



引力波与引力检验

赵文*, 牛睿

中国科学技术大学天文学系, 合肥 230026

* 联系人, E-mail: wzhao7@ustc.edu.cn

2024-01-29收稿, 2024-03-21修回, 2024-03-25接受, 2024-04-07网络版发表

国家自然科学基金(12325301, 12273035, 11773028)资助

摘要 引力检验的核心是通过观测数据来比较广义相对论和其他修改引力的预言,以期得到对理论的证伪或者对模型参数的限制. 致密双星并合的引力波是当前唯一被确定探测到的引力波源,它首次提供了一种在强引力场环境中检验引力理论的新手段. 本文针对该类引力波源,结合目前地基激光干涉仪引力波探测器的观测结果,介绍了利用引力波进行引力检验的基本方法,以及目前和未来可能得到的测量精度. 特别是,我们分别针对模型相关的检验方法和模型无关的检验方法,介绍了如何利用引力波来检验各种修改引力方案,包括Brans-Dicke引力、一般的屏蔽修改引力、一般的宇称破坏引力,以及如何利用引力波来检验引力波的相位参数、速度、色散关系、光度距离、极化模式及引力的宇称对称性等基本性质.

关键词 引力波, 引力检验, 广义相对论, 修改引力

1915年,爱因斯坦提出了广义相对论,成功解释了天文学中长期存在的水星近日点进动疑难. 根据该理论预言的光线偏折、引力红移、雷达回波延迟等也很快得到了观测和实验检验,因此该理论得到了主流学术界的承认. 近年来随着观测技术的不断进步,引力检验的种类和实验精度得到了极大的提高,包括太阳系轨道陀螺的进动实验和Lense-Thirring进动实验、脉冲双星的高精度观测、黑洞阴影观测、引力透镜观测、基于广义相对论的大爆炸宇宙学及其观测验证等. 在这些实验中都没有发现明显的偏离广义相对论的迹象,因此爱因斯坦的广义相对论仍然是当前解释引力现象最成功的理论.

但是,众所周知,该理论仍然只是一种有效理论,而非“最终”的引力理论. 无论从理论上,还是从观测上,该理论都存在缺陷. 从观测上来看,为了解释当前的宇宙学观测,人们不得不引入神秘的暗物质和暗能量. 但是这两种物质的物理本质一直是一个谜,而且暗物质粒子的直接探测一直没有结果,因此一种观点认为,暗

物质和暗能量可能是不存在的,该现象的存在可能预示着广义相对论在大尺度上是失效的. 而从理论上来看,广义相对论自身也是不完善的,在该框架下无法理解宇宙诞生奇点和黑洞奇点问题,而且广义相对论无法与量子理论兼容,一般认为这些都需要新的量子引力理论来取代经典的广义相对论.

2015年9月14日,美国的激光干涉仪引力波天文台(Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory, LIGO)首次探测到了恒星质量双黑洞并合产生的引力波事件GW150914^[1],这标志着引力波天文学的诞生. 而2017年8月17日, LIGO、Virgo合作团队首次发现了双中子星并合产生的引力波爆发事件GW170817^[2],以及全波段的电磁对应体信号,标志着我们进入了多信使引力波天文学时代. 目前,经过三期的科学运行, LIGO等团队已经发现了90余例引力波信号^[3],全部来自致密双星并合的引力波事件,包括恒星质量双黑洞的并合、双中子星并合事件以及中子星-黑洞并合事件. 目前已经探测到的引力波事件如图1所示,当前引

引用格式: 赵文,牛睿. 引力波与引力检验. 科学通报, 2024, 69: 3770-3784
Zhao W, Niu R. Gravitational wave and tests of gravity (in Chinese). Chin Sci Bull, 2024, 69: 3770-3784, doi: [10.1360/TB-2024-0117](https://doi.org/10.1360/TB-2024-0117)

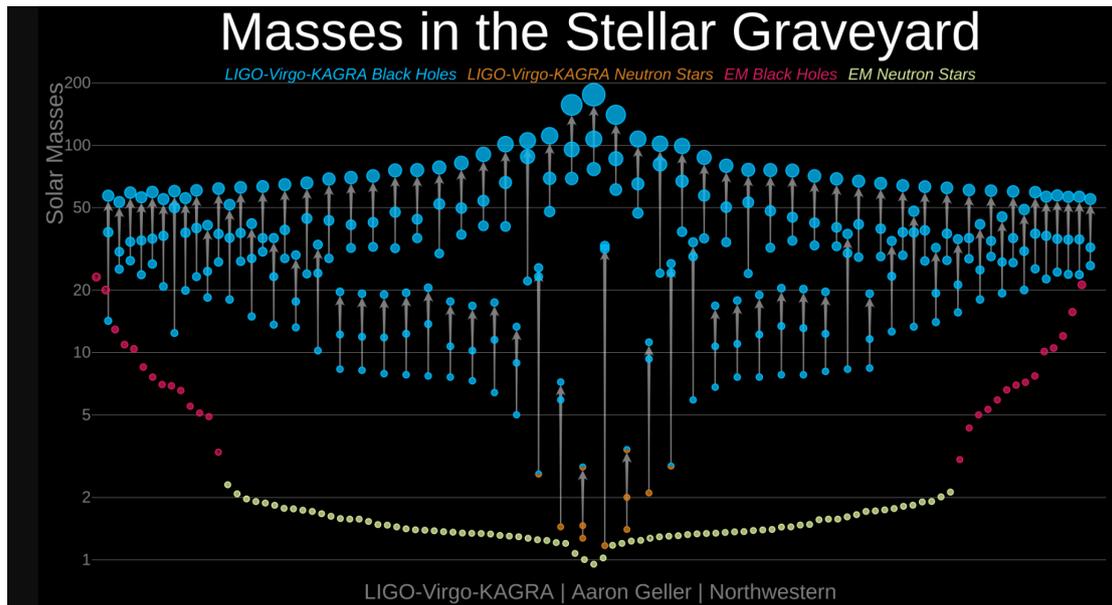


图1 (网络版彩色)目前已经观测到的致密双星并合引力波源质量分布,包括恒星级黑洞(蓝色)和中子星(橙色).作为比较,图中还包含了电磁波方法探测到的黑洞(红色)和中子星(黄色).图片来自ligo.caltech.edu

Figure 1 (Color online) The mass distribution of the detected gravitational-wave sources, including stellar-mass black holes (blue) and neutron stars (orange). As a comparison, this figure also includes black holes (red) and neutron stars (yellow) detected by electromagnetic wave methods. The figure comes from ligo.caltech.edu

力波探测已经进入了常态化阶段.与此同时,包括中国脉冲星计时阵列研究团队在内,国际上多个脉冲星计时阵列团队最近也在纳赫兹频段发现了引力波背景信号的证据,为引力波天文学研究打开了一扇新的窗口.而且,未来随着空间引力波探测器LISA(laser interferometer space antenna)、天琴、太极等项目的实施^[4],有望探测到毫赫兹频段的引力波信号,而宇宙微波背景辐射方法则有望探测到极低频段的原初引力波信号.因此,人们期望在未来十余年间,迎来全频段的引力波天文学新时代.

在引力波天文学中,一个重要的方向就是利用引力波这种新的观测手段来对引力理论进行高精度检验.与其他方法相比,引力波方法具有独特的优势:学术界普遍认为,极强引力场有可能是出现偏离广义相对论最重要的场所,因此探测强引力场的物理对于引力检验极为重要.而目前可探测的引力波源全部来自致密双星并合的极强引力场中,因此引力波必然携带强引力场的信息,有可能会首次发现偏离广义相对论的迹象.自从引力波被发现以来,引力检验就是引力波天文学的重要研究方向.本文将简要介绍利用引力波进

行引力检验的基本原理、目前的研究现状以及未来的展望.

1 引力检验方法

如何进行引力检验呢?根据科学哲学家波普尔的观点进行引力检验:实验学家只能“证伪”某个理论或者更好地限制该理论,而永远都不可能“证实”一个理论.如果某一个理论至今仍然没有被“证伪”,那么它将保持现状.而在引力理论方面,广义相对论目前就属于这种情况.根据该观点,为了检验广义相对论,需要对比该理论和与其平行的其他引力理论的预言,并考查哪种预言能够更好地与实际观测相符.因此,利用引力波进行引力检验的一个核心任务是计算各种理论中的引力波波形,并与实验进行对比.

引力波的种类非常多,覆盖的频段也非常宽.由于篇幅所限,本文的讨论将集中在致密双星并合的引力波辐射,因为这不不仅是目前唯一探测到的引力波源,而且也是地基和空间激光干涉引力波探测方法的主要科学目标.对于致密双星(如双黑洞)并合,其引力辐射大

致可以分为3个阶段^[5]: 当双星距离较远时的旋进阶段, 该阶段可以用后牛顿近似来计算引力波波形; 当双星距离非常近甚至发生合并生成一个大黑洞的并合阶段, 在该阶段, 后牛顿近似失效, 因此只能采用数值相对论方法来计算波形; 生成的大黑洞通过引力辐射变成一个稳态黑洞的铃宕阶段, 在该阶段, 引力波波形虽然也可以用似正则模式的解析方法来得到, 但是其初始条件仍然必须由并合阶段的数值计算结果来给出. 图2中显示的是一个典型的双黑洞并合事件GW150914产生的引力波波形.

本文研究旋进阶段的引力波, 并采用后牛顿的解析方法来计算引力波波形.

对于一个给定引力理论, 一般可以采用如下步骤

来计算双星并合的引力波波形:

- (1) 对作用量作变分, 得到相应的引力场方程;
- (2) 在远场区域, 作弱场展开得到相应的引力波方程, 该方程的“源”依赖于近场区域内双星的运动;
- (3) 在近场区域, 求解双星的演化方程并将其代入之前得到的引力波方程的“源”部分, 其中一般需要定义双星的有效质量, 以及物质场和外场的相互作用导致的“标量荷”;
- (4) 在远场区, 求解引力波方程并从黎曼张量中定义引力波各个极化模式;
- (5) 计算每个天体的“荷”来得到时域空间中完整的引力波波形;
- (6) 利用静态相位近似(stationary phase approxima-

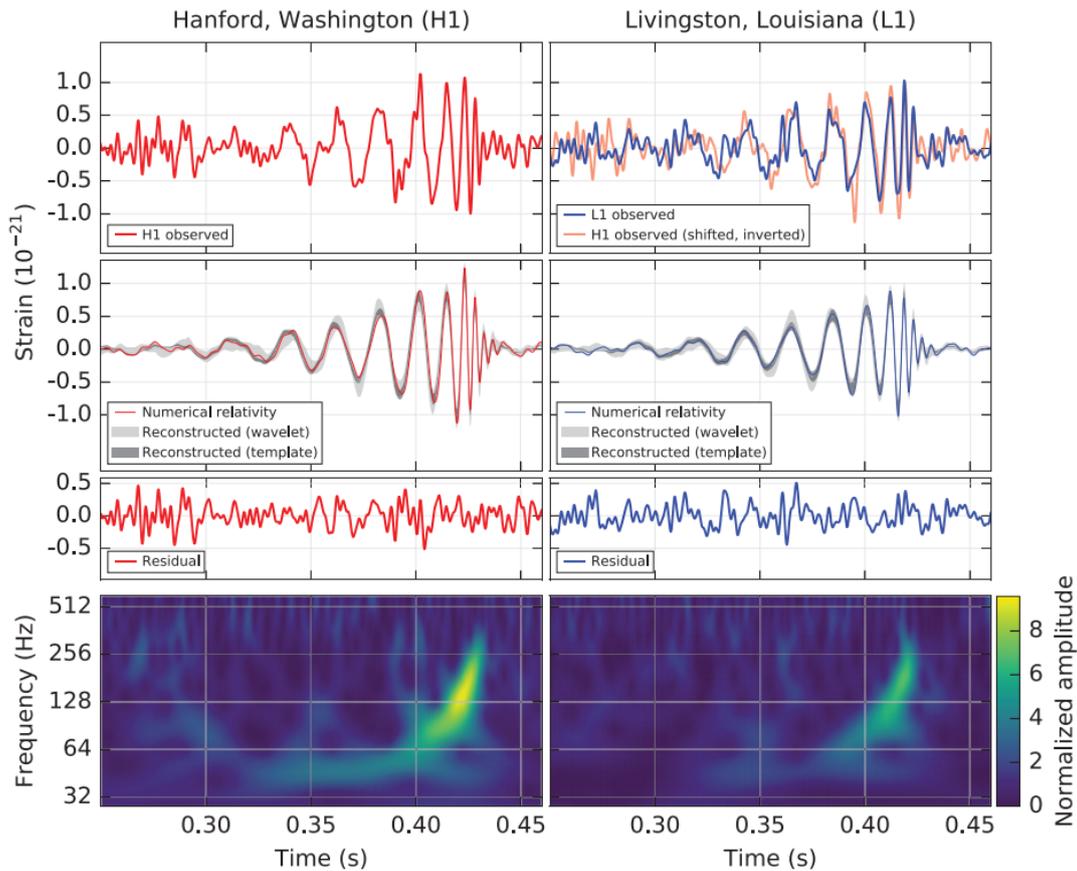


图2 (网络版彩色)双黑洞并合引力波事件GW150914的引力波波形及其探测结果^[1], 其中左图表示LIGO-H1的探测结果, 而右图表示LIGO-L1的探测结果. 从上到下分别表示探测器的探测信号, 探测信号与理论模型的比较, 探测信号与理论模型的残差, 探测信号在时间-频率图上的体现

Figure 2 (Color online) The gravitational-wave waveform and detection results of the binary black hole merger event GW150914, with the left image representing the detection result of LIGO-H1 and the right image representing that of LIGO-L1^[1]. From the top to bottom, the panels present the detected signals, comparison of detected signals with the theoretical model, the residuals between the detected signal and the theoretical model, and the signals in the time-frequency plots, respectively

tion, SPA)方法来得到频域空间内的引力波波形;

(7) 考虑探测器的响应函数来得到可探测的引力波响应波形;

(8) 将上述计算推广到高阶后牛顿近似来得到相应的引力波模板.

在后面的讨论中,我们将介绍多种引力理论中双星的引力波波形.对于每一种引力,都可以采用上述步骤来计算.因此,在之后的讨论中,我们将直接介绍计算结果,而省略相应的计算过程.

为了进行引力检验,首先简单回顾在广义相对论的情况.考虑平直时空背景中的引力波,在广义相对论框架中,引力波主要有3个主要的特性:其一,引力波只有两种极化模式,即“+”模引力波和“x”模引力波,或者等价地可以定义为左旋圆极化引力波和右旋圆极化引力波;其二,最低阶的引力波辐射来自系统四极矩的加速度;其三,引力波在真空中的传播速度与光速相等.后面将会看到,这3个特性在一般的修改引力理论中都可能被违反.

考虑到最低阶后牛顿近似,双星并合的引力波波形在频域空间可以表述为^[6]

$$\begin{aligned} \tilde{h}_+(f) &= \sqrt{\frac{5}{24}} \frac{1}{\pi^{2/3}} \frac{1}{d_L} M_c^{5/6} f^{-7/6} \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \exp[i\Psi_+(f)], \\ \tilde{h}_\times(f) &= \sqrt{\frac{5}{24}} \frac{1}{\pi^{2/3}} \frac{1}{d_L} M_c^{5/6} f^{-7/6} \cos \iota \exp[i\Psi_\times(f)], \end{aligned} \quad (1)$$

其中, d_L 为观测者到波源的光度距离, $M_c \equiv (m_1 m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$ 是啁质量, ι 为视角角. 相位分别为

$$\Psi_+(f) = -2\psi_c + 2\pi f t_c - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{128} (\pi M_c f)^{-5/3}, \quad (2)$$

$$\Psi_\times(f) = \Psi_+(f) + \frac{\pi}{2}, \quad (3)$$

其中, ψ_c 和 t_c 分别是初始相位和初始时间. 对于引力检验,我们需要将各种修改引力中算出来的双星并合引力波波形与上述广义相对论算出来的结果进行对比. 目前文献中已经提出的各种检验方法大致可以分为两类,分别是模型相关的检验方法和模型无关的检验方法. 下面就这两种方法分别进行介绍.

2 模型相关的引力检验

模型相关的检验方法,其基本思想是:对于一个给定的修改引力理论,可以利用上一节介绍的计算步骤

来详细计算该理论中致密双星并合的引力波波形,并找出所有对广义相对论预言的偏离.然后,通过数据分析,在实际观测中搜寻或者限制这些偏离量,从而得到对理论参数的限制.本节通过几个具体例子来对其进行简要介绍.

2.1 Brans-Dicke引力及其限制

Brans-Dicke是人们提出的第一个相对论性的修改引力理论.在Jordan表象中,该理论的作用量为

$$I = \frac{1}{16\pi} \int \left[\phi R - \frac{\omega_{\text{BD}}}{\phi} g^{\mu\nu} \phi_{,\mu} \phi_{,\nu} \right] \sqrt{-g} d^4x + I_m(g_{\mu\nu}, q_A), \quad (4)$$

其中, $g_{\mu\nu}$ 是度规, g 是其行列式, R 是里奇标量, ϕ 是标量场, I_m 是物质场的作用量,它依赖于物质场 q_A 和度规 $g_{\mu\nu}$, 该表象中不考虑物质场和度规场的直接相互作用.而常数 ω_{BD} 是模型参数,当 $\omega_{\text{BD}} \rightarrow \infty$ 时,该理论将自动回到广义相对论.因此,该理论对广义相对论的偏离程度通过参数 ω_{BD} 的大小来表征.

通过详细计算,可以得到在该理论中双星并合辐射的引力波波形,它与广义相对论中的波形有如下差异^[7]:

(1) 该过程可以辐射三种极化模式的引力波,即除了通常的“+”模式、“x”模式之外,还有“b”(呼吸)模式极化的引力波.

(2) 通常的“+”模式和“x”模式的引力波波形,在振幅和相位上,与广义相对论的预言有明显的差别.在频域空间中的波形可以表示为

$$\begin{aligned} \tilde{h}_+(f) &= |\tilde{h}_+^{\text{GR}}| \left[1 - \frac{1}{2} b \eta^{2/5} (\pi M_c f)^{-2/3} \right] \\ &\quad \cdot \beta \kappa^{-1/2} \mathcal{G}^{2/3} \exp[i\Psi_+(f)], \\ \tilde{h}_\times(f) &= |\tilde{h}_\times^{\text{GR}}| \left[1 - \frac{1}{2} b \eta^{2/5} (\pi M_c f)^{-2/3} \right] \\ &\quad \cdot \beta \kappa^{-1/2} \mathcal{G}^{2/3} \exp[i\Psi_\times(f)], \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $|\tilde{h}_+^{\text{GR}}|$ 和 $|\tilde{h}_\times^{\text{GR}}|$ 分别是广义相对论中的引力波振幅,而相位分别是

$$\begin{aligned} \Psi_+(f) &= \Psi_+^{\text{GR}} - \frac{3}{224} b \eta^{2/5} (\pi M_c f)^{-7/3}, \\ \Psi_\times(f) &= \Psi_+(f) + \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中, η 为质量比, 其他参数分别定义为 $\beta \equiv (1 - \frac{1}{2}\xi)\mathcal{G}^{2/3}$, $\mathcal{G} = 1 - \xi(s_1 + s_2 - 2s_1s_2)$, $\xi = (2 + \omega_{\text{BD}})^{-1}$, $\kappa = \mathcal{G}^2(1 - \xi/2 + \xi\Gamma^2/12)$, $\mathcal{S} = s_1 - s_2$, $\kappa_D = 2\mathcal{G}^2\xi$, $\Gamma = 1 - 2(m_1s_2 + m_2s_1)/(m_1 + m_2)$, $b \equiv (5/96)(\kappa^{-3/5}\mathcal{G}^{-6/5})\kappa_D\mathcal{S}^2$. 这里定义了星体的标量敏感参数(sensitivity)

$$s_i \equiv \left(\frac{d \ln m_i(\phi)}{d \ln \phi} \right)_{\phi=\phi_0}, \quad (7)$$

它描述了标量场产生的单位星体质量的引力束缚能. 对于通常的主序星和白矮星, $s \approx 0$; 对于中子星, $s \approx 0.1 - 0.2$; 而对于黑洞, $s = 0.5$. 可以看出, 针对相位, 对广义相对论的偏离主要通过参数 b 来体现. 在以下两种情况下, b 将趋近于0, 导致对广义相对论的偏离很小: 其一是 $\omega_{\text{BD}} \rightarrow \infty$, 即该理论无限逼近广义相对论; 其二是 $\mathcal{S} \rightarrow 0$, 即该系统是双黑洞并合系统.

(3) 由于标量场的存在, 可以激发新的极化模式,

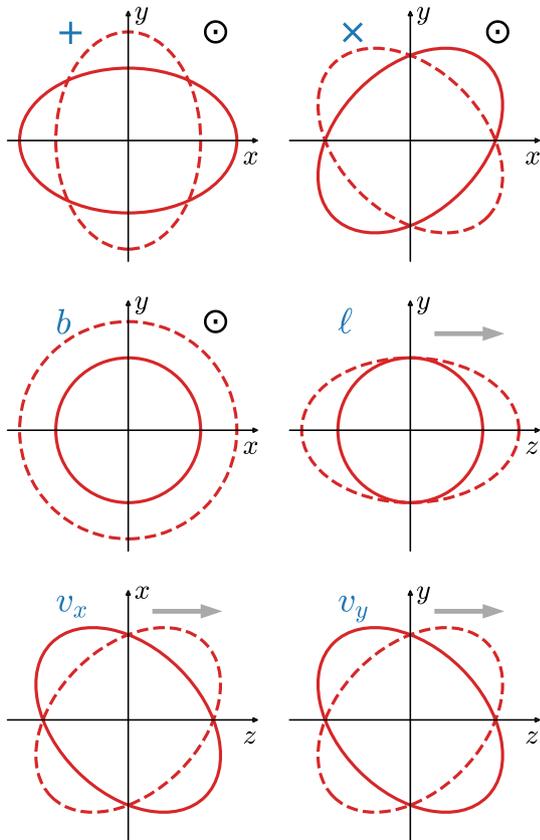


图3 (网络版彩色)6种不同极化模式的引力波的观测效应, 其中黑点和粗箭头都表示引力波的传播方向^[8]

Figure 3 (Color online) The observational effects of six different polarization modes of gravitational waves, with black dots and thick arrows indicating the propagation direction of gravitational waves^[8]

即 b 模式的引力波, 其观测效应见图3. 而且, 该模式的引力波不但可以产生于四极加速度 h_{b2} , 而且可以有单极辐射 h_{b0} 和偶极辐射 h_{b1} , 其振幅分别为

$$|\tilde{h}_{b0}| \propto \mathcal{G}\Gamma + 2\Lambda, \quad |\tilde{h}_{b1}| \propto \xi\mathcal{S}, \quad |\tilde{h}_{b2}| \propto \xi\Gamma\mathcal{G}, \quad (8)$$

其中, $\Lambda = 1 - s_1 - s_2$. 由于单极辐射 h_{b0} 的相位只发生缓慢变化, 因此它对引力波的贡献可以忽略, 更像一种背景度规. 而对于 h_{b1} 和 h_{b2} , 同样可以发现, 在 $\omega_{\text{BD}} \rightarrow \infty$ 或者 $\mathcal{S} \rightarrow 0$ 时, 这两项都将趋近于0.

基于这些特点, 可以利用双中子星和中子星-黑洞并合的引力波观测来限制模型参数 ω_{BD} . 文献[9]考虑目前已经观测到的多个双星并合的引力波观测数据, 包括双中子星并合系统GW170817和GW190425, 以及中子星-黑洞并合系统GW90426-152155, GW190814, GW200105, GW200115, 利用上述引力波波模板得到对理论参数的限制: $\omega_{\text{BD}} \geq 40$. 同时, 考虑了4种不同的中子星物态方程模型, 分别是sly, alf2, H4, mpa1. 研究发现, 这4种模型给出的参数限制差别不大, 因此该限制对中子星物态只有比较弱的依赖.

目前, 利用太阳系的观测, 人们已经将该参数限制到 $\omega_{\text{BD}} \geq 40000$ 的量级. 通过对比发现, 目前引力波对该模型的限制能力与太阳系检验的限制能力相比, 仍然存在一定的差距. 但是到了第三代引力波探测器时代, 每年可以发现的双中子星和中子星-黑洞并合引力波事件预计将达到数万到数十万的量级, 而且对于单个引力波事件, 信噪比也将大大提高. 综合考虑这些因素, 可以发现, 届时利用引力波方法, 有望将理论的限制能力提高到 $\omega_{\text{BD}} \geq \mathcal{O}(10^6)$ 的量级^[7], 这将大大超过同期太阳系检验的限制能力, 展示了通过引力波检验引力的巨大潜力.

2.2 一般的屏蔽修改引力及其限制

本小节讨论一类更复杂的标量-张量引力理论, 在爱因斯坦表象中, 其作用量可以写为如下一般形式:

$$I = \int \left[\frac{R}{16\pi G} - \frac{\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi}{2} - V(\phi) \right] \sqrt{-g} d^4x + S_m [A^2(\phi)g_{\mu\nu}, \Psi_m], \quad (9)$$

其中, ϕ 是理论引入的标量场, 而 $V(\phi)$ 是标量场的势能函数, $A(\phi)$ 是共形耦合函数, Ψ_m 表示其他的物质场. 在该表象中, 物质场和标量场通过耦合函数 $A(\phi)$ 发生直接

相互作用,因此会产生所谓的“第五力”.为了满足目前太阳系的观测检验,需要在高密度区域,该“第五力”足够小,因此耦合函数 $A(\phi)$ 需要取一些特殊的形式使得理论可以产生屏蔽机制.同时,通过引入标量场的势能函数 $V(\phi)$ 充当暗能量来驱动宇宙的加速膨胀.我们将这一类具有屏蔽机制的标量-张量引力统称为屏蔽修改引力.注意,目前文献中经常提到的Chameleon, Symmetron, Dilaton, Massive Brans-Dicke theory, Hu-Sawich $f(R)$, Tsujikawa $f(R)$, Starobinsky $f(R)$ 等模型都属于它的特殊情况,分别对应着不同的 $V(\phi)$ 和 $A(\phi)$ 函数形式.而本文讨论一般的屏蔽修改引力中的引力波.

通过类似的计算过程,得到致密双星并合的引力波,其主要有如下几个性质^[10]:

(1) 该过程可以辐射4种极化模式的引力波,即除了通常“+”模式、“ \times ”模式之外,还有“ b ”(呼吸)模式极化和“ ℓ ”(纵波)极化的引力波.

(2) 起主导作用的仍然是通常的“+”模式和“ \times ”模式的引力波,而且这两个模式仍然是四极辐射(最低阶)和光速传播,但是在振幅和相位上,与广义相对论的预言有明显的差别.在频域空间中的波形可以表示为

$$\begin{aligned} \tilde{h}_+(f) &= |\tilde{h}_+^{\text{GR}}| \left(1 + \frac{1}{2}\epsilon_1\epsilon_2\right)^{\frac{2}{3}} \left[1 - \frac{5}{384}(Gm\pi f)^{-\frac{2}{3}}\epsilon_d^2\right] \\ &\quad \cdot \exp[i\Psi_+(f)], \\ \tilde{h}_\times(f) &= |\tilde{h}_\times^{\text{GR}}| \left(1 + \frac{1}{2}\epsilon_1\epsilon_2\right)^{\frac{2}{3}} \left[1 - \frac{5}{384}(Gm\pi f)^{-\frac{2}{3}}\epsilon_d^2\right] \\ &\quad \cdot \exp[i\Psi_\times(f)], \end{aligned} \quad (10)$$

其中,标量“荷”定义为 $\epsilon_i \equiv 2M_{\text{pl}}s_i/\phi_0 = (\phi_0 - \phi_i)/M_{\text{pl}}\Phi_i$ 和 $\epsilon_d \equiv \epsilon_1 - \epsilon_2$,这里的下标0表示在无穷远处的取值,而下标*i*则表示在第*i*个星体表面的取值. Φ_i 表示第*i*个星体表面的引力势能.相位函数为

$$\begin{aligned} \Psi_+(f) &= \Psi_+^{\text{GR}} - \frac{5}{14336}\eta^{2/5}(\pi M_c f)^{-7/3}\epsilon_d^2, \\ \Psi_\times(f) &= \Psi_+(f) + \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

可见,当 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$ 时,上述结果自动回到广义相对论情况.

(3) 对于“ b ”极化和“ ℓ ”极化的引力波,可以发现它们都是由标量场产生的,而且都可以同时存在单极辐射、偶极辐射和四极辐射.

(4) 由于标量场含有势能函数,它可以等效为标量场的质量,即 $m_s^2 = d^2V_{\text{eff}}/d\phi^2|_{\phi_0}$,其中有效势能 $V_{\text{eff}}(\phi) = V(\phi) - \rho A(\phi)$, ρ 为环境的密度.因此,这两种极化的引力波不再是光速传播,而是亚光速传播,其对应的引力子质量为 m_s .

(5) 由于这两种模式都是由同一个场激发的,因此它们不是独立的,而是满足如下关系:

$$\tilde{h}_\ell = \frac{m_s^2}{\omega^2}\tilde{h}_b, \quad (12)$$

其中, ω 是引力波的角频率.

上述结论对所有的屏蔽修改引力都成立,当取具体的 $V(\phi)$ 和 $A(\phi)$ 函数形式时,则可以对应到具体的修改引力模型.而且对于具体的模型,所有的对广义相对论的偏离都可以用标量场的真空期望值 ϕ_0 来表示.同样地,我们利用目前LIGO-Virgo-KAGRA合作团队(LVK)探测到的两个双中子星并合和4个中子星-黑洞并合引力波事件来限制该模型,得到 $\phi_0/M_{\text{pl}} \leq 10^{-2}$.我们发现该限制与当前的太阳系限制仍然有一定的差距^[9].该结果也是可以预期的,因为引力波环境的引力场强远远大于太阳系的引力场强,所以屏蔽效应更加显著,导致对广义相对论的偏离更小.

2.3 一般的宇称破坏引力及其限制

本小节讨论引力中宇称守恒的破坏对引力波的影响.众所周知,自然界中至少在弱相互作用中宇称对称性是不守恒的.而在引力中是否也存在宇称对称性的破坏,目前仍然不清楚.虽然爱因斯坦的广义相对论是一个宇称守恒的引力理论,但是多种宇称破坏的引力理论也相继被提出来,包括Chern-Simon引力、ghost-free scalar-tensor引力、Horava-Lifshitz引力、Niel-Yan引力、Symmetric teleparallel equivalence of GR引力等.这里讨论,对于一个一般的引力理论,如果存在宇称破坏项,则该项会如何影响引力波的传播.注意,这里的讨论忽略了引力波产生过程中宇称破坏效应的影响,因为该影响一般远远小于传播效应中的影响.同时,我们忽略由于引力理论的变化所可能产生的其他极化模式,因为这些新的极化模式一般都会远远小于“+”和“ \times ”模式的极化分量.

事实上,从有效场论的微扰理论角度来看,在引力理论中出现宇称破坏项也是非常自然的.考虑空间平

直的Friedmann-Robertson-Walker(FRW)度规

$$ds^2 = a^2(\tau) \left[-d\tau^2 + (\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j \right], \quad (13)$$

其中, a 为宇宙的尺度因子, τ 为共形时间, 它与宇宙时间的关系为 $d\tau = dt/a$. h_{ij} 为度规扰动, 这里只考虑横向无迹规范下的引力波扰动, 其演化方程可以由如下的二阶扰动的作用量来得到:

$$I^{(2)} = \frac{1}{16\pi G} \int dt d^3x a^3 \left[\mathcal{L}_{GR}^{(2)} + \mathcal{L}_{other}^{(2)} \right], \quad (14)$$

其中, $\mathcal{L}_{GR}^{(2)}$ 是从标准广义相对论中得到的二阶扰动项, 它们都是二阶导数项, 而 $\mathcal{L}_{other}^{(2)}$ 包含所有的修改引力带来的多余的项. 而从有效场论的角度来看, 首先可能出现的修正项就来自三阶导数项, 即

$$\mathcal{L}_{other}^{(2)} = \frac{1}{4} \left[\frac{c_1(t)}{aM_{PV}} \epsilon^{ijk} \dot{h}_{il} \partial_j \dot{h}_{kl} + \frac{c_2(t)}{a^3 M_{PV}} \epsilon^{ijk} \partial^2 h_{il} \partial_j \dot{h}_{kl} \right], \quad (15)$$

其中, M_{PV} 表示该理论出现宇称破坏的物理能标, 即该理论的截断能标. 这两项领头的修正项全部都是宇称破坏项, 因此从有效场论角度来看, 即使只考虑引力波方程的最低阶修正, 该理论也是一个宇称破坏的引力理论.

在一般的宇称破坏引力中, “+”和“x”模式的引力波在真空中的传播方程一般会耦合在一起. 但是, 如果将其组合并重新分解为左旋极化和右旋极化的引力波, 则这两种极化引力波的传播方程就是相互独立的, 而且由于宇称破坏项的存在, 可以导致这两种不同极化的演化方程出现差异, 一般可以写为如下形式^[11]:

$$\ddot{h}_A'' + (2 + \nu_A)\mathcal{H}\dot{h}_A' + (1 + \mu_A)k^2 \dot{h}_A = 0, \quad (16)$$

其中, $A = R$ 或者 L , 分别代表右旋波和左旋波. “撇”代表对共形时间 τ 求导, $\mathcal{H} \equiv a'/a$ 表示共形的哈勃参数, k 表示引力波的波数. 函数 ν_A 和 μ_A 直接反映了宇称破坏的影响. 当二者皆为0时, 该方程自然回到广义相对论的情况. 考虑到最低阶修正项的影响, 函数 ν_A 和 μ_A 一般可以统一表述为如下形式:

$$\mathcal{H}\nu_A = \rho_A \alpha_\nu(\tau) [k/aM_{PV}]', \quad \mu_A = \rho_A \alpha_\mu(\tau) k/aM_{PV}, \quad (17)$$

其中, $\rho_R = 1$ 和 $\rho_L = -1$. 参量 $\alpha_\nu \sim \alpha_\mu \sim O(1)$ 表征宇称破坏的大小. 修正项 ν_A 的作用是在膨胀宇宙传播中, 左

旋波和右旋波的振幅衰减速度不同, 即一个波衰减得快, 而另一个波衰减得慢, 因此该效应被称为引力波的“振幅双折射效应”; 而修正项 μ_A 的作用是在膨胀宇宙传播中, 左旋波和右旋波的传播速度不同, 即一个波传播得快, 而另一个波传播得慢, 因此该效应被称为引力波的“速度双折射效应”. 我们发现, 在某些引力(例如Chern-Simons引力)中, 只产生引力波的“振幅双折射效应”, 在某些引力(例如Horava-Lifshitz引力)中, 只产生引力波的“速度双折射效应”, 但是在一般的宇称破坏引力中, 两种效应是同时存在的. 对于这种一般情况, 通过求解传播方程(16), 可以得到^[11]

$$\dot{h}_A = \dot{h}_A^{GR} (1 + \rho_A \delta \dot{h}_A) \exp[-i\rho_A \delta \Psi_A], \quad (18)$$

其中, 引力波的振幅修正 $\delta \dot{h}_A$ 正好来自振幅双折射效应, 而相位修正 $\delta \Psi_A$ 则正好来自速度双折射效应, 分别为

$$\delta \dot{h}_A(f) = -\frac{\pi f}{M_{PV}} [\alpha_\nu(\tau_0) - (1+z)\alpha_\nu(\tau_e)], \quad (19)$$

$$\delta \Psi_A(f) = \frac{\pi f}{M_{PV}} \int_{\tau_e}^{\tau_0} \frac{\alpha_\mu}{a^2} dt,$$

其中, τ_e 为引力波产生时的共形时间, 而 z 则表示引力波源的红移, f 为引力波的频率. 虽然二者在数值上处于同一个量级, 但是由于激光干涉仪引力波探测中, 数据对引力波相位的敏感度远远高于对振幅的敏感度, 因此在实际观测中只有速度双折射起作用. 因此, 一般只需要考虑速度双折射效应.

同样地, 可以利用观测的引力波观测数据来对参数 M_{PV} 进行限制. 通过分析LVK前三期的引力波数据, 得到 $M_{PV} \geq 0.05 \text{ GeV}^{[12]}$, 该限制比太阳系检验和脉冲双星检验给出的限制提高了17个量级. 这主要是因为引力波的速度双折效应在引力波传播过程中可以不断地被累计放大, 因此即使产生时效应很小, 到达观测者时也可以被放大许多个量级, 这也显示了引力波这种新的引力检验方法的一大优势. 同时, 我们发现, 如果考虑第三代地基探测器时代, 则该限制可以达到 $M_{PV} \geq O(0.1) \text{ TeV}$ 的量级^[13], 与当前的粒子物理实验达到同一个能标. 总之, 引力波对引力的宇称对称性检验, 可以将检验能标提高到高能物理能标的水平.

3 模型无关的引力检验

模型相关的检验方法, 需要针对每一种修改引力

理论分别计算出相应的引力波波形,并将其与实际观测数据进行比较.由于计算出来的波形中包含了所有对广义相对论的偏离效应,因此通过这种方法可以比较全面地理解每一种修改引力中引力波的特点.但是,由于目前的修改引力理论非常多,而且对于每一种修改引力来计算引力波波形都非常烦琐,同时这些计算往往还涉及中子星的物态方程、中子星内部结构、黑洞解等困难,因此事实上目前学术界仅仅在十余个引力理论中得到了解析的引力波解.为了克服这些困难,人们同时发展出了另一种更常用的模型无关的引力检验方法,其基本思想是:针对引力或者引力波的某些基本特性,例如引力波的传播速度、引力波的极化模式、引力的洛伦兹对称性、引力的宇称对称性等,可以研究如果引力(波)的这些性质与广义相对论发生偏离,会对引力波波形产生什么影响.然后,可以通过实际数据分析来寻找或者限制这些偏离迹象,从而实现对某一大类引力理论的观测检验.

LVK团队^[14]利用首个发现的引力波事件GW150914,第一次利用引力波方法得到了对引力子质量的限制 $m_g \leq 1.2 \times 10^{-22} \text{ eV}/c^2$. LVK团队^[15]利用这类方法,通过分析首例双中子星并合的引力波信号,限制了如下特性:引力波的偶极辐射、后牛顿系数、色散关系、极化模式和额外维等.而LVK团队^[16]则通过分析引力波探测器第一次运行时探测到的双黑洞并合引力波数据,限制了引力波后牛顿系数、色散关系、引力子质量等.本节将介绍该类引力检验中几个典型例子的基本原理,以及目前的探测现状.

3.1 检验引力波中的后牛顿系数

不同于一般的电磁波探测方法,在基于激光干涉仪引力波天文台探测引力波探测方法中,人们探测到的是引力波的波形而非能量.而引力波的波形包含两部分内容,其一是引力波的振幅,其二是引力波的相位.但是在实际探测中,波形对相位的敏感度远远高于振幅.因此,利用引力波作引力检验最主要的效应是探测修改引力对引力波相位改变.如前所述,对于致密双星并合的旋进阶段的引力波波形计算,可以利用高阶后牛顿的解析计算方法来得到引力波的波形,因此得到的引力波相位可以表述为不同阶数的后牛顿项的和.一般可以通过双星绕转速度 v 与光速 c 的比值来标志后

牛顿阶数,即相位函数可以写成如下形式:

$$\Phi(v(t)) = \left(\frac{v}{c}\right)^{-5} \sum_{n=0} \left[\psi_n + \psi_n^{(l)} \ln\left(\frac{v}{c}\right) \right] \left(\frac{v}{c}\right)^n, \quad (20)$$

其中, n 代表后牛顿的阶数,在广义相对论中,相应的后牛顿系数 ψ_n 和 $\psi_n^{(l)}$ 依赖于双星的质量和自旋.而且不同阶的系数代表不同的物理,例如 ψ_3 代表了广义相对论的非线性所带来的最低阶“tail”效应,以及双星的自旋-轨道耦合效应; ψ_4 代表了最低阶的自旋-自旋耦合效应; $\psi_5^{(l)}$ 则是最低阶的非零对数系数.

而在修改引力中,这些系数至少有部分是与广义相对论中的结果不同的,它们不但依赖于双星的质量和自旋,而且一般依赖于修改引力的模型参数,以及理论新引进的额外场(如标量场、矢量场等).例如,非零的引力子质量可以改变 ψ_2 ,标量-张量理论的标量场可以产生新的 $\psi_{\text{ST}}(v/c)^{-7}$ 项,引力的曲率平方项可以产生新的 $\psi_{\text{QC}}(v/c)^{-1}$ 项,动力学Chern-Simons引力可以产生 $\psi_{\text{CS}}(v/c)^4$ 项,而随时间演化的万有引力常数则可以产生 $\psi_{G(t)}(v/c)^{-13}$ 项^[17].

基于这些特点,一种比较自然的引力检验方法被人们广泛应用于当前的引力波数据分析中.在引力波模型拟合时,我们把式(20)中的各阶后牛顿系数当作自由参数,然后通过参数拟合来得到其观测值,并与广义相对论的预言值进行比较.如果发现某个参数发生了偏离,则证明广义相对论需要修正,并且可以根据上述各种修改引力方案给出的结果去研究可能的替代引力方案.例如, LVK团队^[14]就利用LIGO发现的首例引力波事件GW150914对后牛顿参数进行了限制,结果显示:如果同时限制所有的后牛顿参数,则由于各个参数直接的简并关系,事实上每个参数的误差都非常大,导致无法给出比较好的参数限制.因此,在实际数据分析中,人们只能将其中某一个系数作为自由参数来限制,而将其他参数固定为广义相对论的预言值.通过分析GW150914的观测数据,在目前的测量精度上,人们并没有发现任何偏离广义相对论的迹象. LVK团队^[16]利用了5个信噪比较高的双黑洞并合引力波事件GW150914、GW151226、GW170104、GW170608、GW170814,联合限制了后牛顿系数,并将误差减小了数倍,例如已经将系数 ψ_{ST} 的限制精度提高到了 10^{-3} 的量级,但是仍然没有发现偏离广义相对论的迹象.

最近, Yunes和Pretorius^[18]进一步将该检验方法拓展为一般的参数化后爱因斯坦框架. 在该框架中, 一般的频域空间中的引力波可以统一写为如下形式:

$$\tilde{h}(f) = \tilde{h}^{\text{GR}}(f)[1 + \alpha v(f)^a] \exp[i\beta v(f)^b], \quad (21)$$

其中, $v(f) = (\pi m f)^{1/3}$. 该形式包含领头阶的偏离广义相对论效应, 并用4个ppE参数(a, α, b, β)来表示, 其中, a 表示引力波振幅修正的后牛顿阶数, 而 α 则表示振幅偏离的大小; b 表示引力波相位修正的后牛顿阶数, 而 β 则表示相位偏离的大小. 但是, 由于在实际的引力波探测中, 对相位修正比较敏感, 因此参数(b, β)更为重要. 在该框架中, 我们就可以将整个引力检验的过程分为两个独立的部分: 在第一部分中, 可以针对每一种修改引力理论, 详细计算出其中的引力波波形, 并提取出其中对相位修正的主导项, 将其归纳为参数(b, β). 这一部分主要是以理论计算为主, 例如在一般的标量-张量引力中, 主导的效应是标量场偶极辐射带来的相位修正, 对应的ppE参数为 $b = -7$. 而在另一部分, 可以通过引力波数据分析来独立地限制自由参数(b, β). 如果发现在某个 b 参数上发现了对广义相对论的偏离, 则可以得出结论: 广义相对论需要修正. 同时, 可以通过结合第一部分的理论结果来研究其背后的物理, 以及可能的修正方案. 在综述文献^[19]中, 作者对不同理论所预言的ppE系数, 以及目前和未来观测可能给出的测量精度进行了比较系统的介绍.

3.2 检验引力波的传播速度

如前所述, 在广义相对论中, 真空中引力波的传播速度正好与真空中的光速相等, 但是这一点在许多修改引力中都是不成立的. 因此, 如果能够直接比较真空中的引力波和电磁波的传播速度, 则可以从引力波速度的角度对不同的理论加以区分. 如果引力波爆发事件同时伴随着电磁波辐射, 那么通过比较引力波和电磁波的到达时间差, 就有可能比较两种波的传播速度的差别. 2017年8月17日北京时间20:41:04, LIGO引力波探测器首次探测到了两个中子星并合产生的引力波爆发事件GW170817, 仅仅1.7 s后Fermi/GBM和INTEGRAL就收到了该事件发出的短伽马射线暴信号GRB170817A. 由于该事件发生在距离地球约40 Mpc的位置, 在引力波和电磁波到达

地球之前已经传播了约1.3亿年后几乎同时到达地球, 因此可以反推出二者的传播速度几乎是一样. 但是, 这里的不确定度在于, 对应双中子星爆发事件, 电磁波和引力波是否同时发生目前尚不清楚. 文献^[20]假设短伽马暴与引力波信号的发出时间小于10 s, 并结合它们的到达时间差异, 可以得到电磁波与引力波的速度差 Δv 的限制:

$$-3 \times 10^{-15} \leq \frac{\Delta v}{v_{\text{EM}}} \leq +7 \times 10^{-16}. \quad (22)$$

该结果显示, 引力波与电磁波的速度差异不能超过 10^{-15} , 这是对引力波速度的一个非常强的限制.

根据该限制结果, 有大量的工作立即对各种修改引力方案进行了限制, 包括Einstein-aether引力、Born-Infeld引力、Horava引力、有质量引力等. 例如, 文献^[21]从有效场论的角度研究了普遍的标量-张量引力, 包括Horndeski引力、超越Horndeski引力, 以及包含高阶导数项的引力理论, 并发现绝大多数的标量-张量引力都不满足目前的观测限制.

3.3 检验引力波的色散关系

我们也可以从引力波色散关系的角度来作引力检验. 在广义相对论中, 由于引力波的速度严格等于光速, 因此其色散关系非常简单, 即 $E = pc$, 其中, E 和 p 分别是引力子的能量和动量. 但是在一般的修改引力中, 该色散关系可以被写为如下的一般形式:

$$E^2 = p^2 c^2 + A_\alpha p^\alpha c^\alpha, \quad (23)$$

其中, A_α 表示对色散关系修正的大小, 而 α 则表示修正项对动量依赖的指数, 不同的 α 表示不同的修改引力方案. 例如, $\alpha = 0$ 对应于有质量的引力子, 其引力子质量为 $m_g = A_0^{1/2}/c^2$. $\alpha = 2.5$ 和 $\alpha = 3$ 则分别代表了multi-fractal space, double special relativity理论的领头阶的贡献, 而 $\alpha = 4$ 则代表了Horava-Lifshitz和额外维引力的修正.

对于色散关系修改的引力波, 其传播速度必然低于光速, 而且不同频率的引力子传播速度一般是不同的, 这样探测器收到的引力波信号相对于广义相对论预言的引力波会发生色散, 而这种色散可以通过对引力波相位的修改来反映. 新的色散关系带来的引力波

相位修正为^[16]

$$\delta\Phi_\alpha(f) = \text{sign}(A_\alpha) \begin{cases} \frac{\pi d_L}{\alpha - 1} \lambda^{\alpha-2} (f/c)^{\alpha-1}, & \alpha \neq 1, \\ \frac{\pi d_L}{\lambda} \ln[\pi G(1+z)M_c f/c^2], & \alpha = 1, \end{cases}$$

其中, z 为波源的红移, 而 d_L 是波源的光度距离, 参数 λ 定义为

$$\lambda \equiv \left[\frac{(1+z)^{1-\alpha} d_L}{d_\alpha} A_\alpha \right]^{1/(\alpha-2)},$$

其中的距离参数 d_α 则定义为

$$d_\alpha \equiv \frac{(1+z)^{1-\alpha}}{H_0} \int_0^z \frac{(1+\bar{z})^{\alpha-2}}{\sqrt{\Omega_m(1+\bar{z})^3 + \Omega_\Lambda}} d\bar{z}, \quad (24)$$

这里, H_0 为哈勃常数, 而 Ω_m 和 Ω_Λ 分别为宇宙中的物质和暗能量的密度参数. 文献^[16]利用10个引力波数据, 对不同 α 取值的色散关系进行了限制, 并发现对于 α 在 $[0, 4]$ 范围内的情况, 都有

$$|A_\alpha| \leq O(1) \times 10^{-19} \text{ peV}^{2-\alpha}. \quad (25)$$

利用该结果, 可以得到对一系列修改引力的参数限制. 例如, 对于 $\alpha = 0$ 的情况, 可以得到对引力子质量的限制 $m_g \leq 4.7 \times 10^{-23} \text{ eV}/c^2$.

3.4 检验引力波的光度距离

引力波天文学的一个重要的研究领域是: 利用致密双星并合的引力波观测可以独立测量引力波源的光度距离. 该测距方法成功避免了通常天文学测距中对所谓的宇宙距离阶梯的依赖, 从而回避了其中可能存在的各种系统误差. 如果还可以得到该引力波源的红移信息, 例如通过对其电磁对应体或者宿主星系等的观测, 利用距离-红移关系, 该类引力波源就可以作为标准汽笛来研究宇宙的膨胀历史, 包括限制哈勃常数、暗能量状态方程等基本宇宙学参数^[22].

这里有一个基本假设, 即认为引力波测量得到的光度距离和电磁波测量得到的光度距离一致. 这一点在广义相对论中是自然成立的, 因为从引力波的演化方程中就可以看出来

$$\tilde{h}'' + 2H\tilde{h}' + k^2\tilde{h} = 0. \quad (26)$$

该运动方程与FRW度规中光子的运动方程是完全一致的, 因此二者得到的光度距离也相同. 但是, 在许多修

改引力中, 包括time-dependent effective Planck Mass theory, nonlocal modified of gravity, gravity with large extra dimensions等, 两个距离是不同的. 在这些修改引力中, 引力波在FRW度规中的传播方程可以统一写为如下形式:

$$\tilde{h}'' + (2 + \alpha_M)H\tilde{h}' + c_T^2 k^2 \tilde{h} = 0, \quad (27)$$

其中, α_M 是修改引力所带来的摩擦项, c_T 表示引力波的速度. 摩擦项 α_M 的作用是改变引力波振幅在膨胀宇宙中传播时的衰减速度, α_M 越大, 说明引力波衰减得越快. 在近邻宇宙, 一般可以假设 α_M 为常数, 不考虑其随红移的改变. 另外, 这里也不考虑引力波的色散. 通过该传播方程, 可以定义引力波测量得到的距离 d_{GW} , 它与通常电磁波测量得到的光度距离 d_L 有如下关系^[23]:

$$d_{\text{GW}} = (1+z)^{\alpha_M/2} d_L. \quad (28)$$

而引力波振幅随距离的演化关系为 $\tilde{h} \propto 1/d_{\text{GW}}$.

因此, 对于某个引力波源, 如果能够同时测量得到 d_{GW} 和 d_L 信息, 那么通过比较二者, 可以对上述各种引力理论进行观测限制. 利用LIGO等探测器对引力波波形的探测, 可以得到 d_{GW} 信息, 但是 d_L 一般难以直接测量. 如果能够通过电磁对应体或者宿主星系得到波源的宇宙学红移 z , 并且假设宇宙学模型是已知的, 那么利用Friedmann方程, 可以计算得到 d_L 的值. 这也是目前LVK团队^[15]以及其他研究者所采用的方法. 但是, 需要指出的是, 在现阶段这种方法还存在缺陷, 这主要是因为宇宙学模型参数目前还远未达到精密测量的程度, 特别是描述宇宙膨胀历史的哈勃常数和暗能量状态方程还没有最终确定, 甚至标准的 Λ CDM (Lambda cold dark matter)模型是否需要修正还在争论中. 因此, 目前依据该方法得到的结论必然是宇宙学模型依赖的.

3.5 检验引力波的极化模式

引力波的极化也是检验引力的一种非常重要的手段. 在一般的4维度规引力中, 度规张量有10个独立自由度, 但是由于广义协变原理的要求, 我们需要选择合适的规范条件, 因此可以去掉其中的4个自由度, 这就导致一般的度规引力中最多可以存在6种极化模式的引力波, 分别是张量型的“+”和“ \times ”极化模式(或者等价地, 可以组合为左旋极化的引力波和右旋极化的引力

波), 标量型的 b 极化(呼吸模式)和 ℓ 极化(纵波模式), 矢量型的 v_x 和 v_y 极化模式. 这些不同的极化模式引力波的观测效应如图3所示.

在广义相对论中, 只存在张量型的“+”和“ \times ”极化模式的引力波. 但是, 在几乎所有的修改引力中都有可能存在其他模式的引力波, 例如前面介绍的Brans-Dicke引力中就有 b 模引力波, 在屏蔽修改引力中则有 b 极化和 ℓ 极化两种标量型的引力波, 而在矢量-张量引力(如Einstein-aether引力)中, 上述6种极化模式的引力波都存在^[24]. 因此, 一种很自然的引力检验方法也被研究者提出来, 即从观测数据中分离出不同极化模式的引力波, 然后检查标量型和矢量型的引力波是否确实为零. 只要发现任何一种非张量型的模式非零, 则必然意味着广义相对论的失效.

对于目前的激光干涉仪引力波探测方法, 标量型的 b 极化和 ℓ 极化的观测效应完全一致, 导致在该测量方法中, 二者是无法区分的, 因此事实上只有可能区分出5种极化模式的引力波. 在引力波探测器的响应信号 h 是所有模式引力波的线性叠加, 而叠加系数就是探测器对每一种极化模式的响应函数 F , 即

$$h = F_+h_+ + F_\times h_\times + F_b h_b + F_{v_x} h_{v_x} + F_{v_y} h_{v_y}, \quad (29)$$

其中的响应函数 F 除了依赖于引力波的极化模式, 还依赖于引力波的二维空间方位 (θ, ϕ) 和引力波的极化角 (ψ) . 根据该线性依赖关系, 可以很自然地发现, 如果有5个探测器的观测数据 h_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$), 那么就可以对其线性组合来实现对5个极化模式的分离. 例如, 对于 h_+ 模式, 其对应的方程为 $h_+ = \sum_{i=1}^5 a_i^+ h_i$, 其中 a_i^+ 为线性组合的系数^[8].

但是要实现该目标需要有几个先决条件: (1) 需要有5个独立的引力波探测器, 而且5个探测器在地面上的位置不能完全平行. 但是目前的国际探测器网络只有3个探测器能够正常工作, 即LIGO-L1, LIGO-H1和Virgo, 而且两个LIGO探测器的放置还几乎平行, 这就给极化模式的分离带来了困难. 随着探测器数目的不断增加, 未来日本的KAGRA探测器和印度的LIGO-India探测器预计将陆续投入正常的观测, 届时如果5个探测器联合探测到同一个引力波源, 我们将有机会第一次对5个引力波极化模式实现分离, 并对广义相对论实现精确检验. (2) 由于响应函数 F 还依赖于引

力波的二维空间方位 (θ, ϕ) 和引力波的极化角 (ψ) , 但是由于引力波探测器的定位能力非常差, 因此仅依靠引力波探测无法实现对这3个参数的精确测量, 因此一般还需要电磁对应体观测来对引力波源精确定位.

基于这些困难, 目前的观测能力对引力波极化的检验能力还非常有限, 例如, 文献^[15]针对唯一的一个有电磁对应体的引力波事件GW170817, 发现其引力波信号由两个纯张量模组合的概率远远大于由两个纯标量模或者两个纯矢量模组合的概率. 计算表明, 张量模组合的贝叶斯因子比标量模组合大 23.09 ± 0.08 , 而比矢量模组合大 20.81 ± 0.08 . 结果显示, 在GW170817的信号中张量型的“+”和“ \times ”极化模起主导作用, 但还是不能排除其他极化的引力波也可能作为次要成分存在于引力波信号中.

3.6 检验引力的宇称对称性

如前所述, 如果引力理论中存在宇称对称性的破坏, 那么在引力波中就会出现双折射现象, 即左旋波和右旋波的演化发生分离, 因此通过检验引力波的双折射现象就可以反过来限制引力的宇称对称性. 从方程(16)中可以发现引力波的双折射现象分为两类, 其一是参数 ν_Λ 引起的振幅双折射现象, 其二是参数 μ_Λ 引起的速度双折射现象. 第2.3节通过模型相关的方法来实现对引力宇称对称性的检验, 即首先算出引力波的波形, 然后与观测数据进行比较. 这里介绍如何不依赖波形模板来实现引力检验.

对于振幅双折射现象, 其效应是左旋波和右旋波在膨胀宇宙中传播时, 其振幅衰减速度不同. 因此, 探测器接收到的两个极化模式的振幅比值与发出时的比值不同. 但是, 需要指出的是, 引力波发出时, 两个模式比值一般也是不同的, 该比值由引力波事件的视向角 ι 来决定^[25], 即

$$|h_L|/|h_R| = [(1 + \cos \iota)/(1 - \cos \iota)]^2. \quad (30)$$

因此, 对于单个引力波事件, 振幅双折射效应和视向角参数完全简并. 但是, 这种简并关系可以通过大样本统计分析来打破. 如果研究大量的统计独立的引力波事件, 那么引力波发出时视向角的分布函数应该正比于 $\sin \iota$. 如果引力波的振幅双折射效应存在, 那么随着引力波在宇宙中的演化, 必然导致两个极化模式的比

值在传播过程中发生偏离,即探测器接收到的一定是左旋波或者右旋波在统计上占主导作用,这等效于实际测量到的等效视向角向 0° 或者 180° 偏离.文献[26]就是通过统计当时已有的引力波事件中等效视向角的分布来模型无关地限制引力波的振幅双折射现象,并得到结果 $M_{\text{PV}} \geq 6.8 \times 10^{-21} \text{ GeV}$.

对于速度双折射现象,同样可以实现模型无关的检验.该现象指的是,左旋波和右旋波在传播时,其速度不同,即一个是传播速度超过光速的“快波”,而另一个则是传播速度低于光速的“慢波”.因此,对于某一个引力波事件,如果能够从观测数据中分离出左旋波和右旋波,那么对于同一个频段范围的波,可以直接测量其到达时间,从而比较其传播速度的差值.注意,这里的比较成功避免了两种波发出时间的不确定性.通过GW170817事件来比较电磁波和引力波传播速度时,我们提到,其发出时间差是理论模型依赖的.但是这里比较的是左旋引力波和右旋引力波,在度规引力中,二者都来自系统质量四极矩的加速运动,产生原理相同,因此不存在产生时间上的差别.因此,对于最低阶的速度双折射理论 $\mu_{\text{A}} = \rho_{\text{A}k}/aM_{\text{PV}}$,其到达时间差为

$$|t_{\text{R-L}}| = \frac{k}{M_{\text{PV}}} \int_{t_e}^{t_0} \frac{dt}{a^2}. \quad (31)$$

文献[25]提出了从观测数据中直接分离左旋波和右旋波的方法.通过模拟一个被LIGO-L1和LIGO-H1联合观测到的、光度距离为40 Mpc处的双中子星并合引力波事件(与GW170817类似),但是假设其视向角为 $\iota = 90^\circ$,并且假设其位置由电磁对应体精确确定,可以发现该方法确实可以实现对左旋波和右旋波的分离.通过比较100 Hz附近的两个波的到达时间,可以发现现有探测器对其到达时间的测量精度可以达到0.1 s的量级,因此对二者的速度差测量可以达到 10^{-17} 的量级,利用该结果可以实现 $M_{\text{PV}} \sim 10 \text{ keV}$ 的能标上检验引力的宇称对称性.同时,我们将该方法应用于真实的GW170817事件,发现该事件只有右旋波而没有左旋波.这是因为该事件的视向角接近 180° ,因此在其产生时就是右旋波远远大于左旋波.因此利用该事件在现有的探测精度上尚无法对引力波的速度双折射效应做出有效检验.

4 总结与展望

爱因斯坦的广义相对论是目前最成功的引力理论,以其为基础的相对论天体物理学和宇宙学近年来取得了极大的成功.但是,由于其自身存在的理论缺陷,以及与量子论的不兼容,人们意识到该理论只是一个过渡性的引力理论.因此,100多年以来,在所有可能的场所对广义相对论作精确的实验检验一直是物理学和天文研究的重要课题.特别是,人们期望能够从实验和观测上最终找到广义相对论失效的地方,从而从实验的角度指导引力理论的进一步发展.2016年以来,LIGO等探测器首次探测到了双黑洞并合产生的引力波信号,揭开了引力波天文学的新时代.其中重要的研究方向之一就是利用引力波作为新的工具来检验引力理论.特别是,由于目前可探测的引力波全部来自极强的引力场,因此引力波自然地携带了强引力场的信息,体现了引力波这种新的引力检验工具的优势.

本文介绍了目前的两种引力检验的方法.第一种是模型相关的方法,即对于某一种给定的引力理论,详细计算出双星并合的引力波波形,特别是该模型相对于广义相对论预言的差异,然后利用实际观测数据对该引力波波形进行拟合,从而得到对理论模型参数的限制.在这种方法中,通过3种比较典型的修改引力理论,即Brans-Dicke引力、一般的屏蔽修改引力、一般的宇称破坏引力,对这种方法进行了详细的介绍,特别是比较了该理论中的引力波在极化、速度、相位、振幅等方面的特点,并且利用现有的观测数据对这些理论进行了限制.我们发现,相对于太阳系检验,现有的或者未来的引力波观测数据有可能将引力检验的精度提高多个量级.第二种是模型无关的检验方法,即对引力或者引力波的某一个特性进行检验,该检验结果往往可以适用于一大类的修改引力模型.该部分中,我们以几个典型例子,包括引力波相位参数、传播速度、色散关系、光度距离、极化模式,以及引力的宇称对称性等,介绍该方法的基本思想以及目前的检验现状.

需要指出的是,由于篇幅原因,本文只介绍了利用恒星质量的致密双星并合在旋进过程中辐射的引力波来进行引力检验的基本方法.事实上,该引力波源在并合和铃宕阶段的引力辐射也可以进行精确的引力检验,该课题在许多工作中也有详细的讨论.另外,透镜化的

引力波也为人们提供了不同的检验引力的方法^[27,28]. 本文的讨论只局限于利用目前的地基激光干涉仪引力波天文台的观测来做检验. 随着引力波探测技术和探测方法的发展, 未来的空间引力波探测器, 包括LISA、天琴、太极等, 预计将会观测到大质量黑洞并合和极端质量比双星并合的引力辐射, 这些源由于其独特性质, 将会给引力检验带来更加丰富的研究内容. 同时, 目前的脉冲星计时阵列方法也已经发现了纳赫兹频段的引力辐射, 在不久的将来, 该方法也有可能探测到该频段孤立的引力波源. 该方法的特点在于, “探测器”(即可用的毫秒脉冲)的数目特别巨大, 而且引力波的频率非常低, 这些新的特点也必将给未来的引力检验带来新的契机. 另外, 利用宇宙微波背景辐射的B-模

极化还可以探测到极低频段的原初引力波信号. 目前这方面的实验进展很快, 近期的地基项目包括美国的S4项目、我国的AliCPT项目等, 空间项目包括日本的LiteBird项目等. 观测一旦取得突破, 则必将为引力检验带来新的革命性进展. 这是因为原初引力波产生于宇宙极早期, 其物理能标接近于普朗克能标, 所以通过这种引力波, 我们将有机会首次在普朗克能标附近实现对广义相对论的精确检验, 并有望首次发现偏离广义相对论的效应. 综上所述, 我们期待在不久的将来, 利用引力波这种新的工具在引力检验方面取得更加重大的突破, 而我国的各种引力波探测项目, 包括天琴、太极、CPTA、AliCPT等有望在其中发挥重要作用.

参考文献

- 1 Abbott B, Abbott R, Abbott T, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 061102
- 2 Abbott B, Abbott R, Abbott T, et al. GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 161101
- 3 Abbott R, Abbott T, Acernese F, et al. GWTC-3: Compact binary coalescences observed by LIGO and Virgo during the second part of the third observing run. *Phys Rev X*, 2023, 13: 041039
- 4 Luo Z R, Zhang M, Jin G. Overall discussion on the key problems of a space-borne laser interferometer gravitational wave antenna (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2019, 64: 2468–2474 [罗子人, 张敏, 靳刚. 激光干涉引力波空间阵列核心问题的综合讨论. *科学通报*, 2019, 64: 2468–2474]
- 5 Cai R G, Cao Z J, Han W B. The gravitational wave models for binary compact objects (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2016, 61: 1525–1535 [蔡荣根, 曹周键, 韩文标. 并合双星系统的引力波理论模型. *科学通报*, 2016, 61: 1525–1535]
- 6 Maggiore M. *Gravitational Waves: Volume 1: Theory and Experiments*. Oxford: Oxford University Press, 2007
- 7 Zhang X, Yu J, Liu T, et al. Testing Brans-Dicke gravity using the Einstein telescope. *Phys Rev D*, 2017, 95: 124008
- 8 Van Den Broeck C. *Probing Dynamical Spacetimes with Gravitational Waves*. Berlin-Heidelberg: Springer, 2014
- 9 Niu R, Zhang X, Wang B, et al. Constraining scalar-tensor theories using neutron star-black hole gravitational wave events. *Astrophys J*, 2021, 921: 149
- 10 Liu T, Zhang X, Zhao W, et al. Waveforms of compact binary inspiral gravitational radiation in screened modified gravity. *Phys Rev D*, 2018, 98: 083023
- 11 Zhao W, Zhu T, Qiao J, et al. Waveform of gravitational waves in the general parity-violating gravities. *Phys Rev D*, 2020, 101: 024002
- 12 Wang Y F, Brown S M, Shao L, et al. Tests of gravitational-wave birefringence with the open gravitational-wave catalog. *Phys Rev D*, 2022, 106: 084005
- 13 Wang Y F, Niu R, Zhu T, et al. Gravitational wave implications for the parity symmetry of gravity in the high energy region. *Astrophys J*, 2021, 908: 58
- 14 Abbott B, Abbott R, Abbott T, et al. Tests of general relativity with GW150914. *Phys Rev Lett*, 2016, 116: 221101
- 15 Abbott B, Abbott R, Abbott T, et al. Tests of general relativity with GW170817. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 011102
- 16 Abbott B, Abbott R, Abbott T, et al. Tests of general relativity with the binary black hole signals from the LIGO-Virgo catalog GWTC-1. *Phys Rev D*, 2019, 100: 104036
- 17 Cornish N, Sampson L, Yunes N, et al. Gravitational wave tests of general relativity with the parameterized post-Einsteinian framework. *Phys Rev D*, 2011, 84: 062003
- 18 Yunes N, Pretorius F. Fundamental theoretical bias in gravitational wave astrophysics and the parametrized post-Einsteinian framework. *Phys Rev D*, 2009, 80: 122003
- 19 Berti E, Yagi K, Yunes N. Extreme gravity tests with gravitational waves from compact binary coalescences: (I) inspiral-merger. *Gen Relativ Gravit*, 2018, 50: 46

- 20 Abbott B P, Abbott R, Abbott T D, et al. Gravitational waves and gamma-rays from a binary neutron star merger: GW170817 and GRB 170817A. *ApJL*, 2017, 848: L13
- 21 Creminelli P, Vernizzi F. Dark energy after GW170817 and GRB170817A. *Phys Rev Lett*, 2017, 119: 251302
- 22 Schutz B F. Determining the Hubble constant from gravitational wave observations. *Nature*, 1986, 323: 310–311
- 23 Amendola L, Sawicki I, Kunz M, et al. Direct detection of gravitational waves can measure the time variation of the Planck mass. *J Cosmol Astropart Phys*, 2018, 2018: 030
- 24 Lin K, Zhao X, Zhang C, et al. Gravitational waveforms, polarizations, response functions, and energy losses of triple systems in Einstein-aether theory. *Phys Rev D*, 2019, 99: 023010
- 25 Zhao W, Liu T, Wen L, et al. Model-independent test of the parity symmetry of gravity with gravitational waves. *Eur Phys J C*, 2020, 80: 630
- 26 Ng T C, Isi M, Wong K W, et al. Constraining gravitational wave amplitude birefringence with GWTC-3. *Phys Rev D*, 2023, 108: 084068
- 27 Fan X L. Lensed gravitational waves: Scattering and applications (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2021, 66: 2516–2528 [范锡龙. 透镜化引力波的散射问题及其应用. *科学通报*, 2021, 66: 2516–2528]
- 28 Liao K. Research progress on gravitational lensing time delays (in Chinese). *Chin Sci Bull*, 2024, 69: 80–95 [廖恺. 引力透镜时间延迟研究进展. *科学通报*, 2024, 69: 80–95]

Summary for “引力波与引力检验”

Gravitational wave and tests of gravity

Wen Zhao* & Rui Niu

Department of Astronomy, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

* Corresponding author, E-mail: wzhao7@ustc.edu.cn

Until now, Einstein's general relativity is the most successful gravitational theory. However, this theory faces difficulties on both the theoretical side and the observational side, including the singularity problem in black holes and cosmology, the quantization problem, the dark matter, and the dark energy problems. Therefore, the testing of gravity in various environments is one of the most important tasks for physics and astronomy. The discovery of gravitational-wave (GW) events by the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) and other detectors provides a novel way to realize it. Different from other methods, the GWs generated by the coalescence of compact binaries are currently the unique detected GW sources, providing a novel probe to test gravitational theory in the strong gravitational field environment for the first time. The key role of gravity testing is to compare general relativity and other modified gravitational theories through the observational data, to obtain falsification of the theory or constraints of model parameters. In this review, we focus on this type of GW source and combine the observation results of current ground-based laser interferometer GW detectors to introduce the basic methods of using GWs to test gravity, as well as the measurement accuracy that may be obtained at present or in the future. Firstly, we briefly introduce the calculation method of GW waveforms of compact binary mergers in the general gravitational theory. We present the main characters of GWs in general relativity and the possible deviations in the modified gravities. Then, we introduce two different testing methods: The model-dependent method and the model-independent method. The former one can test the gravitational theories by calculating the explicit GW waveforms in various theories, and compare them with the observational data to constrain or falsify the corresponding gravitational theories. The latter can test some specific features of gravity with observational data, and the results can be used to constrain a class of theories. For the model-dependent method, we introduce three typical models, including the Brans-Dicke gravity, which is the first relativistic modified gravity; the general screened modified gravity, which includes the large class of modified gravities introduced to both interpret the cosmic acceleration and meet various tests in solar systems; the general parity-violating gravity, which includes a class of modified gravities with parity-violating terms. For the model-independent method, we introduce the basic ideas and test a set of features of gravity with current observations, including the phase parameters, velocity, dispersion relation, luminosity distance of GWs, and the parity symmetry of gravity. Although in this review, only the tests of gravity for the current ground-based GW detectors are introduced, the GW observations by the future space-based laser interferometers, the pulsar timing arrays, and the cosmic microwave background radiation detectors are hopeful to greatly improve the test capabilities in different aspects.

gravitational wave, test of gravity, general relativity, modified gravity

doi: [10.1360/TB-2024-0117](https://doi.org/10.1360/TB-2024-0117)