z)处的相位为 $\varphi(x,y,z)=\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_0$

$\vec{k}\cdot\vec{r}$ 的物理含义： $\vec{r}$向$\vec{k}$方向上的投影，即$\vec{r}$在$\vec{k}$方向上的相位改变。



1.4 平面波和球面波的复振幅描述

波矢的方向角表示：

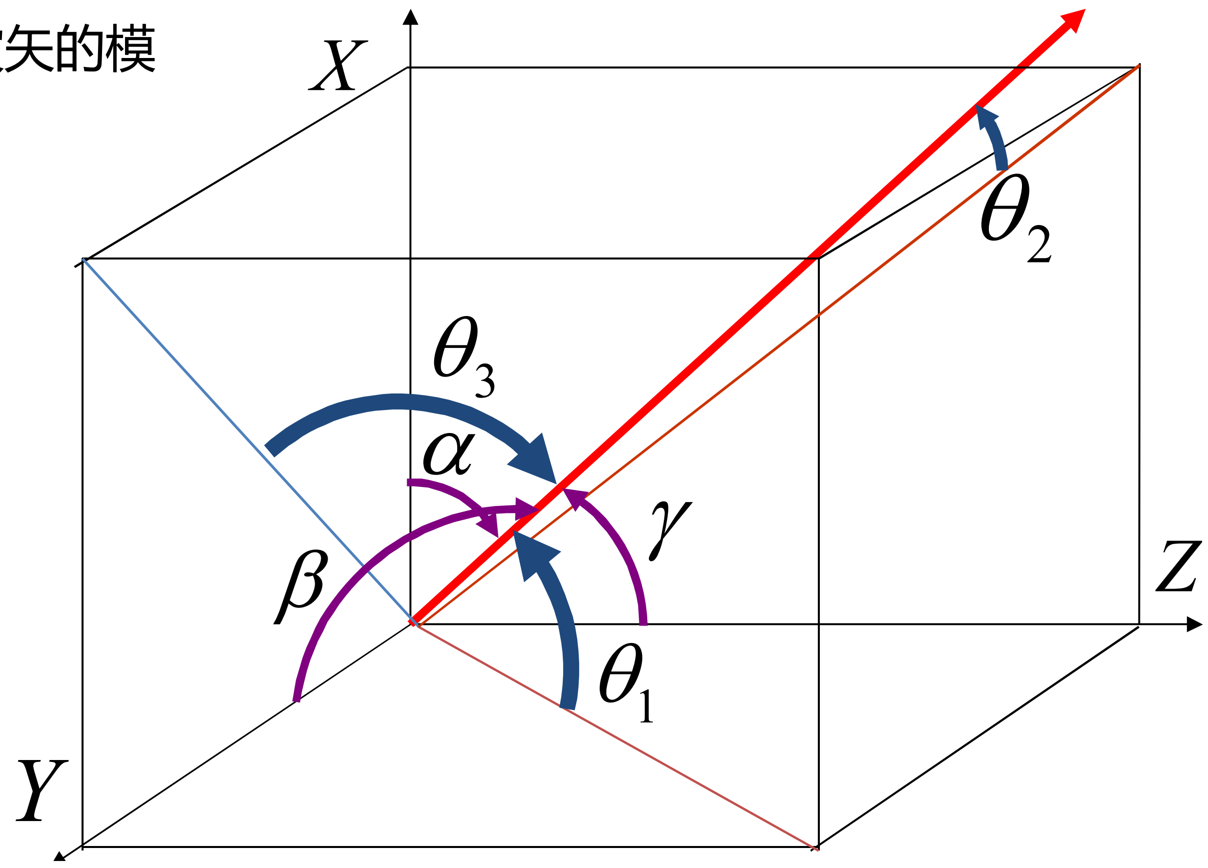
- 在数学中常用方向余弦表示矢量的方向，即用矢量与坐标轴间的夹角表示

$$\vec{k} = k(\cos\alpha \boldsymbol{e}_x + \cos\beta \boldsymbol{e}_y + \cos\gamma \boldsymbol{e}_z)$$

- 在光学中习惯上也常采用波矢与平面间的夹角表示矢量的方向

$$\vec{k} = k(\sin\theta_1 \boldsymbol{e}_x + \sin\theta_2 \boldsymbol{e}_y + \sin\theta_3 \boldsymbol{e}_z)$$

$k = 2\pi/\lambda$ 为波矢的模



1.4 平面波和球面波的复振幅描述

相位的描述

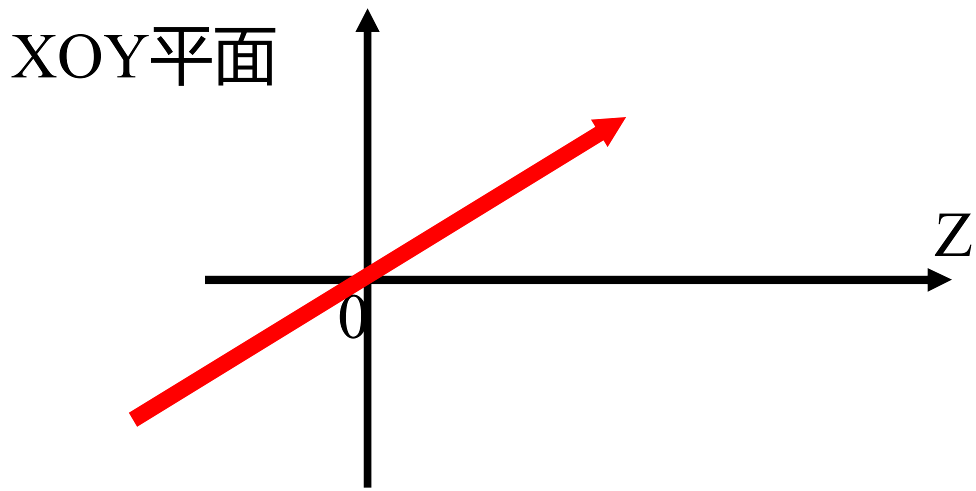
$$\varphi(x,y,z)=\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_0$$

$$\vec{k}=k(\sin\theta_1\boldsymbol{e}_x+\sin\theta_2\boldsymbol{e}_y+\sin\theta_3\boldsymbol{e}_z)\qquad \vec{r}=x\boldsymbol{e}_x+y\boldsymbol{e}_y+z\boldsymbol{e}_z$$

$$\varphi(x,y,z)=k(x\sin\theta_1+y\sin\theta_2+z\sin\theta_3)+\varphi_0$$

通常取一平面在z=0处，则该平面上的相位分布为

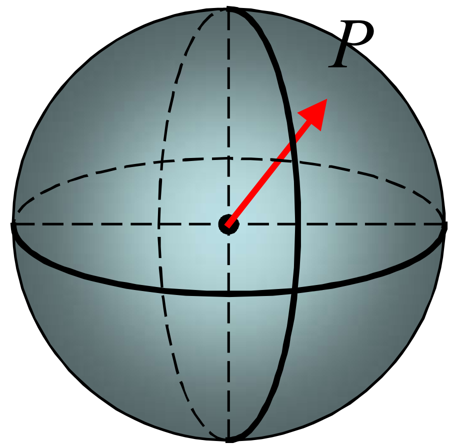
$$\varphi(x,y,0)=k(x\sin\theta_1+y\sin\theta_2)+\varphi_0$$



1.4 平面波和球面波的复振幅描述

球面波：

从点源发出或向点源汇聚。



- 振幅反比于场点到振源的距离（能量守恒）

$$A(P) = a / r$$

- 位相是场点到振源距离的线性函数

$$\varphi(P) = kr + \varphi_0$$

球面波可描述为： $U(p,t) = \dfrac{a}{r}\cos\left[\omega t - kr - \varphi_0\right]$ $\tilde{U}(p) = \dfrac{a}{r}e^{i(kr+\varphi_0)}$

其中： $k = 2\pi / \lambda$为波矢的模，r为场点到振源的距离

φ_0为原点的初位相

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

平面波:

$$U(p,t) = A\cos\left[\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} - \varphi_0\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\tilde{U}(p) = Ae^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}+\varphi_0\right)}$$

球面波:

$$U(p,t) = \frac{a}{r}\cos\left[\omega t - kr - \varphi_0\right]$$

$$\Downarrow$$

$$\tilde{U}(p) = \frac{a}{r}e^{i\left(kr+\varphi_0\right)}$$

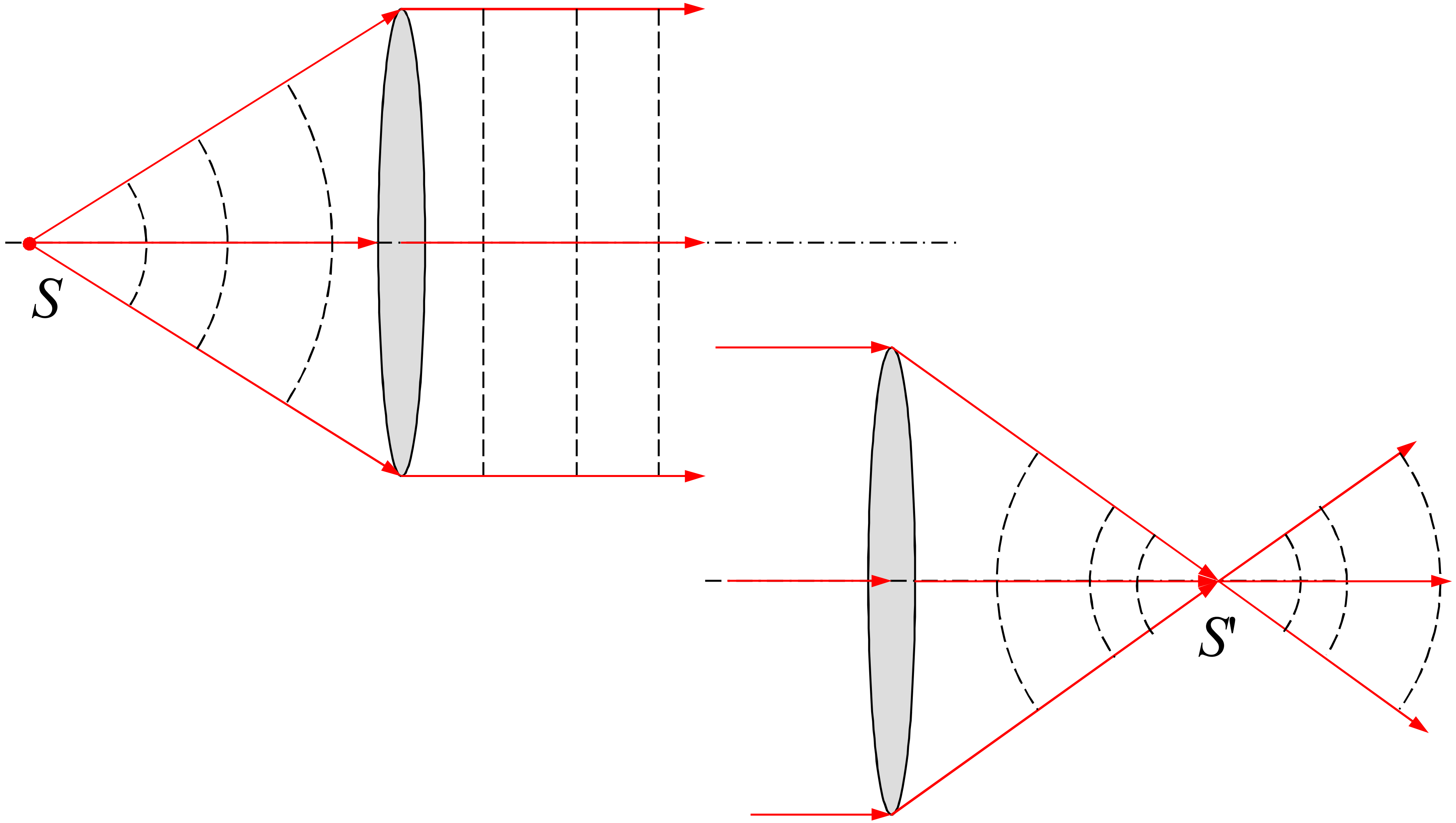
- 以下几种形式都是可以根据需要使用的

$$U(P,t) = A\cos[\omega t - \varphi(P)] \quad U(P,t) = A\cos[\varphi(P) - \omega t]$$

$$\tilde{U}(P) = A(P)\mathrm{e}^{i[\varphi(P)-\omega t]} \qquad \tilde{U}(P) = A(P)\mathrm{e}^{-i[\varphi(P)-\omega t]}$$

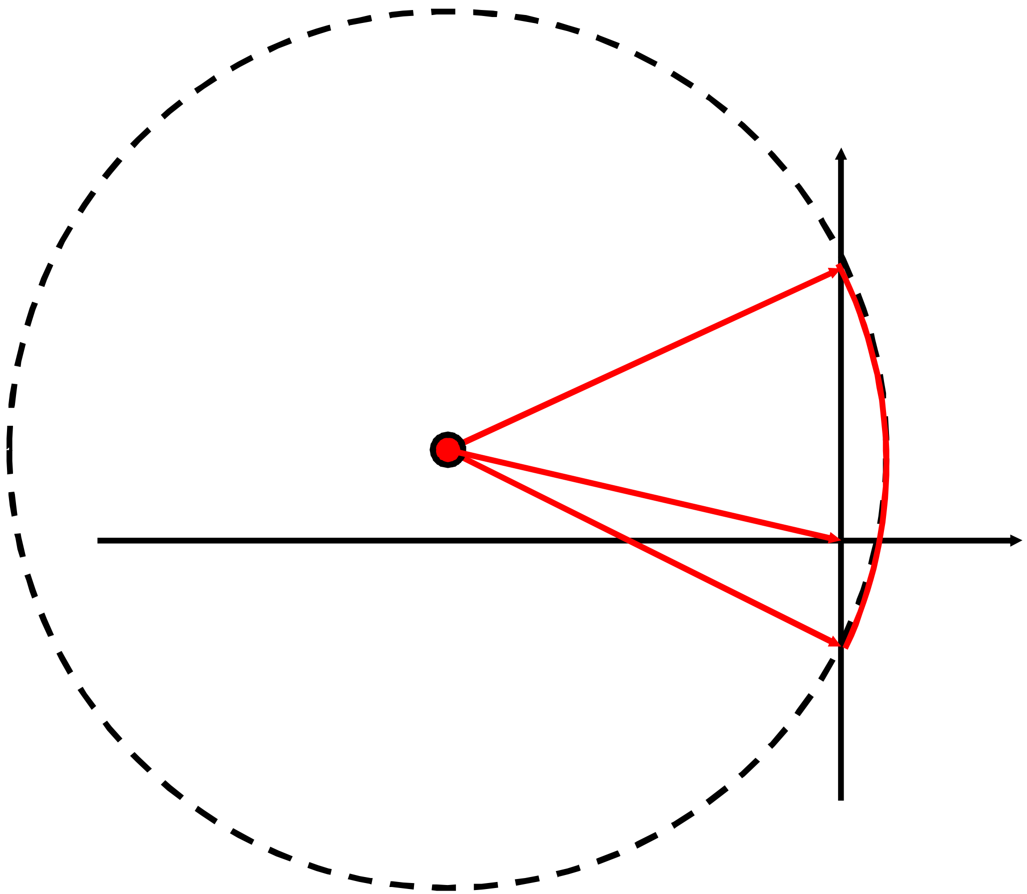
1.4 平面波和球面波的复振幅描述

球面波举例：发散或汇聚的球面波



1.4 平面波和球面波的复振幅描述

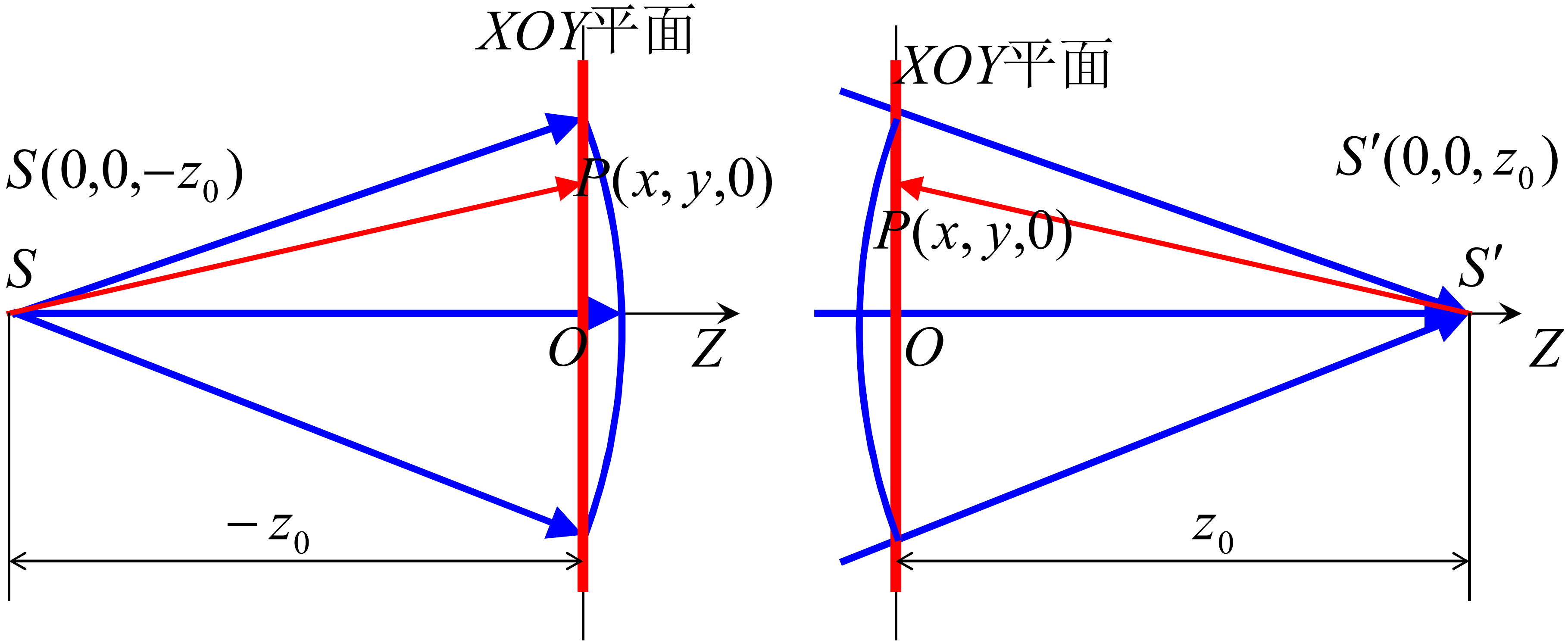
球面波举例：



在一个平面（观察平面）上，球面波的位相分布不是恒定值。

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

球面波举例:



轴上一点发散和汇聚的球面波

$$r=\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2+(0\pm z_0)^2}=\sqrt{x^2+y^2+z_0{}^2}$$

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

球面波举例：

（0，0，z_0）发出的球面波在（x，y，0）平面的振动为

$$\tilde{U}_+(x,y,0)=\frac{A}{\sqrt{x^2+y^2+{z_0}^2}}\cos[\omega t-k\sqrt{x^2+y^2+{z_0}^2}-\varphi_0]$$

（0，0，-z_0）处发出的球面波在（x，y，0）平面上的振动同样是

$$\tilde{U}_-(x,y,0)=\frac{A}{\sqrt{x^2+y^2+{z_0}^2}}\cos[\omega t-k\sqrt{x^2+y^2+{z_0}^2}-\varphi_0]$$

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

球面波举例：

向（0，0，z_0）点汇聚的球面波为

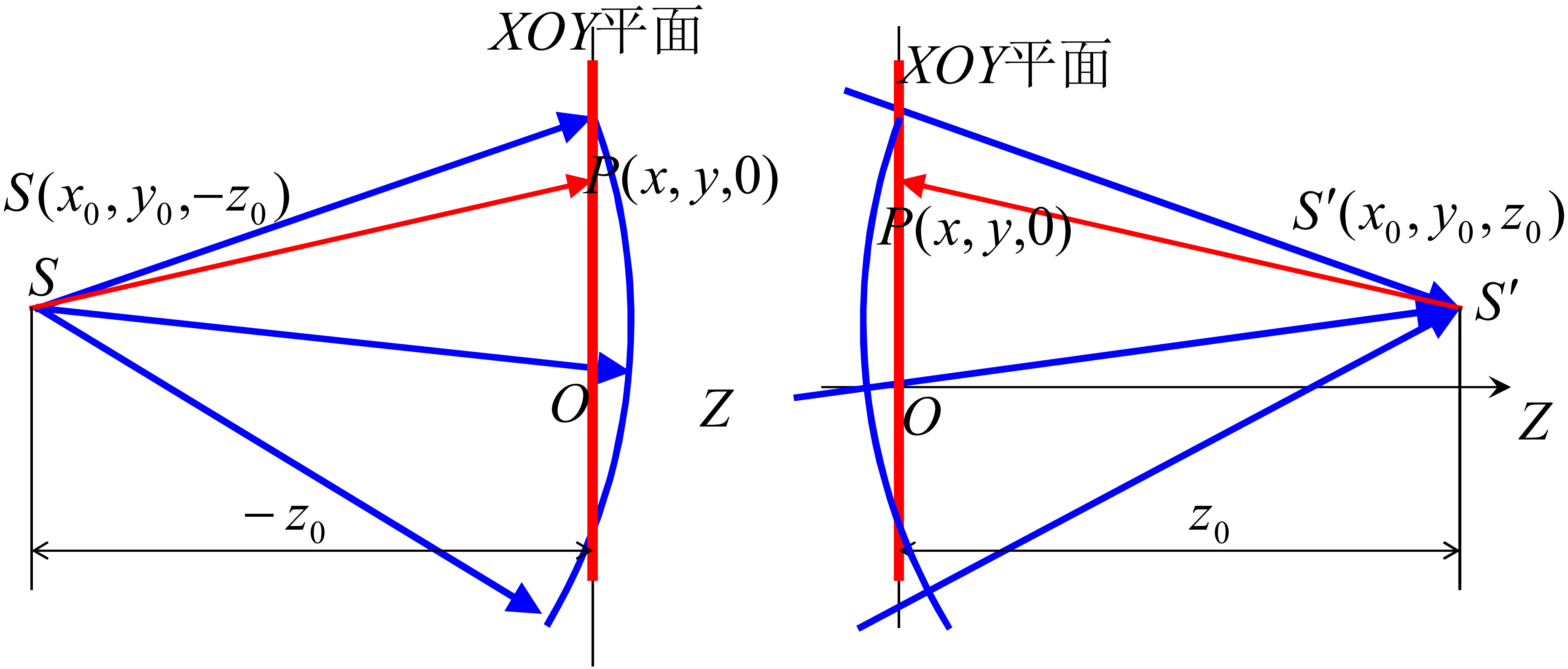
$$\tilde{U}_{+}^{*}(x,y,0)=\frac{A}{\sqrt{x^2+y^2+z_0{}^2}}\cos[\omega t+k\sqrt{x^2+y^2+z_0{}^2}-\varphi_0]$$

向（0，0，-z_0）点汇聚的球面波为

$$\tilde{U}_{-}^{*}(x,y,0)=\frac{A}{\sqrt{x^2+y^2+z_0{}^2}}\cos[\omega t+k\sqrt{x^2+y^2+z_0{}^2}-\varphi_0]$$

1.2 定态光波的概念

球面波举例—轴外



轴外一点发散和汇聚的球面波

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (0 \pm z_0)^2}$$

1.4 平面波和球面波的复振幅描述

球面波举例—轴外

如果点光源在轴外（x_0，y_0，$\pm z_0$），则发出和汇聚的球面波在$xy0$平面上的电矢量分别为

$$U_{\pm}(x,y,0)=\frac{A}{\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+z_0{}^2}}$$

$$\cos[\omega t-k\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+z_0{}^2}-\varphi_0]$$

$$U_{\pm}{}^{*}(x,y,0)=\frac{A}{\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+z_0{}^2}}$$

$$\cos[\omega t+k\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+z_0{}^2}-\varphi_0]$$

1.5 强度的复振幅描述

光强 I 是光通量密度的平均值：

$$I=\left\langle\left|\vec{S}(t)\right|\right\rangle_T=\left\langle\left|\vec{E}(t)\times\vec{H}(t)\right|\right\rangle_T=\frac{1}{2\mu_r\mu_0}\sqrt{\varepsilon_r\mu_r\varepsilon_0\mu_0}E(t)^2$$

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}},v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r\varepsilon_0\mu_0}}\Rightarrow n=\frac{c}{v}=\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$$

$$I=\frac{n}{2c\mu_r\mu_0}E(t)^2\propto\left\langle\left|\sqrt{\varepsilon_r}\vec{E}(t)\right|^2\right\rangle_T\approx\frac{1}{2}nA^2$$

考虑到在光频段，介质分子的磁化机构几乎冻结，磁导率 $\mu\approx 1$

在同一介质中 $n/2$ 为常数，所以 $I\propto A^2$

一般我们只关心光强的相对分布，所以取

$$I(P)=A(P)^2=\left|U(P)\right|^2=\tilde{U}(P)\tilde{U}^*(P)$$

如果存在多种不同折射率的介质，则应加上折射率因子。

本节重点

1. 光波的复振幅描述

2. 平面波和球面波的复振幅表达式

作业

P147-148 3,5,6 （重排版p108）

思考题：

1、请思考无线电波和光波的异同之处。

第二章 波动光学基本原理

第二节 波前

第二节 波前

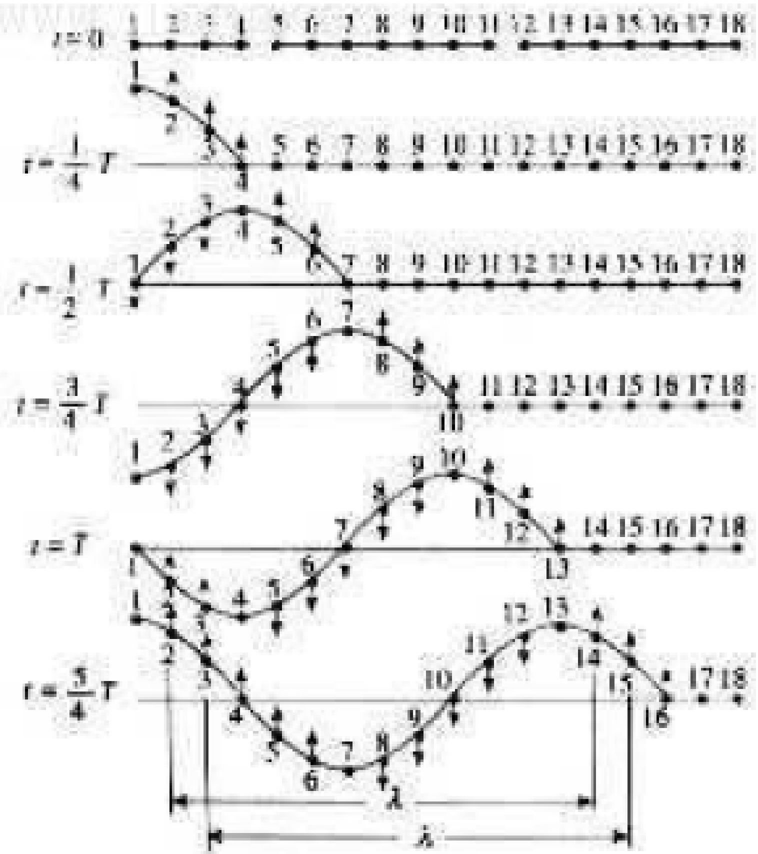
2.1 波前的概念

2.2 傍轴条件和远场条件（轴上物点）

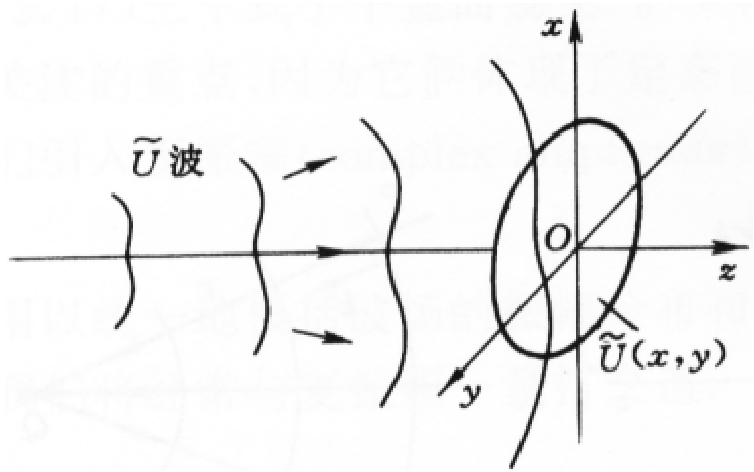
2.3 傍轴条件和远场条件（轴外物点）

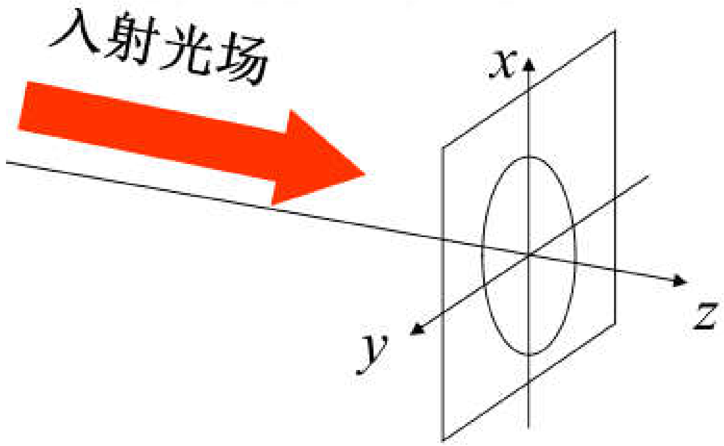
2.4 高斯光束

2.1 波前的概念



冲击波的波前



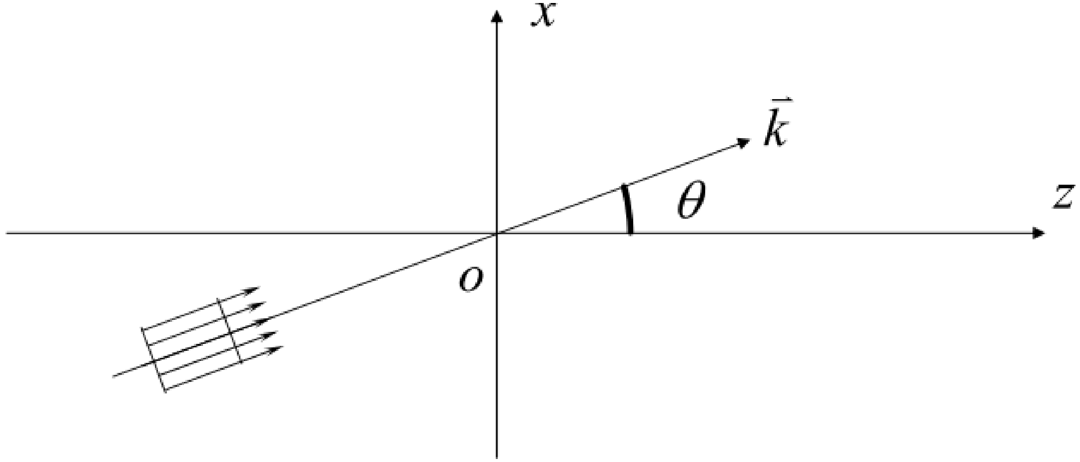


波前：波场中的任一曲面。更多地指一个平面，如记录介质、感光底片、接收屏幕等。

共轭波(conjugate wave)：在某一波前上互为复数共轭的两列波。

2.1 波前的概念

例：平面波的波前。一列平面波，传播方向平行于x-z面，与z轴成倾角θ，求波前z=0面上的复振幅分布



三个波矢分量： $k_x = k\sin\theta$， $k_y = 0, k_z = k\cos\theta$

当φ_0=0时： $\tilde{U}(x,y,z) = Ae^{ik(x\sin\theta + z\cos\theta)}$

在波前 z=0 上：

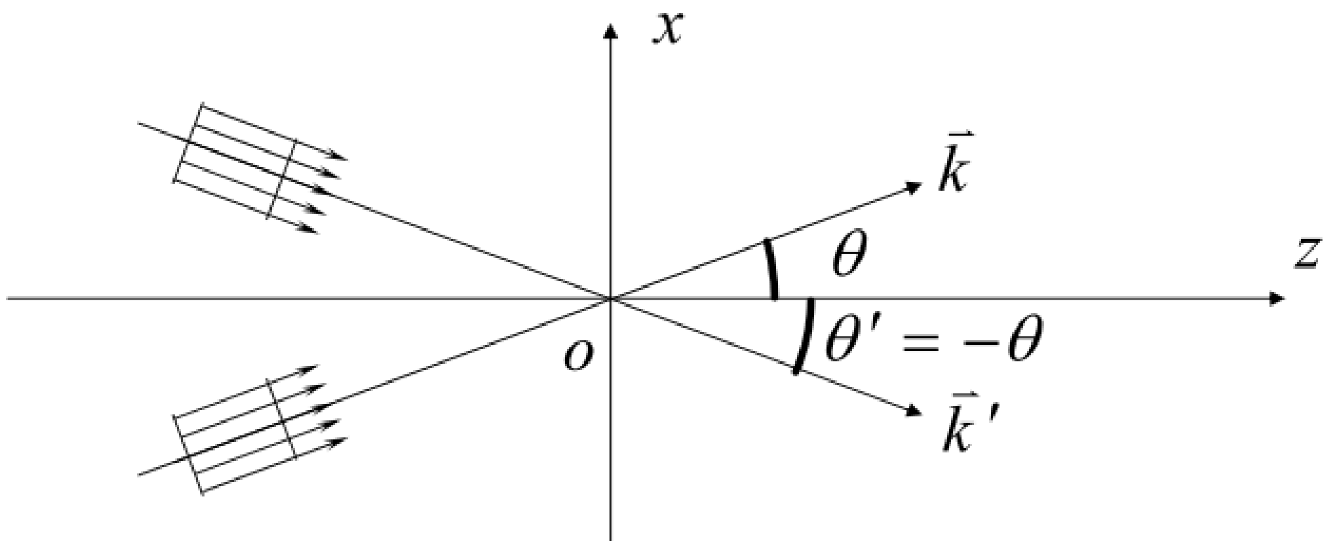
$$\tilde{U}(x,y) = Ae^{ikx\sin\theta}$$

2.1 波前的概念

上述平面波在波前 z=0 上的共轭波：

$$\tilde{U}^*(x,y) = Ae^{-ikx\sin\theta} = Ae^{ikx\sin(-\theta)}$$

x-z 平面内倾角 $-\theta$ 的平面波



2.1 波前的概念

关于共轭波

共轭波不是在波场中处处共轭，而仅仅是在波场中某一面（通常是接收屏平面）上点点共轭。

平面波的共轭波　　$z = 0$

$$\tilde{U} = A(P)\exp[ik(x\sin\theta_1 + y\sin\theta_2)] \qquad (\theta_1, \theta_2)$$

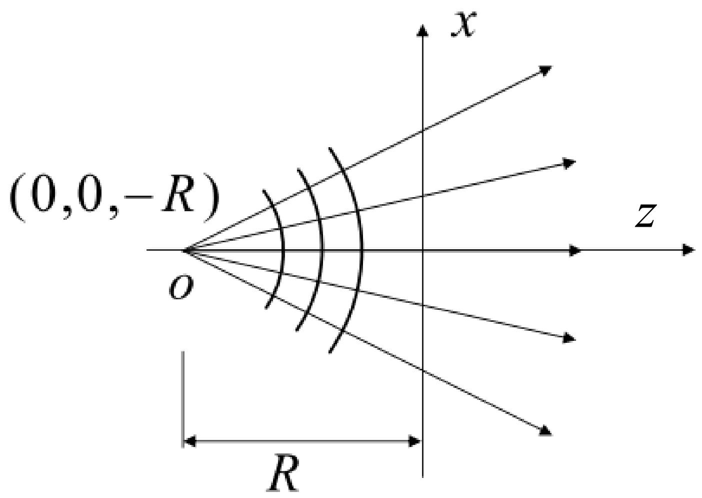
$$\tilde{U}^* = A(P)\exp\{ik[x\sin(-\theta_1) + y\sin(-\theta_2)]\} \quad (-\theta_1, -\theta_2)$$

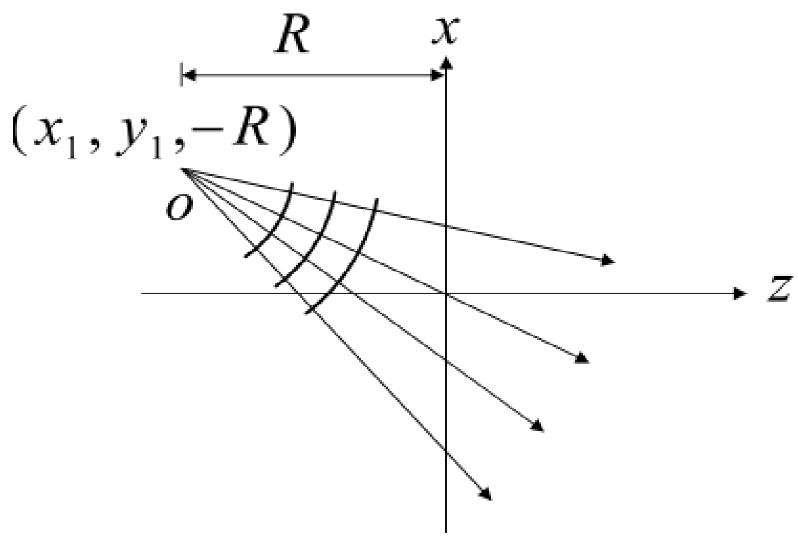
由于上述角度是波矢与平面间的夹角，所以不能认为两列波的方向相反

2.1 波前的概念

例：与 z=0 平面距离为R的两个物点在此平面上产生的复振幅分布，一个物点在轴上，另一个物点在轴外

$$\tilde{U}(x,y)=\frac{a}{\sqrt{x^2+y^2+R^2}}e^{ik\sqrt{x^2+y^2+R^2}}$$



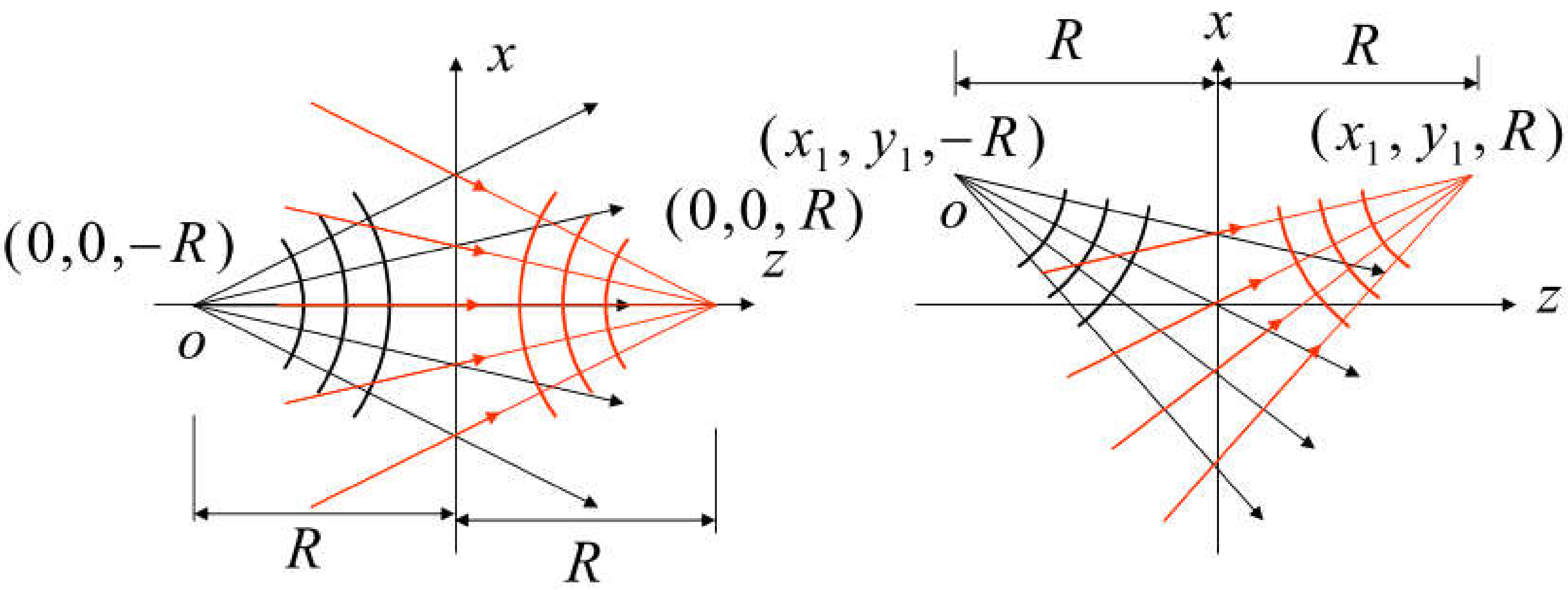


$$\tilde{U}(x,y)=\frac{a}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+R^2}}e^{ik\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+R^2}}$$

2.1 波前的概念

上述球面波的共轭波

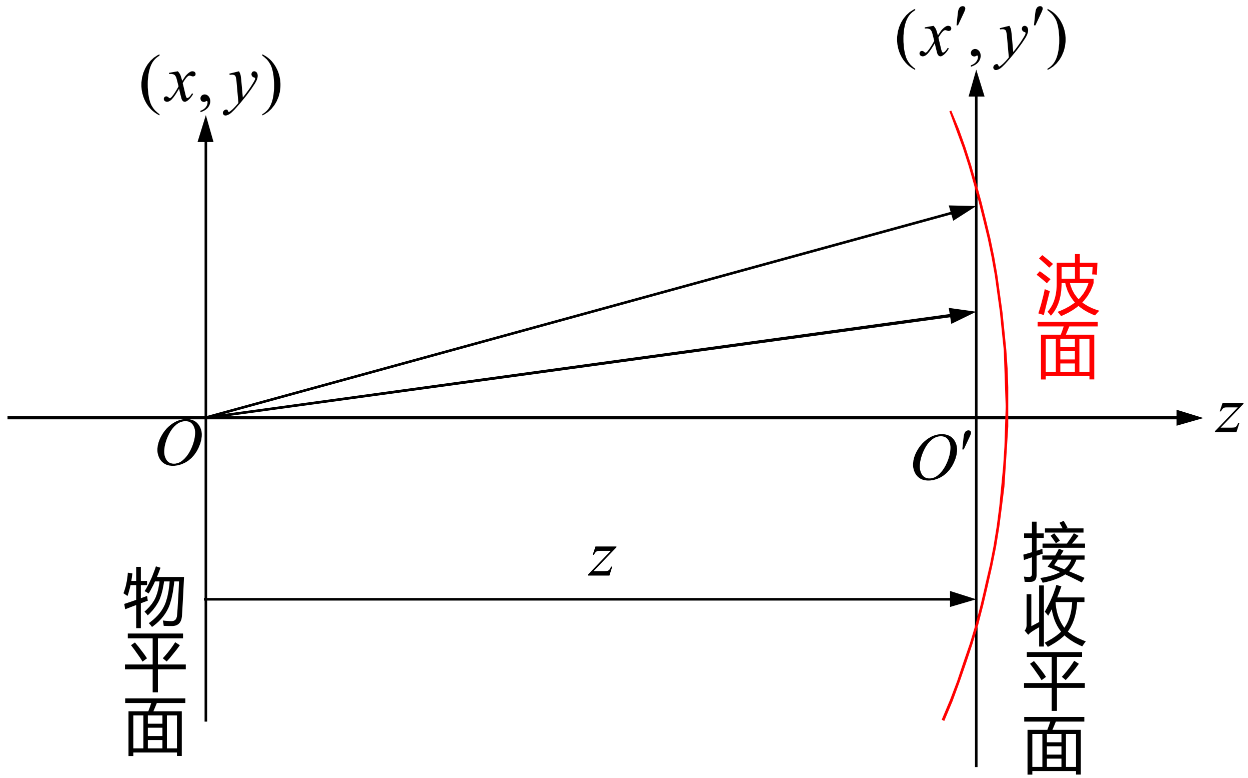
$$\tilde{U}(x,y)=\frac{a}{\sqrt{x^2+y^2+R^2}}e^{-ik\sqrt{x^2+y^2+R^2}}$$



$$\tilde{U}(x,y)=\frac{a}{\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+R^2}}e^{-ik\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+R^2}}$$

2.2 傍轴(paraxial)条件和远场(far field)条件（轴上物点）

- 接收器通常都是平面屏，光源多是球面波
- 在接收屏上不同位置，相位、振幅都不同



2.2 傍轴条件和远场条件（轴上物点）

问题：从物理（波动）的意义来考虑，点光源距离与波前线度之比达到什么程度，才能把球面波看做平面波?

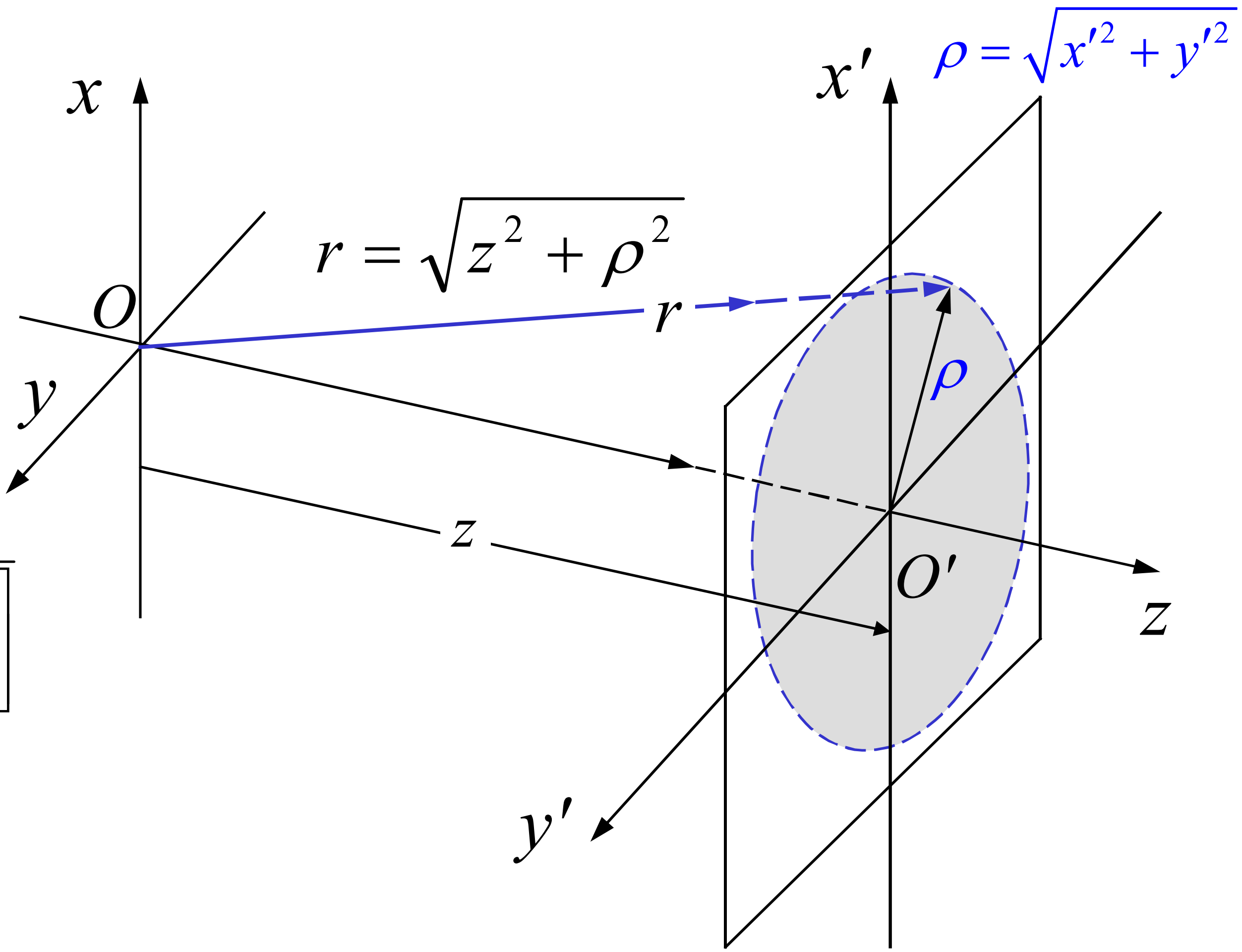
球面波的振幅

$$A(P)=\frac{a}{\sqrt{z^2+\rho^2}}$$

$$=\frac{a}{z}\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\rho}{z})^2}}$$

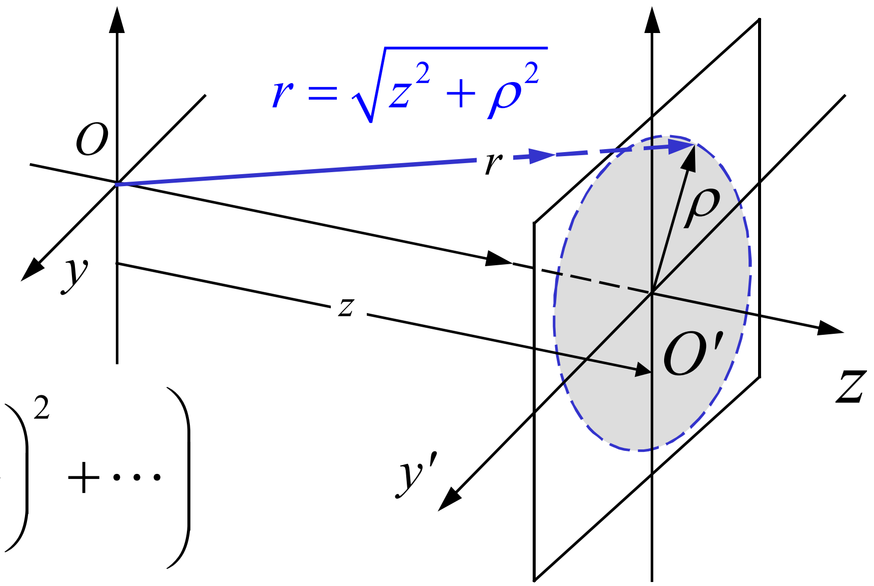
$$=\frac{a}{z\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{z}\right)^2+\cdots\right]}$$

$$\approx\frac{a}{z\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{z}\right)^2\right]}$$



2.2 傍轴条件和远场条件（轴上物点）

球面波的相位



$$\varphi(P)=\varphi(x',y')=kr=k\sqrt{z^2+\rho^2}$$

$$=kz\sqrt{1+\left(\frac{\rho}{z}\right)^2}=kz\left(1+\frac{\rho^2}{2z^2}+\frac{\rho^2}{2z^2}\left(\frac{\rho}{z}\right)^2+\cdots\right)$$

$$\approx k\left(z+\frac{\rho^2}{2z}\right)$$

$$\tilde{U}(x',y')\approx\frac{a}{z\left(1+\rho^2/2z^2\right)}e^{ik\left(z+\rho^2/2z\right)}$$

2.2 傍轴条件和远场条件（轴上物点）

$$\tilde{U}(x',y') \approx \frac{a}{z\left(1+\rho^2/2z^2\right)} e^{ik\left(z+\rho^2/2z\right)}$$

傍轴条件 $\rho^2/z^2 \ll 1$ 或 $z^2 \gg \rho^2$

$$\tilde{U}(x',y') \approx \frac{a}{z(1+\rho^2/2z^2)} e^{ik(z+\rho^2/2z)}$$

$$\approx \frac{a}{z} e^{ik(z+\rho^2/2z)}$$

具备平面波前的振幅特点，但不具备线性相因子条件，因此也称振幅条件。

远场条件 $k\rho^2/2z \ll \pi$ 或 $z \gg \rho^2/\underline{\lambda}$ 或 $\underline{z\lambda} \gg \rho^2$

$$\tilde{U}(x',y') \approx \frac{a}{z(1+\rho^2/2z^2)} e^{ik(z+\rho^2/2z)}$$

$$\approx \frac{a}{z(1+\rho^2/2z^2)} e^{ikz}$$

有波长物理量参与，
真正体现出波动性

相当于正入射平面波，但振幅系数不恒定，也称作相位条件。

2.2 傍轴条件和远场条件（轴上物点）

傍轴条件和远场条件的关系

两条件相互独立，究竟哪个的限制更强与具体情况（波长）有关。在光波波段，往往是远场条件蕴含傍轴条件。

当两条件同时满足时：

$$\tilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{ikz}$$

即为正入射的平面波。

2.2 傍轴条件和远场条件（轴上物点）

例

λ~0.5μm，ρ~1mm，估算满足傍轴条件、远场条件的距离

取>>为**50**倍：

傍轴： $z_1^2 = 50\rho^2$

$z_1 = \sqrt{50}\rho \approx 7mm$

远场蕴含傍轴

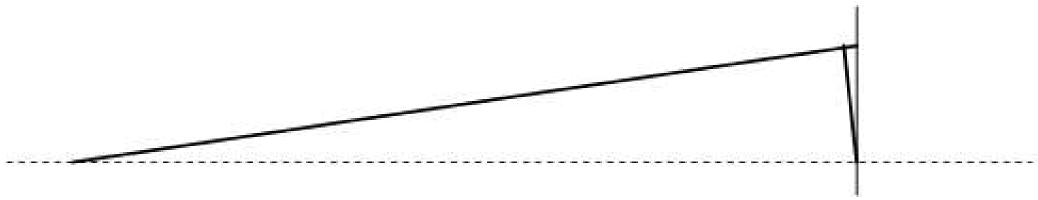
远场： $z_2 = 50\rho^2/\lambda \approx 100\ m$

λ~1m(声波)，**ρ~10cm**，估算满足傍轴条件、远场条件的距离

傍轴： $z_1 = \sqrt{50}\rho \approx 70\,cm$

傍轴蕴含远场

远场： $z_2 = 50\rho^2/\lambda \approx 50\,cm$



2.2 傍轴条件和远场条件（轴上物点）

例 天文望远镜的物镜口径为2160mm，用其观察多远的星光可以看做平行光?

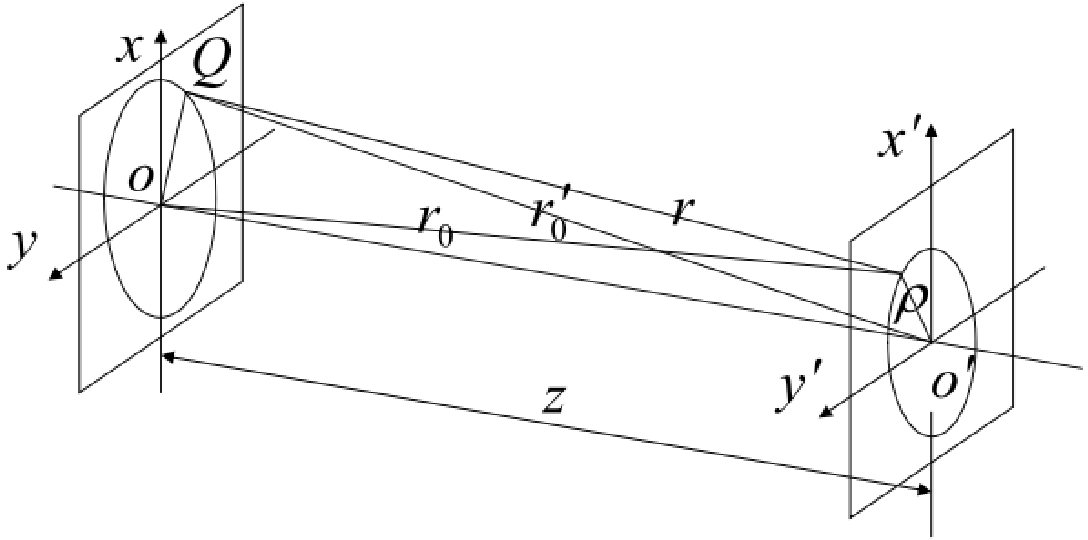
对于光波，远场距离通常远大于傍轴距离，满足远场条件，傍轴也自然得以满足。因此，该问题可以看做求远场的问题，设光波长为550nm，远场距离

$$z_f \approx 50\frac{\rho^2}{\lambda} = 50\times\frac{2160}{550\times10^{-6}}\times 2.16\text{m} \approx 4.24\times10^5\,\text{km}$$

该距离与月地距离相近（3.8×10^5km）

2.3 傍轴条件和远场条件（轴外物点）

$$\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{r}\exp[ikr] \qquad r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}$$



$$\tilde{U}(x', y') = \frac{a}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}} e^{ik\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}}$$

$$r_0 = \sqrt{x'^2 + y'^2 + z^2} \approx z + \frac{x'^2 + y'^2}{2z} \qquad r_0' = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z}$$

r_0 与场点离中心距离相关

r_0' 与物点离中心距离相关

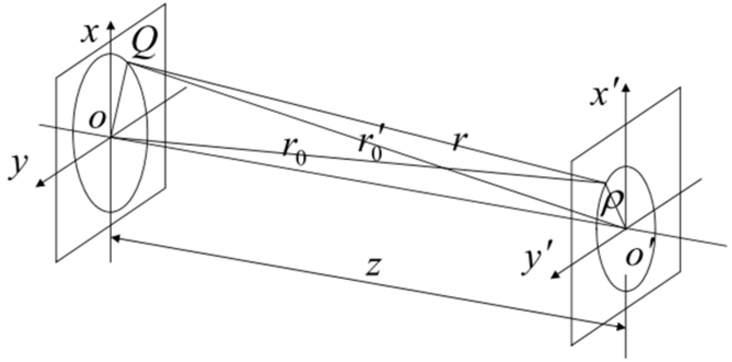
2.3 傍轴条件和远场条件（轴外物点）

$$r=\sqrt{\left(x-x'\right)^2+\left(y-y'\right)^2+z^2}$$

$$\approx z+\frac{x'^2+y'^2}{2z}+\frac{x^2+y^2}{2z}-\frac{xx'+yy'}{z}$$

$$=r_0+\frac{x^2+y^2}{2z}-\frac{xx'+yy'}{z}$$

或者 $$=r_0'+\frac{x'^2+y'^2}{2z}-\frac{xx'+yy'}{z}$$



$$r_0=z+\frac{x'^2+y'^2}{2z} \qquad r_0'=z+\frac{x^2+y^2}{2z}$$

2.3 傍轴条件和远场条件（轴外物点）

（1）物点、场点同时满足傍轴条件： $x^2, y^2, x'^2, y'^2 \ll z^2$

$$\tilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{ik\left(r_0 + \frac{x^2+y^2}{2z}\right)} e^{-i\frac{k}{z}(xx'+yy')}$$

$$\approx \frac{a}{z} e^{ik\left(r_0' + \frac{x'^2+y'^2}{2z}\right)} e^{-i\frac{k}{z}(xx'+yy')}$$

只有振幅满足平面波特点

（2）场点满足傍轴条件，物点同时满足傍轴和远场条件：

$$x^2, y^2, x'^2, y'^2 \ll z^2 \qquad \frac{x^2}{\lambda}, \frac{y^2}{\lambda} \ll z$$

$$\tilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{ikr_0} e^{-i\frac{k}{z}(xx'+yy')}$$

2.3 傍轴条件和远场条件（轴外物点）

（3）物点满足傍轴条件，场点同时满足傍轴和远场条件：

$$x^2, y^2, x'^2, y'^2 \ll z^2 \qquad \frac{x'^2}{\lambda}, \frac{y'^2}{\lambda} \ll z$$

$$\tilde{U}(x', y') \approx \frac{a}{z} e^{\underbrace{ikr_0'}_{\text{与场点坐标}x', y'\text{ 无关}}} e^{-i\frac{k}{z}\underbrace{(xx'+yy')}_{\text{位相是}x', y'\text{ 的线性函数}}}$$

接收平面上一斜入射的平面波，波矢方向是物点到接收平面中心的连线，其方向余弦是：

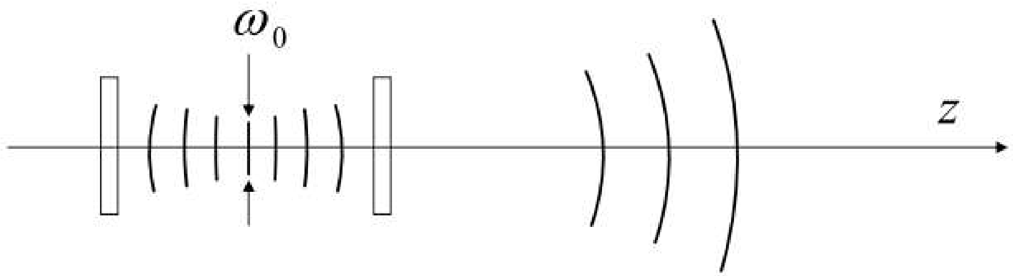
$$\cos\alpha' = -\frac{x}{z}, \quad \cos\beta' = -\frac{y}{z}$$

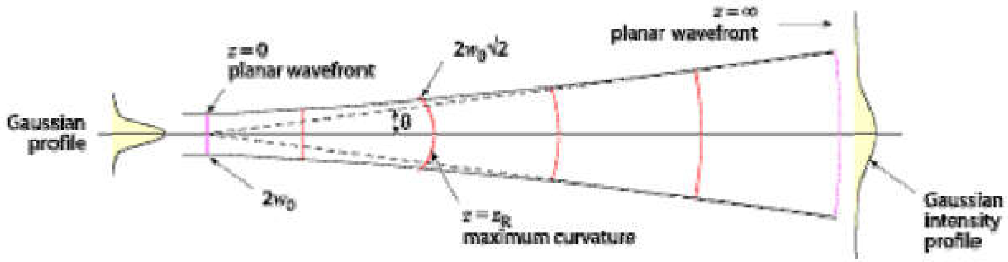
沿QO’方向。

傍轴条件、远场条件可看着球面波向平面波的转化。

2.4 高斯光束（Gaussian beam）

光学谐振腔(optical resonant cavity)内能够稳定存在的一种光场。





高斯光束在束腰（光腰）处是平面，除光腰之外，傍轴条件下的波面近似为球面，但在各处的曲率不等（$r(z)$不等于z，意味着球心不重合），越往远处曲率半径越大。在远场处，高斯光束才过渡为常规的球面波，光锥的中心正好在光腰处。

2.4 高斯光束（Gaussian beam）

高斯光束的复振幅描述为：

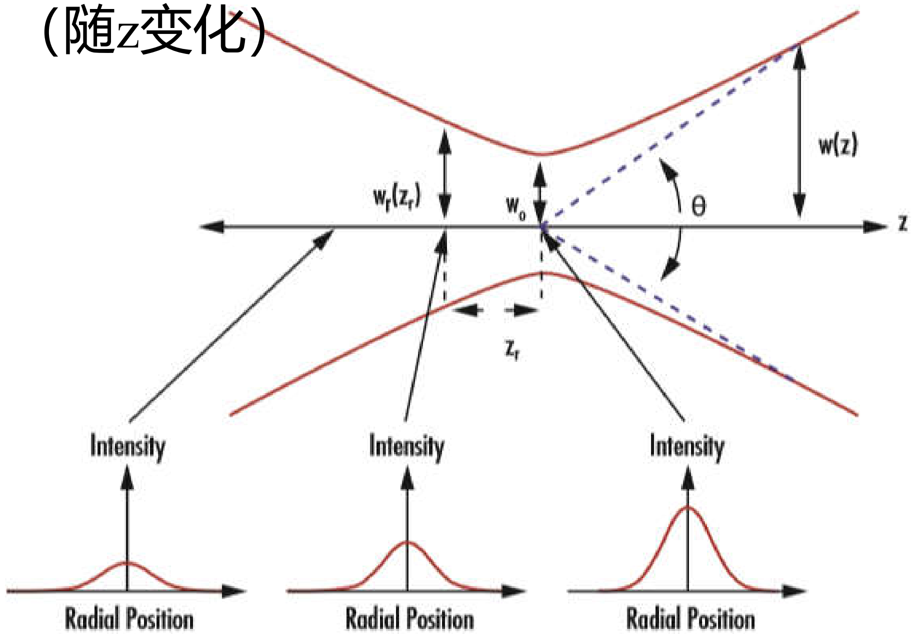
$$\tilde{U}(x,y,z)=\frac{A}{\omega(z)}e^{-\frac{x^2+y^2}{\omega^2(z)}}e^{-ik[\frac{x^2+y^2}{2r(z)}+z]+i\varphi(z)}$$

其中： $\omega(z)=\omega_0\left(1+\frac{\lambda^2 z^2}{\pi\omega_0^4}\right)^{1/2}$ 光束有效半径（随z变化）

$$r(z)=z\left(1+\frac{\pi\omega_0^4}{\lambda^2 z^2}\right)$$

ω_0 ：束腰(**beam waist**)

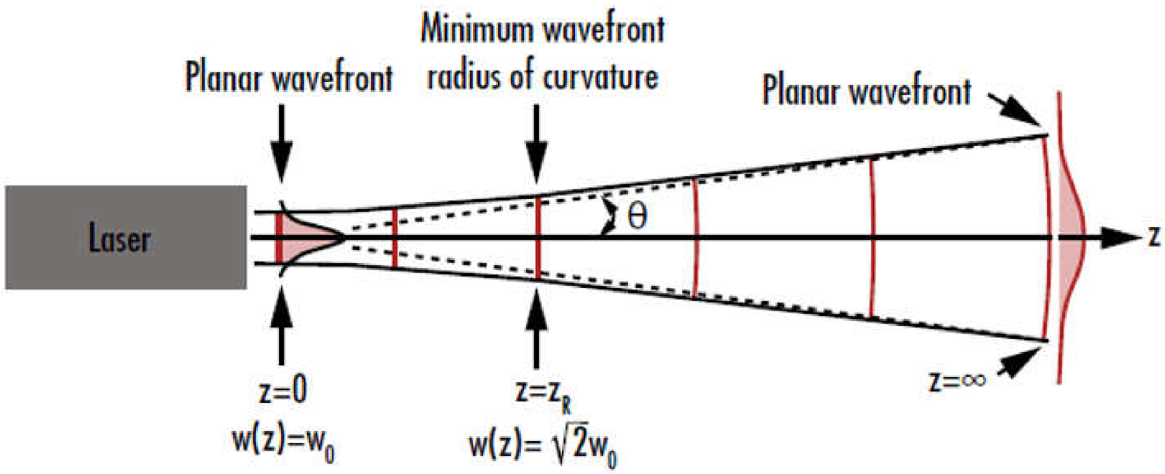
$\omega_0=\frac{\lambda}{\pi\theta}$ $\omega=\omega_0$ 时光束最细



位置和大小取决于谐振腔的特性（腔面曲率半径和腔长）

2.4 高斯光束（Gaussian beam）

瑞利距离（Rayleigh length）



指光束沿其行进方向，从其束腰位置到其面积为束腰面积两倍的截面的距离 Z_R。此时截面半径大约是 $\sqrt{2}$ 倍束腰半径。另一个常用参数是共焦参数（confocal parameter）或焦深(depth of focus)，是瑞利距离的两倍。

$$Z_R = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$$

上式一般需要满足条件： $$\omega_0 \geq \frac{2\lambda}{\pi}$$

本节重点

1. 波前的概念
2. 共轭波的概念和特性
3. 傍轴条件和远场条件的判断方法

作业

P159-160 1, 2 （重排p117）

思考题：
1、请思考波动光学的傍轴条件和几何光学的傍轴条件是否相同？