

# 第五章 傅里叶变换光学

## 第二节 正弦光栅的衍射

## 5.2 正弦光栅的衍射

### 5.2.1 空间频率的概念

### 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

### 5.2.4 夫琅禾费衍射的再认识

## 5.2.1 空间频率的概念

### 时间频率

时间频率指信号随时间的周期性变化（简谐振动）。

$$f(t+T) = f(t)$$

时间周期： $T$   $mT$

时间频率： $\nu = \frac{1}{T}$   $\nu_m = m \frac{1}{T}$

时间角频率： $\omega = 2\pi \frac{1}{T}$   $\omega_m = m 2\pi \frac{1}{T}$

### 空间频率

空间频率指某一面内光场随空间位置的周期性变化。

$$I(x+d) = I(x)$$

空间周期： $d$   $md$

空间频率： $f = \frac{1}{d}$   $f_m = m \frac{1}{d}$

空间角频率： $q = 2\pi \frac{1}{d}$   $q_m = m 2\pi \frac{1}{d}$   
波矢

### 频谱展开

周期信号  $f(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m e^{i\omega_m t}$ ,  $a_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-i\omega_n t} dt$

傅里叶级数—分立的谱线

任意信号  $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$ ,  $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega$

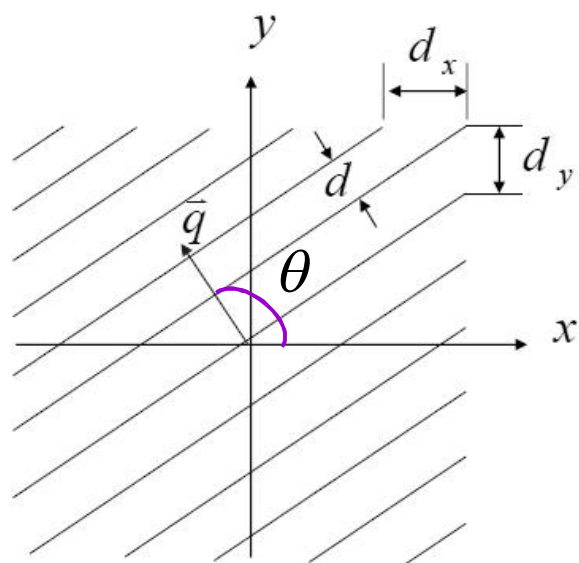
傅里叶变换—连续谱

物理意义：任意变化的信号可展开成一系列简谐振动的迭加。

## 5.2.1 空间频率的概念

### 空间频率的计算

$$\vec{q} = q_x \vec{e}_x + q_y \vec{e}_y = q \cos \theta \vec{e}_x + q \sin \theta \vec{e}_y$$



$$d_x = \frac{d}{\cos \theta} \quad d_y = \frac{d}{\sin \theta}$$

时间频率——一维、正值  
空间频率——二维、正负

$$d_x = \frac{2\pi}{q_x} = \frac{1}{f_x}$$

$$d_y = \frac{2\pi}{q_y} = \frac{1}{f_y}$$

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{d_x^2} + \frac{1}{d_y^2}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{q_x^2 + q_y^2}} = \frac{1}{q}$$

## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 正弦光栅的屏函数及对光场的作用

正弦光栅的屏函数  $\tilde{t}(x) = t_0 + t_1 \cos(2\pi fx + \varphi_0)$

若入射场为平行光正入射  $\tilde{U}_1(x) = A_1$

则透射场为： $\tilde{U}_2(x) = \tilde{U}_1(x)\tilde{t}(x)$

$$= A_1[t_0 + t_1 \cos(2\pi fx + \varphi_0)]$$

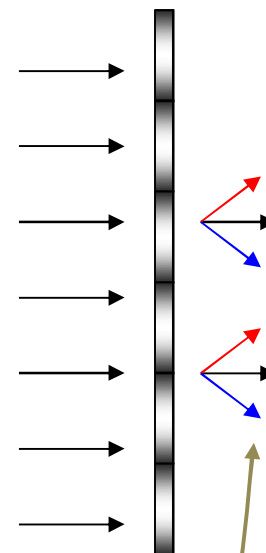
利用欧拉公式可得： $\cos(2\pi fx + \varphi_0) = \frac{1}{2}[e^{i(2\pi fx + \varphi_0)} + e^{-i(2\pi fx + \varphi_0)}]$

因此  $\tilde{U}_2(x) = A_1 t_0 + \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{i(2\pi fx + \varphi_0)} + \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{-i(2\pi fx + \varphi_0)}$

即  $\tilde{U}_2(x) = \tilde{U}_0(x) + \tilde{U}_{+1}(x) + \tilde{U}_{-1}(x)$

**物理意义：**正弦光栅将透射波变为三列**平面波**。

从傅里叶分析的角度来看，正弦光栅是任何衍射屏的基本组成部分。



## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 正弦光栅的三列衍射波的分析

三列透射波方向各不相同，以  $\tilde{U}_{+1}(x) = \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{i(2\pi f x + \varphi_0)}$

为例，分析其出射方向。其波矢为：

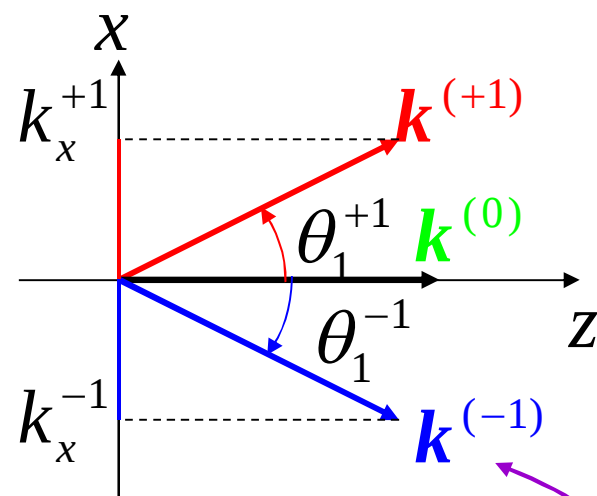
$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = k_x x + k_y y + k_z z = 2\pi f x = k_x^{(+1)} x$$

即：  $k_x^{(+1)} = 2\pi f$  由此可以得到

$$\sin \theta_1^{(+1)} = \frac{k_x^{(+1)}}{k^{(+1)}} = \frac{2\pi f}{\frac{2\pi}{\lambda}} = f \lambda$$

正弦光波衍射光场  $\tilde{U}_2(x) = A_1 t_0 + \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{i(2\pi f x + \varphi_0)} + \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{-i(2\pi f x + \varphi_0)}$  的三列出射光波

|      |                                                                        |    |                                   |
|------|------------------------------------------------------------------------|----|-----------------------------------|
| 0级波  | $\tilde{U}_0(x) = A_1 t_0$                                             | 方向 | $\sin \theta_0 = 0$               |
| +1级波 | $\tilde{U}_{+1}(x) = \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{i(2\pi f x + \varphi_0)}$  | 方向 | $\sin \theta_1^{+1} = f \lambda$  |
| -1级波 | $\tilde{U}_{-1}(x) = \frac{1}{2} A_1 t_1 e^{-i(2\pi f x + \varphi_0)}$ | 方向 | $\sin \theta_1^{-1} = -f \lambda$ |



## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 正弦光栅的制备方法

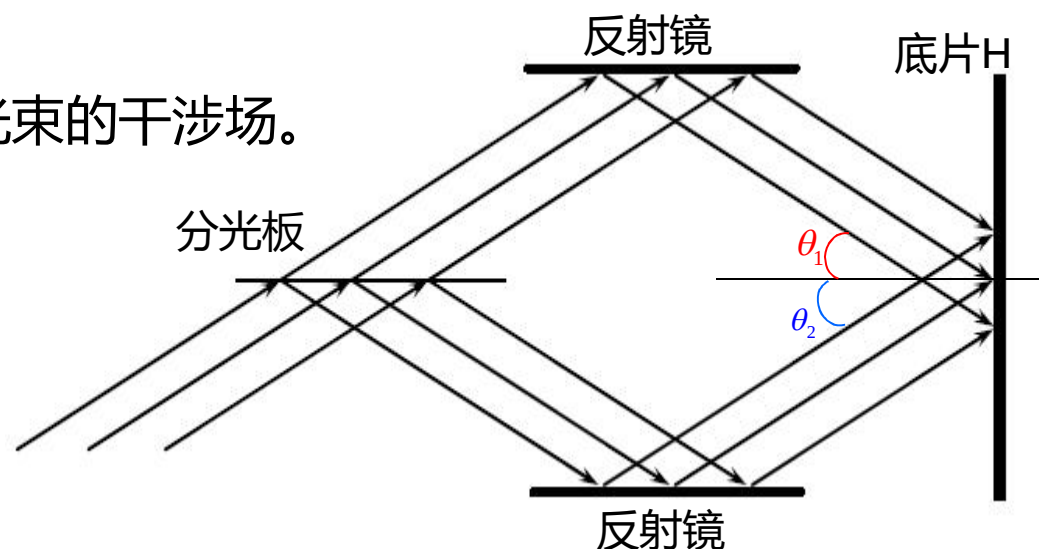
(1) 利用照相底片记录两束平行光束的干涉场。

干涉强度的分布函数为：

$$I(x, y) = I_0 [1 + \gamma \cos(2\pi fx + \varphi_0)]$$

其空间频率

$$f = \frac{1}{d} = \frac{\sin \theta_1 + \sin \theta_2}{\lambda}$$



(2) 显影定影——**线性冲印**。→ 是制备的关键，与所用材料、曝光温度和时间、显影定影的药液配方等都有关系。

冲洗后干板底片的透过率函数为： $\tilde{t}(x, y) \propto I(x, y)$

可写成： $\tilde{t}(x, y) = \alpha + \beta I(x, y) = t_0 + t_1 \cos(2\pi fx + \varphi_0)$

→  $\beta < 0$ ，负片； $\beta > 0$ ，正片；

→ 雾底，物理意义表示即使曝光强度 $I=0$ ，冲洗出来仍有一定透过率。

## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

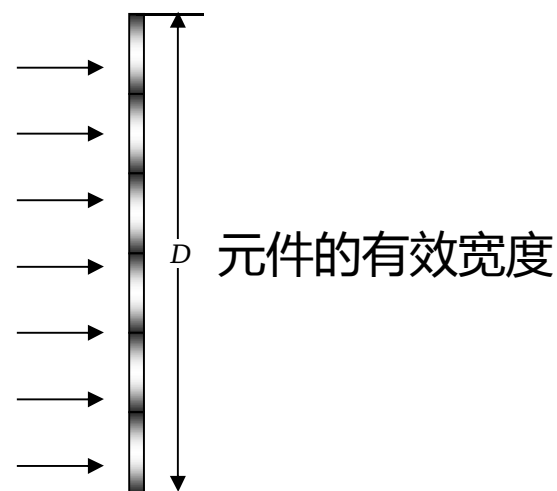
### 正弦光栅的有效宽度对其衍射场的影响

#### 窗函数

元件实际尺寸可以用一个孔型函数描述，称为窗函数。

$$\tilde{t}_w = \begin{cases} 1 & \text{窗口内} \\ 0 & \text{窗口外} \end{cases}$$

实际光学元件的屏函数应等于其完整的变换函数与窗函数的乘积，即  $\tilde{t}'_L = \tilde{t}_w \cdot \tilde{t}_L$



可以理解为首先经过一次完整的变换，再被窗函数的作用，使波前受限发生衍射，在相面上出现圆孔的夫琅禾费衍射场。

#### 分析思路

分析窗函数对角频率的影响，需要利用傅里叶变换的性质

$$f_1(x) \cdot f_2(x) \rightleftharpoons F\{f_1(x)\} * F\{f_2(x)\}$$

#### 窗函数作用的物理意义

窗函数使衍射场波次发生展宽。

$$\begin{cases} \Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{D} \\ \Delta\theta_{\pm 1} = \frac{\lambda}{D \cos \theta_{\pm 1}} \end{cases}$$

## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 正弦光栅的组合

#### (1) 平行密接 (相乘)

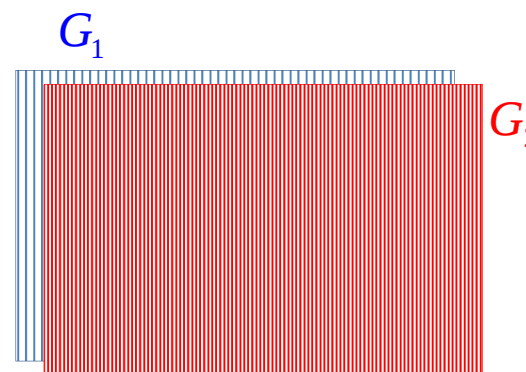
分析思路：光波场依次通过不同的正弦光栅，总的变换函数等于各光栅的变换函数相乘。

入射场

正入射平面波  $\tilde{U}_1 = A_1$

变换函数

$$\begin{cases} G_1 : t(x) = t_0 + t_1 \cos 2\pi f x & \text{低频} \\ G_2 : t'(x) = t'_0 + t'_1 \cos 2\pi f' x & \text{高频} \end{cases}$$



$$t_{12}(x) = t(x) \cdot t'(x) = t_0 t'_0 + t_0 t'_1 \cos 2\pi f' x + t_1 t'_0 \cos 2\pi f x + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f + f') x + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f - f') x$$

出射场

$$\tilde{U}_2(x, y) = \tilde{U}_1(x, y) \cdot \tilde{t}_{12}(x, y)$$

包含四个正弦光栅加一个直流分量

$$= A_1 [t_0 t'_0 + t_0 t'_1 \cos 2\pi f' x + t_1 t'_0 \cos 2\pi f x + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f + f') x + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f - f') x]$$

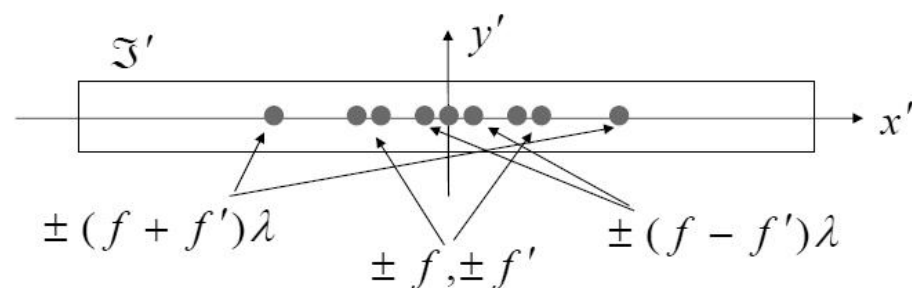
## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 正弦光栅的组合

#### (1) 平行密接 (续)

将在x轴上出现9个衍射斑，方向角分别为

$$\sin \theta = \begin{cases} 0 & (0 \text{ 级}) \\ \pm f\lambda & (f \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ \pm f'\lambda & (f' \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ \pm (f - f')\lambda & (\text{差频的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ \pm (f + f')\lambda & (\text{和频的 } \pm 1 \text{ 级}) \end{cases}$$



可以理解为入射光波长经过第一个光栅，分解为三列平面衍射波，其中每列波再经过第二个光栅，又分解为三个波列。因此，共有9个波列。

## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 正弦光栅的组合

#### (2) 正交密接 (相乘)

入射场

正入射平面波  $\tilde{U}_1 = A_1$

变换函数

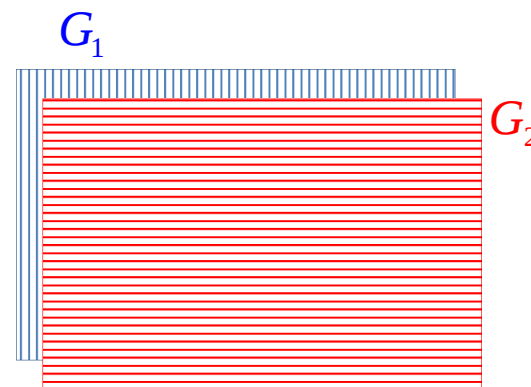
$$\begin{cases} G_1 : t(x) = t_0 + t_1 \cos 2\pi f x \\ G_2 : t(y) = t'_0 + t'_1 \cos 2\pi f' y \end{cases}$$

$$t_{12}(x) = t(x) \cdot t'(y) = t_0 t'_0 + t_0 t'_1 \cos 2\pi f' x + t_1 t'_0 \cos 2\pi f y + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f x + f' y) + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f x - f' y)$$

出射场

$$\tilde{U}_2(x, y) = \tilde{U}_1(x, y) \cdot \tilde{t}_{12}(x, y)$$

$$= A_1 [t_0 t'_0 + t_0 t'_1 \cos 2\pi f' x + t_1 t'_0 \cos 2\pi f y + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f x + f' y) + \frac{1}{2} t_1 t'_1 \cos 2\pi (f x - f' y)]$$



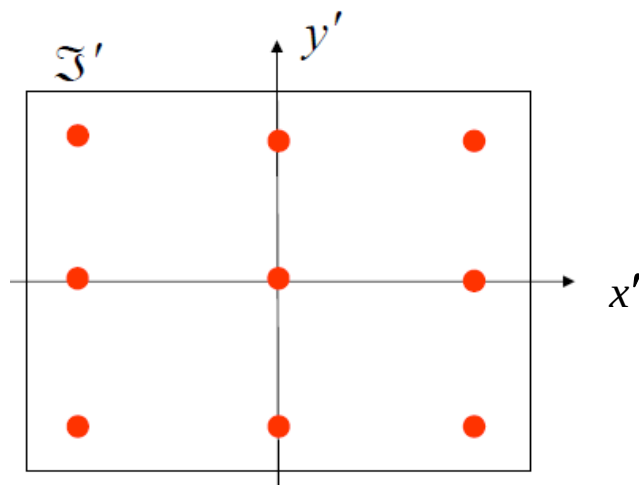
## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 正弦光栅的组合

#### (2) 正交密接(续)

光场分解结果—9个衍射光斑

$$(\sin \theta_1, \sin \theta_2) = \left\{ \begin{array}{ll} (0,0) & (0 \text{ 级}) \\ (\pm f\lambda, 0) & (f \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ (0, \pm f'\lambda) & (f' \text{ 的 } \pm 1 \text{ 级}) \\ \pm (f\lambda, -f'\lambda) \\ \pm (f\lambda, f'\lambda) \end{array} \right\} \text{交叉项的 } \pm 1 \text{ 级}$$



## 5.2.2 正弦光栅及其衍射图样

### 正弦光栅的组合

#### (3) 复合光栅 (相加)

光栅含有两种不同空间频率的成分。

$$t(x) = t_0 + t_1 \cos 2\pi f_1 x + t_2 \cos 2\pi f_2 x$$

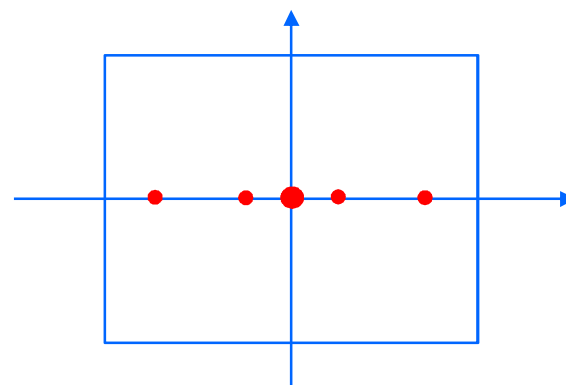
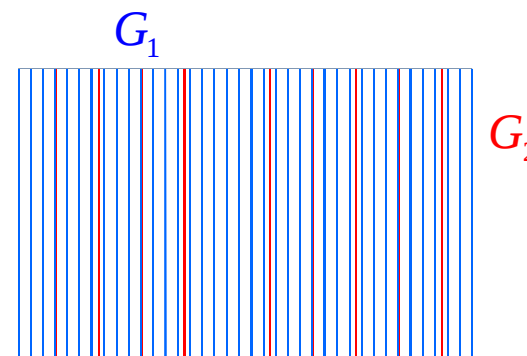
出射光场

$$\tilde{U}_2(x, y) = \tilde{U}_1(x, y) \cdot \tilde{t}_{12}(x, y) = A_1(t_0 + t_1 \cos 2\pi f_1 x + t' \cos 2\pi f' x)$$

$$\begin{cases} \sin \theta_0 = 0 & (0\text{级}) \\ \sin \theta_{\pm 1} = \pm f \lambda & (f\text{的}\pm 1\text{级}) \\ \sin \theta'_{\pm 1} = \pm f' \lambda & (f'\text{的}\pm 1\text{级}) \end{cases}$$

复合光栅的制备方法

多次曝光一次冲洗。



复合光栅的衍射光斑,  $f' = 3f$

## 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

### 任意光栅屏函数的傅里叶展开

空间周期函数的严格周期性  $\tilde{t}(x+d) = \tilde{t}(x)$

实际中会有窗函数的限制。在较大范围内具有周期性的函数被称为准周期函数。

处理思路：先将变换函数作为严格周期函数处理，必要时才考虑窗函数的影响。

严格周期函数展开的三种模式

(1) 正余弦展开

$$t(x) = t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos 2\pi f_m x + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin 2\pi f_m x$$

$f_1$  - 基频  
 $f_m = mf$  -  $m$ 次谐波

$$t_0 = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} t(x) dx$$

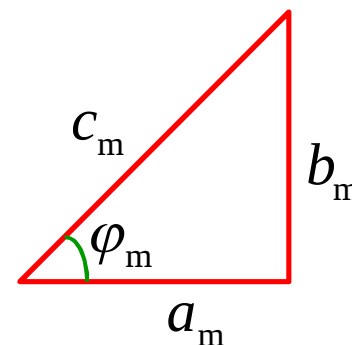
$$a_m = \frac{2}{d} \int_{-d/2}^{d/2} t(x) \cos 2\pi f_m x dx \quad b_m = \frac{2}{d} \int_{-d/2}^{d/2} t(x) \sin 2\pi f_m x dx$$

## 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

### 任意光栅屏函数的傅里叶展开

(2) 余弦相移式

$$\begin{aligned} t(x) &= t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos 2\pi f_m x + \sum_{n=1}^{\infty} b_m \sin 2\pi f_m x \\ &= t_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_m^2 + b_m^2} \left( \frac{a_m}{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}} \cos 2\pi f_m x + \frac{b_m}{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}} \sin 2\pi f_m x \right) \\ &= t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} c_m (\cos 2\pi f_m x \cos \varphi_m + \sin 2\pi f_m x \sin \varphi_m) \\ &= t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} c_m \cos(2\pi f_m x + \varphi_m) \\ c_m &= \sqrt{a_m^2 + b_m^2} \quad \varphi_m = \tan^{-1} \frac{b_m}{a_m} \end{aligned}$$



## 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

### 任意光栅屏函数的傅里叶展开

(3) 傅里叶级数展开

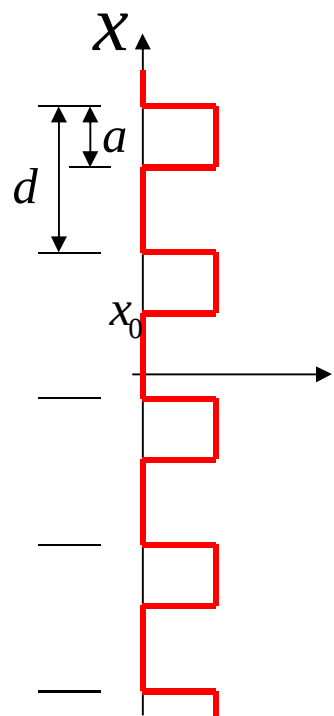
$$\begin{aligned} t(x) &= t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos 2\pi f_m x + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin 2\pi f_n x \\ &= t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \left( \frac{e^{i2\pi f_m x} + e^{-i2\pi f_m x}}{2} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \left( \frac{e^{i2\pi f_m x} - e^{-i2\pi f_m x}}{2i} \right) \\ &= t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_m - ib_m}{2} e^{i2\pi f_m x} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_m + ib_m}{2} e^{-i2\pi f_m x} \\ &= t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}}{2} e^{i2\pi f_m x - i\varphi_m} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}}{2} e^{-i2\pi f_m x + i\varphi_m} \\ &= t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}}{2} e^{i(2\pi f_m x - \varphi_m)} + \sum_{m=-1}^{-\infty} \frac{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}}{2} e^{i(2\pi f_m x - \varphi_m)} \\ &= t_0 + \sum_{m \neq 0} \frac{\sqrt{a_m^2 + b_m^2}}{2} e^{i(2\pi f_m x - \varphi_m)} = t_0 + \sum_{m \neq 0} \tilde{t}_m e^{i2\pi f_m x} \\ \text{其中 } \tilde{t}_m &= \frac{c_m}{2} e^{-i\varphi_m} = t_m e^{-i\varphi_m} = \frac{a_m - ib_m}{2} \quad \tilde{t}_m = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} t(x) e^{-i2\pi f_m x} dx \end{aligned}$$

当然也可以由余弦表达式和欧拉公式很简洁的得到复数表达式，此处推导的目的在于说明正弦余弦表达式更为基本。

## 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

### 黑白光栅屏函数的傅里叶展开

光栅常数为  $d$ ，透射缝宽为  $a$  的黑白光栅，其屏函数为：



$$t(x) = t(x+d) = \begin{cases} 1, & x_0 + md < x < x_0 + a + md \\ 0, & x_0 + a + md < x < x_0 + (m+1)d \end{cases}$$

使用正余弦展开

$$t(x) = t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos 2\pi f_m x + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin 2\pi f_m x$$

$$t_0 = \frac{1}{d} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dx = \frac{a}{d} \quad b_m = \frac{2}{d} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \sin(2\pi f_m x) dx = 0$$

$$a_m = \frac{2}{d} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos(2\pi f_m x) dx = \frac{1}{\pi f_m d} \sin(2\pi f_m x) \Big|_{-a/2}^{a/2}$$

$$= \frac{2 \sin(\pi f_m a)}{\pi f_m d} = \frac{a}{d} \frac{2 \sin \frac{m\pi a}{d}}{\frac{m\pi a}{d}}$$

## 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

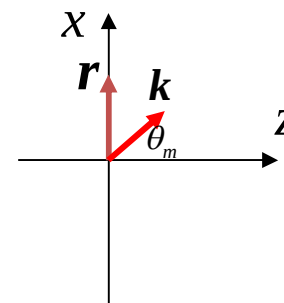
### 黑白光栅屏函数的傅里叶展开 (续)

$$t(x) = t_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos 2\pi f_m x + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin 2\pi f_m x$$
$$= \frac{a}{d} + \frac{a}{d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{m\pi a}{d}}{\frac{m\pi a}{d}} \cos 2\pi f_m x = \frac{a}{d} + \frac{a}{d} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{m\pi a}{d}}{\frac{m\pi a}{d}} \frac{e^{i2\pi f_m x} + e^{-i2\pi f_m x}}{2}$$

$$= \frac{a}{d} + \frac{a}{d} \sum_{m \neq 0} \frac{\sin \alpha_m}{\alpha_m} e^{i2\pi f_m x} \quad \text{其中} \quad \alpha_m = \frac{m\pi a}{d}$$

↑  
0级波

↑  
m级波



平面波的相位  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_x \cdot \mathbf{x} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta_m \cdot x = 2\pi f_m x$

m 级波的方向  $\sin \theta_m = \lambda f_m = \lambda \frac{m}{d} \Rightarrow d \sin \theta_m = m\lambda$  光栅方程

$$\alpha_m = \frac{m\pi a}{d} = \frac{\pi a \sin \theta_m}{\lambda} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_m}{\alpha_m} \quad \text{单缝衍射因子}$$

## 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

### 黑白光栅屏函数的傅里叶展开（续）

例

如果  $d = 2a$ ，平面波入射，求衍射场。

$$\begin{aligned}\tilde{U}_2(x) &= \tilde{U}_1(x)t(x) = A_1 \frac{a}{d} \left( 1 + \sum_{m \neq 0} \frac{\sin m\pi fa}{m\pi fa} e^{i2\pi mfx} \right) = \frac{A_1}{2} \left( 1 + \sum_{m \neq 0} \frac{\sin \frac{m\pi}{2}}{\frac{m\pi}{2}} e^{i2\pi mfx} \right) \\ &= \frac{A_1}{2} + \frac{A_1}{\pi} (e^{i2\pi fx} + e^{-i2\pi fx}) - \frac{A_1}{3\pi} (e^{i6\pi fx} + e^{-i6\pi fx}) + \frac{A_1}{5\pi} (e^{i10\pi fx} + e^{-i10\pi fx}) - \dots \\ &= \frac{A_1}{2} + \frac{2A_1}{\pi} \cos 2\pi fx - \frac{2A_1}{3\pi} \cos 2\pi \cdot 3fx + \frac{2A_1}{5\pi} \cos 2\pi \cdot 5fx - \dots\end{aligned}$$

2、4、... 缺级

黑白光栅可以看做无穷多级正弦光栅的叠加。

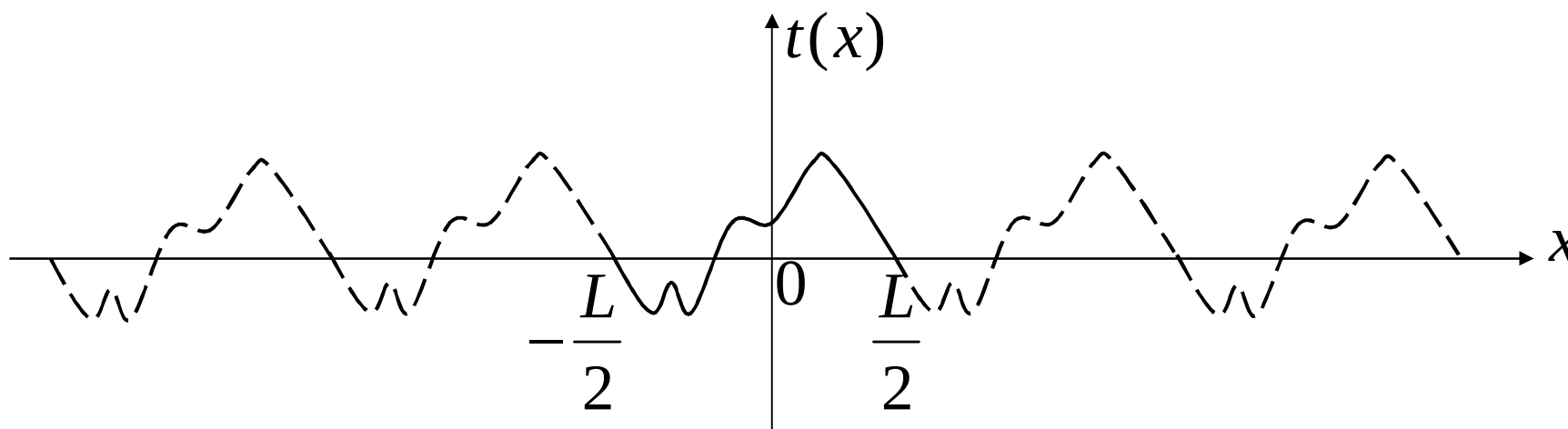
## 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

### 非周期函数的傅里叶展开

非周期性函数 $t(x)$ 定义域为 $(-L/2, L/2)$ ，处理方法：

Step1: 将 $(-L/2, L/2)$ 间的函数复制，则成为周期函数。

Step2：对复制后的函数，可以作傅立叶展开。



$$t(x) = t_0 + \sum_{m \neq 0} \tilde{t}_m e^{i2\pi f_m x} \quad f_m = mf = \frac{m}{L} \quad \tilde{t}_m = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} t(x) e^{i2\pi f_m x} dx$$

## 5.2.3 任意光栅的屏函数及其傅里叶展开

### 非周期函数的傅里叶展开（续）

对  $t(x) = t_0 + \sum_{m \neq 0} \tilde{t}_m e^{i2\pi f_m x}$  进行变换

$$\begin{aligned} t(x) &= t_0 + \sum_{m \neq 0} L \tilde{t}_m e^{i2\pi f_m x} \frac{1}{L} \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}_n e^{i2\pi f_n x} \frac{1}{L} \end{aligned}$$

$$f_m = mf = \frac{m}{L}$$

$$\tilde{t}_m = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} t(x) e^{i2\pi f_m x} dx$$

非周期性函数  $g(x)$ ，可视作周期为  $\infty$  周期性函数，此时

$$\text{空间频率 } \Delta f_m = f_m - f_{m-1} = \frac{1}{L} \xrightarrow{L \rightarrow \infty} 0$$

$$\text{因此 } t(x) = \sum_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}_m e^{i2\pi f_m x} \Delta f_m$$

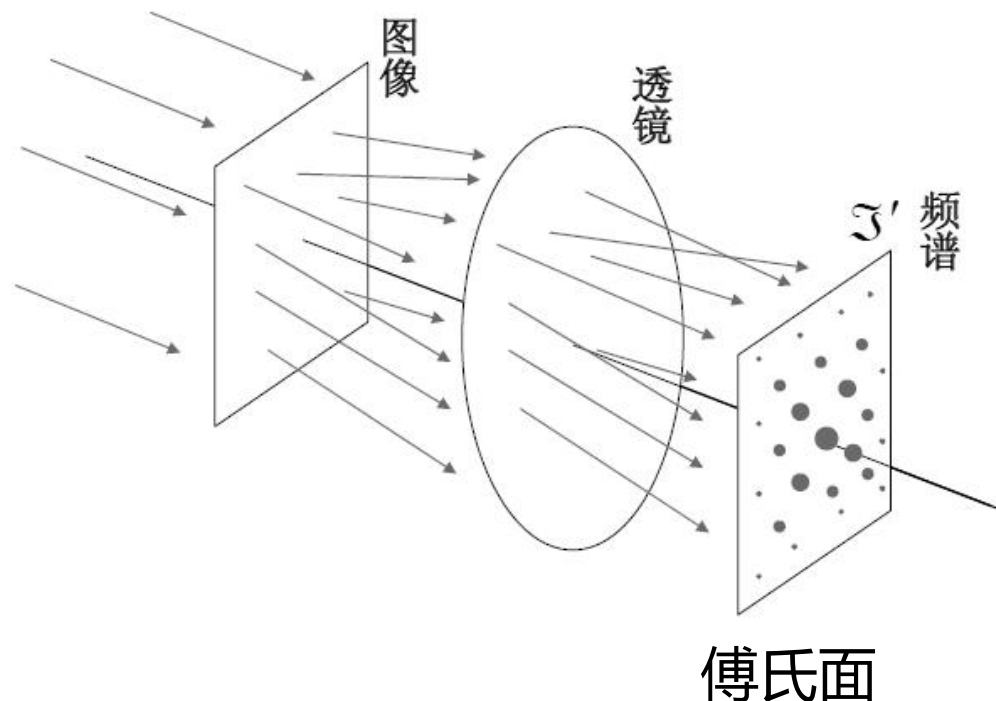
这时，上述求和变为积分，傅里叶级数变为傅里叶积分

$$t(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{T}_m e^{i2\pi f_m x} dx \quad \tilde{T}_m = \int_{-\infty}^{\infty} t(x) e^{-i2\pi f x} dx$$

## 5.2.4 夫琅禾费衍射的再认识

傅里叶分解的数学计算需要有对应的物理装置来实现

**Fraunhofer**衍射是衍射屏空间频率的频谱分析器——将一定空间频率的信息分解为一对特定方向的平面衍射波，在远场分离。



透镜后焦面的衍射光斑  
——图像的单频信息

- 角度  $\propto$  频率分量的高低
- 强度  $\propto \tilde{t}_m^2$  (傅里叶系数的平方)

**Fraunhofer**衍射系统成为傅里叶分析器的条件

- (1) 线性系统
- (2) 本征信息与傅里叶分解一致

可用于进行光学计算

## 5.2.4 夫琅禾费衍射的再认识

### 过高频信息产生的衰减波

$$k_x = k \sin \theta, k_z = k \cos \theta$$

当  $\sin \theta = f\lambda > 1$  时

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} = i\kappa$$

$$\text{其中: } \kappa = \sqrt{(f\lambda)^2 - 1}$$

$$\tilde{U}(x, y, z) = Ae^{-\kappa z} e^{i2\pi fx}$$

沿z方向衰减，衰减波

从傅里叶变换的角度理解：

- 用波长为 $\lambda$ 的光波对图像进行分析，无法在衍射场中得到空间频率  $f > 1/\lambda$  的信息。
- 也就是说，用衍射方法分析图像结构的分辨率只能达到照明光波的波长量级。
- 因此用X射线能够更精细的分析物质结构。

# 本节重点

1. 空间频率的概念（理解）
2. 正弦光栅的屏函数及对光场的作用（计算）
3. 任意光栅屏函数的傅里叶展开（计算）

# 作业

P67-2,4,7,9 ( 重排p304 )