

tachyon 暗能量的参数化及其势能函数的构造^{*}

曹洪敏, 林宣滨, 王 蕾, 赵 文

(中国科学技术大学天体物理中心, 安徽合肥 230026)

摘要: 利用暗能量的物态方程 $\omega_\phi(z)$, 得到了构造 tachyon 场势能函数的基本方程. 然后对常用的 4 种物态方程的参数化模型分别计算了 tachyon 场的势能函数. 由这 4 种模型所得到的势能函数均是单调的, 并且在低红移时具有相同的渐近行为.

关键词: 物态方程; tachyon 场; 参数化模型

中图分类号: P159.3 **文献标识码:** A

Parametrization of tachyon dark energy and its potential

CAO Hong-min, LIN Xuan-bin, WANG Lei, ZHAO Wen

(Center for Astrophysics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China)

Abstract: The basic equations for reconstructing the potential of tachyon were derived from the equation of state of the dark energy $\omega_\phi(z)$. The shapes of the potentials of the tachyon field were numerically reproduced for four typical parametrized models and some discussions on the results were given. In particular, for these four models, the potentials are all monotonous and possess the same asymptotic behavior at low redshift.

Key words: equation of state; tachyon field; parametrized model

0 引言

自 1998 年人们发现宇宙的加速膨胀以来^[1,2], 暗能量一直是宇宙学研究中的热点问题之一. 最近几年, Ia 型超新星的观测^[1~4], 宇宙微波背景辐射扰动功率谱^[5]以及星系大尺度结构的观测^[6,7], 都证实了暗能量的存在, 并且给出了宇宙的物质能量组分: 约 70% 的暗能量, 25% 的暗物质, 5% 的重子物质以及少量的光子和中微子. 暗能量的物态方程 $\omega_\phi = p_\phi/\rho_\phi$ (其中 p_ϕ 和 ρ_ϕ 分别是暗能量的压强密度和能量密度) 必须小于 $-1/3$, 来保证宇宙的加速膨胀. 如何理解占当今宇宙主要组分的暗能量呢? 最简单

的模型是假定暗能量为宇宙学常数. 虽然该模型能够很好的符合几乎所有的观测, 但是从理论上讲, 该模型存在微调问题 (fine-tuning problem) 和巧合性问题 (coincidence problem), 因此人们更加倾向于暗能量的动力学模型, 例如标量场模型^[8,9], 矢量场模型^[10,11], 以及修改引力模型^[12,13], 其中标量场模型是比较常用的模型. 例如 quintessence 模型, 其拉氏量密度为 $L_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)$, 该模型能够自然地给出物态方程 $\omega_\phi \in [-1, 1]$, 随着宇宙的演化, 标量场沿着势缓慢的滚动, 当势能 $V(\phi)$ 起主导作用的时

^{*} 收稿日期: 2006-09-14; 修回日期: 2006-11-15

基金项目: 教育部优秀青年教师资助计划资助.

作者简介: 曹洪敏, 男, 1980 年生, 硕士生. 研究方向: 宇宙学. E-mail: chmcao@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 林宣滨, 博士/副教授. E-mail: lxb@ustc.edu.cn; Tel: 0551-3600461

① 最新的文献可参阅 arXiv: astro-ph/0603449

候, ω_ϕ 接近 -1 . 值得注意的是, 一类 quintessence 模型具有 tracker 解^[14,15], 这使得标量场的能量密度随宇宙的演化不依赖于起始条件的选取, 从而可以解释宇宙的恰好性问题.

最近人们发现在弦宇宙学模型中, tachyon 凝聚具有很多重要的宇宙学效应, 其拉氏量密度具有非正则的动能项, 形式为 $L_\phi = -V(\phi)F(X)$, 其中 $F(X) = \sqrt{1-2X}$, $X = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$. Sen^[16,17] 最早指出 D-膜的衰变可以产生一种具有有限能量密度的无压气体, 这种气体对宇宙能量密度的贡献类似于经典的尘埃. 这使人们对 tachyon 场在弦论中的作用有了新的理解. 滚动的 tachyon 场的物态方程 $\omega_\phi \in [-1, 0]$, 因此许多作者尝试用 tachyon 场来解释宇宙早期暴涨^[18,19], 也有些作者将 tachyon 场作为导致宇宙晚期加速膨胀的暗能量的一种候选者^[20~22]. 在以前有关暗能量的工作中, 人们多数都是首先假定一种拉氏量密度, 然后研究其物态方程的演化情况, 但是这很难直接和观测联系起来. 暗能量的参数化的物态方程可以从拟合观测数据中得到^[23~27], Guo 等人据此提出了一种理论方法可以从物态方程出发重建 quintessence 标量场的势能函数^[28], 在本文中, 我们应用该方法, 尝试构造 tachyon 场的势能函数. 这种直接把观测和 tachyon 暗能量模型 联系起来的 做法, 提供了一条从观测来研究 tachyon 暗能量的途径.

1 建立方程

考虑与引力场最小耦合的 tachyon 场, 其作用量为^[16,17]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{m_{Pl}^2}{16\pi} R - V(\phi) \sqrt{1 + g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi} \right], \quad (1)$$

其中, $m_{Pl}^2 \equiv G^{-1}$ 为普朗克质量; $V(\phi)$ 为 tachyon 场的势函数. 对平坦的 Friedmann-Robertson-Walker (FRW) 宇宙其线元可写为

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2), \quad (2)$$

其中, $a(t)$ 为尺度因子. 我们仅考虑均匀场的情况, 即 $\phi = \phi(t)$, 所以此时从方程(1)可以得到 tachyon 场的压强密度 p_ϕ 与其能量密度 ρ_ϕ 分别为

$$p_\phi = -V(\phi) \sqrt{1 - \dot{\phi}^2}, \quad (3)$$

$$\rho_\phi = \frac{V(\phi)}{\sqrt{1 - \dot{\phi}^2}}, \quad (4)$$

其中, $\dot{\phi}$ 表示对宇宙时 t 求导. tachyon 场的物态方程为

$$\omega_\phi = \frac{p_\phi}{\rho_\phi} = \dot{\phi}^2 - 1, \quad (5)$$

由方程(3)~(5), 可知 $\omega_\phi \in [-1, 0]$. 另外, 从方程(1)也可以看出 tachyon 场的拉氏量密度

$$L_\phi = -V(\phi)F(X),$$

其中, $F(X) = \sqrt{1-2X}$, $X = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2$.

对于平坦的 FRW 宇宙, Friedmann 方程可写为

$$H^2 = \frac{8\pi}{3m_{Pl}^2}(\rho_m + \rho_\phi), \quad (6)$$

其中, ρ_m 为物质能量密度. 能量密度的连续性方程

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(\rho_\phi + p_\phi) = 0, \quad (7)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = 0. \quad (8)$$

从方程(7), (8)可以得到

$$\rho_\phi(z) = \rho_{\phi 0} e^{3 \int_0^z (1+\omega_\phi) d \ln(1+z)} \equiv \rho_{\phi 0} E(z), \quad (9)$$

$$\rho_m(z) = \rho_{m 0} (1+z)^3, \quad (10)$$

其中, z 是宇宙学红移, 在上面的推导中用到了 $1+z = a_0/a$, 及哈勃常数 $H = \dot{a}/a$. 下标 0 指物理量取现在值. 从方程(6), (9)及(10), 哈勃常数可表示为

$$H(z) = \sqrt{\frac{8\pi}{3m_{Pl}^2}(\rho_m + \rho_\phi)} = H_0 (\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\phi E(z))^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

其中, $\Omega_m = \rho_{m 0}/\rho_0$, $\Omega_\phi = \rho_{\phi 0}/\rho_0$, 而 $\rho_0 \equiv 3m_{Pl}^2 H_0^2/8\pi$ 为宇宙当今的临界密度. Ω_m 与 Ω_ϕ 分别是物质和暗能量的能量密度参数的当今值, 在这里我们去掉了下标 0, 这是通用的标记方法.

由方程(5)可以得到

$$\dot{\phi} = \sqrt{1 + \omega_\phi}, \quad (12)$$

这里我们取“+”(加减号的选取具有任意性), 取“+”表示 ϕ 场大小随宇宙时增加. 因为

$$\phi' \equiv \frac{d\phi}{dz} = \frac{d\phi}{dt} \cdot \frac{dt}{dz} = -\frac{d\phi}{dt(1+z)H},$$

于是

$$\phi' = -\frac{\sqrt{1 + \omega_\phi}}{(1+z)H}. \quad (13)$$

另一方面, 从方程(3)~(5)及(9), (10)可得到 tachyon 场的势能函数及其能量密度参数的表达式

$$V(z) = \sqrt{-\rho_\phi p_\phi} = \rho_\phi \sqrt{-\omega_\phi}, \quad (14)$$

$$\Omega_\phi(z) = \frac{\rho_\phi(z)}{\rho_\phi(z) + \rho_m(z)} = \frac{E(z)}{E(z) + r_0(1+z)^3}, \quad (15)$$

其中, $r_0 = \rho_{m0}/\rho_{\phi 0}$. 我们定义无量纲的量 $\tilde{\phi} \equiv H_0 \phi$, 及 $\tilde{V} \equiv V/\rho_{\phi 0}$, 则方程(13), (14)可以写为如下的形式

$$\tilde{V}(z) = E(z) \sqrt{-\omega_{\phi}}, \quad (16)$$

$$\tilde{\phi}' = -\frac{\sqrt{1+\omega_{\phi}}}{1+z} [\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{\phi}E(z)]^{-\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

假如给定一个明确的物态方程 $\omega_{\phi}(z)$, 利用方程(15)~(17), 便可以求得 $\Omega_{\phi}(z)$, $\tilde{V}(\tilde{\phi})$. 下面我们将考虑 4 种常用的单调的物态方程参数化模型, 来考察给出的 tachyon 场的势函数 $\tilde{V}(\tilde{\phi})$ 的特点. 同时我们求得了能量密度参数 $\Omega_{\phi}(z)$ 随红移的演化情况.

模型 I $\omega_{\phi} = \omega_0$ [23]. 由方程(15)~(17)可以得到

$$\Omega_{\phi}(z) = \frac{(1+z)^{3(1+\omega_0)}}{(1+z)^{3(1+\omega_0)} + r_0(1+z)^3}, \quad (18)$$

$$\tilde{V}(z) = (1+z)^{3(1+\omega_0)} \sqrt{-\omega_0}, \quad (19)$$

$$\tilde{\phi}(z)' = -\frac{\sqrt{1+\omega_0}}{1+z}.$$

$$[\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{\phi}(1+z)^{3(1+\omega_0)}]^{-\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

模型 II $\omega_{\phi} = \omega_0 + \omega_1 z$ [24]. 由方程(15)~(17)可以得到

$$\Omega_{\phi}(z) = \frac{e^{3\omega_1 z} (1+z)^{3(1+\omega_0-\omega_1)}}{e^{3\omega_1 z} (1+z)^{3(1+\omega_0-\omega_1)} + r_0(1+z)^3}, \quad (21)$$

$$\tilde{V}(z) = e^{3\omega_1 z} (1+z)^{3(1+\omega_0-\omega_1)} \sqrt{-(\omega_0 + \omega_1 z)}, \quad (22)$$

$$\tilde{\phi}(z)' = -\frac{\sqrt{1+\omega_0+\omega_1 z}}{1+z}.$$

$$(\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{\phi}e^{3\omega_1 z} (1+z)^{3(1+\omega_0-\omega_1)})^{-\frac{1}{2}}. \quad (23)$$

模型 III $\omega_{\phi} = \omega_0 + \omega_1 \frac{z}{1+z}$ [25, 26]. 由方程(15)~(17)可以得到

$$\Omega_{\phi}(z) = \frac{e^{-\frac{\omega_1 z}{1+z}} (1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_1)}}{e^{-\frac{\omega_1 z}{1+z}} (1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_1)} + r_0(1+z)^3}, \quad (24)$$

$$\tilde{V}(z) = e^{-\frac{\omega_1 z}{1+z}} (1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_1)} \sqrt{-\left(\omega_0 + \omega_1 \frac{z}{1+z}\right)}, \quad (25)$$

$$\tilde{\phi}(z)' = -\frac{\sqrt{1+\omega_0+\omega_1 \frac{z}{1+z}}}{1+z}.$$

$$(\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{\phi}e^{-\frac{\omega_1 z}{1+z}} (1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_1)})^{-\frac{1}{2}}. \quad (26)$$

模型 IV $\omega_{\phi} = \omega_0 + \omega_1 \ln(1+z)$ [27]. 由方程(15)~(17)可以得到

$$\Omega_{\phi}(z) = \frac{(1+z)^{3(1+\omega_0+\frac{1}{2}\omega_1 \ln(1+z))}}{(1+z)^{3(1+\omega_0+\frac{1}{2}\omega_1 \ln(1+z))} + r_0(1+z)^3}, \quad (27)$$

$$\tilde{V}(z) = (1+z)^{3(1+\omega_0+\frac{1}{2}\omega_1 \ln(1+z))} \sqrt{-(\omega_0 + \omega_1 \ln(1+z))}, \quad (28)$$

$$\tilde{\phi}(z)' = -\frac{\sqrt{1+\omega_0+\omega_1 \ln(1+z)}}{1+z}.$$

$$[\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_{\phi}(1+z)^{3(1+\omega_0+\frac{1}{2}\omega_1 \ln(1+z))}]^{-\frac{1}{2}}. \quad (29)$$

2 分析与讨论

我们计算了 tachyon 场的能量密度参数 $\Omega_{\phi}(z)$ 及其势函数 $\tilde{V}(\tilde{\phi})$.

从图 1 中可以看到, 4 种情况在低红移时(大的 ϕ)能量密度参数 $\Omega_{\phi}(z)$ 遵循相同的演化方式, 但在高红移彼此偏离. 从图 2 中可以看到: 4 种情况的势均是单调下降的; 对应 4 种物态方程的 tachyon 场的势函数在低红移时具有共同的渐进行为, 势能函数是简并的, 而且斜率逐渐变缓, 在高红移时彼此偏离.

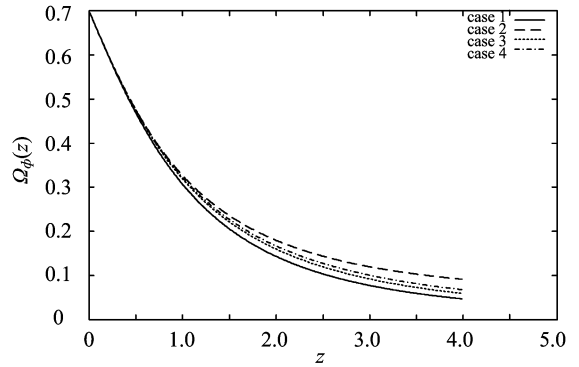


图 1 tachyon 场的能量密度参数随红移的演化
Fig. 1 Evolution of the energy density parameter of the tachyon field $\Omega_{\phi}(z)$

图 2 中, 4 种模型给出的 tachyon 场的势函数在低红移的渐进行为, 可以近似用一解析式描述

$$\tilde{V}(\tilde{\phi}) \approx \left(\frac{3}{2} \sqrt{\frac{(1+\omega_0)(1+r_0)\Omega_{\phi}}{\sqrt{-\omega_0}}} (\tilde{\phi} - \tilde{\phi}_0) + \frac{1}{\sqrt[4]{-\omega_0}} \right)^{-2}. \quad (30)$$

参数 r_0 我们取观测值 $3/7$. 模型参数 ω_0, ω_1 理论上应该由观测来定, 这里不失一般性, 我们选择 $\omega_0 = -0.8, \omega_1 = 0.1$. 因为当增加(或减少) tachyon 场的起始值 $\tilde{\phi}_0$ 时, 图 2 中的曲线仅仅沿着横轴水平向右(或向左)移动, 曲线的形状并不改变, 所以取不同的 $\tilde{\phi}_0$ 值对宇宙的演化以及势的特征不会产生影响. 为了明确, 我们选取 $\tilde{\phi}_0 = 1.0$.

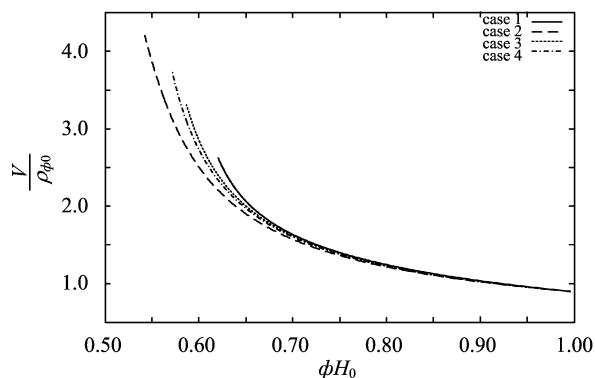


图 2 重建的 tachyon 场的势能函数

Fig. 2 Constructed tachyon potentials $\tilde{V}(\tilde{\phi})$

物态方程是了解暗能量性质的重要参量. 参数化的物态方程可以从对观测数据的拟合中得到, 然而参数化的方法有许多, 参数的选取也存在着较大不确定性, 所以很难给出一个十分确定的物态方程. 本文所取的 4 种参数化模型中, 第一种为单参数, 后 3 种双参数. 值得一提的是双参数化模型在拟合下一代观测数据方面更具有合理性和现实性^[29].

3 结论

我们给出一种从观测数据出发, 构造 tachyon 暗能量势能函数的方法, 从而直接将暗能量模型和观测数据联系了起来. 我们发现对于不同的参数化模型, tachyon 场的势能函数在低红移的时候具有共同的渐进行为, 而在高红移时却有明显的区别. 随着将来观测水平的提高, 许多宇宙学观测项目的开展, 例如“SNAP”计划^[30], Planck 卫星^[31] 以及我国的 LAMOST 巡天计划^[32], 观测精度会大大提高. 因此, 从物态方程出发来考察标量场的性质是一种非常有效的研究暗能量的方法.

致谢 感谢黄庆国博士对本文的审阅以及建议.

参考文献 (References)

- [1] Riess A G, Filippenko A V, Challis P, et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant[J]. *Astron J*, 1998, 116(3): 1 009-1 038.
- [2] Perlmutter S, Aldering G, Goldhaber G, et al. Measurements of omega and lambda from 42 high-redshift supernovae[J]. *Astrophys J*, 1999, 517(2): 565-586.
- [3] Knop R A, Aldering G, Amanullah R, et al. New constraints on Ω_M , Ω_Λ , and w from an independent set of 11 high-redshift supernovae observed with the Hubble Space Telescope[J]. *Astrophys J*, 2003, 598(1): 102-137.
- [4] Riess A G, Strolger L G, Tonry J, et al. Type Ia supernova discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope: Evidence for past deceleration and constraints on dark energy evolution[J]. *Astrophys J*, 2004, 607(2): 665-687.
- [5] Spergel D N, Verde L, Peiris H V, et al. First-year Wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: determination of cosmological parameters [J]. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2003, 148(1): 175-194.
- [6] Tegmark M, Strauss M A, Blanton M R, et al. Cosmological parameters from SDSS and WMAP[J]. *Phys Rev D*, 2004, 69: 103501.
- [7] Seljak U, Makarov A, McDonald P, et al. Cosmological parameter analysis including SDSS Lyalpha forest and galaxy bias: Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy[J]. *Phys Rev D*, 2005, 71: 103515.
- [8] Ratra B, Peebles P J E. Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field[J]. *Phys Rev D*, 1988, 37: 3 406-3 427.
- [9] Armendariz-Picon C, Mukhanov V, Steinhardt P J. Essentials of k-essence [J]. *Phys Rev D*, 2001, 63: 103510.
- [10] Kiselev V V. Vector field as a quintessence partner [J]. *Class Quant Grav*, 2004, 21(13): 3 323-3 335.
- [11] Zhao W, Zhang Y. The state equation of Yang-Mills field dark energy models[J]. *Class Quant Grav*, 2006, 23(10): 3 405-3 417.
- [12] Capozziello S, Nojiri S, Odintsov S D. Dark energy: the equation of state description versus scalar-tensor or modified gravity[J]. *Phys Lett B*, 2006, 634(2-3): 93-100.
- [13] Bento M C, Bertolami O, Reboucas M J, et al. Observational constraints on modified gravity models

- and the Poincare dodecahedral topology[J]. Phys Rev D, 2006, 73:103521.
- [14] Steinhardt P J, Wang L M, Zlatev I. Cosmological tracking solutions[J]. Phys Rev D, 1999, 59:123504.
- [15] Zlatev I, Steinhardt P J. A tracker solution to the cold dark matter cosmic coincidence problem[J]. Phys Lett B, 1999, 459(4):570-574.
- [16] Sen A. Rolling tachyon[J]. Journal of High Energy Physics, 2002, (4):48-64.
- [17] Sen A. Tachyon matter[J]. Journal of High Energy Physics, 2002, (7):65-76.
- [18] Steer D A, Vernizzi F. Tachyon inflation: Tests and comparison with single scalar field inflation[J]. Phys Rev D, 2004, 70(4):043527.
- [19] Cardenas V H. Tachyonic quintessential inflation[J]. Phys Rev D, 2006, 73:103512.
- [20] Padmanabhan T. Accelerated expansion of the universe driven by tachyonic matter[J]. Phys Rev D, 2002, 66: 021301.
- [21] Abramo L R, Finelli F. Cosmological dynamics of the tachyon with an inverse power-law potential[J]. Phys Lett B, 2003, 575:165-171.
- [22] Copeland E J, Garousi M R, Sami M, et al. What is needed of a tachyon if it is to be the dark energy? [J]. Phys Rev D, 2005, 71: 043003.
- [23] Hannestad S, Mortsell E. Probing the dark side: Constraints on the dark energy equation of state from CMB, large scale structure, and type Ia supernovae [J]. Phys Rev D, 2002, 66: 063508.
- [24] Cooray A R, Huterer D. Gravitational lensing as a probe of quintessence[J]. The Astrophysical Journal, 1999, 513(2):L95-L98.
- [25] Jassal H K, Bagla J S, Padmanabhan T. WMAP constraints on low redshift evolution of dark energy [J]. Mon Not Roy Astron Soc, 2005, 356 (1): L11-L16;
- [26] Jassal H K, Bagla J S, Padmanabhan T. Observational constraints on low redshift evolution of dark energy: How consistent are different observations? [J]. Phys Rev D, 2005, 72:103503.
- [27] Gerke B F, Efstathiou G. Probing quintessence: reconstruction and parameter estimation from supernovae[J]. Mon Not Roy Astron Soc, 2002, 335 (1): 33-43.
- [28] Guo Z K, Ohta N, Zhang Y Z. Parametrization of quintessence and its potential[J]. Phys Rev D, 2005, 72: 023504.
- [29] Linder E V, Huterer D. How many dark energy parameters? [J]. Phys Rev D, 2005, 72:043509.
- [30] The supernova/acceleration probe (SNAP)[EB/OL]. <http://snap.lbl.gov>.
- [31] The Planck project[EB/OL]. <http://www.rssd.esa.int/PLANCK>.
- [32] The large sky area multi-object fiber spectroscopic telescope (LAMOST) project[EB/OL]. <http://www.lamost.org/en/>.