

1. 【天文思维。】 a. 一个致密天体位于银河系内，我们在 0.1 秒钟之内观测到它增亮了二倍。请估计它的物理尺度不能超过多少？如果增亮的幅度只有 10%，又能得到什么结论？

b. 某种类型的活动星系在所有星系中的比例大约为 1/100。那么，这种类型星系的活动期至少是多长？

2. 【视超光速。】 我们对一个遥远天体作了两次观测（相隔一段时间），发现它在高速运动。我们可以测得它在天球上走过的角距离，还可以通过其它方法测得它的宇宙学红移从而确定它离地球的距离，这样我们可以算得它的横向速度。请推导这个速度和它的真实运动速度的关系；什么情况下我们测得的横向速度会超出光速？

3. 【位力定理；辐射压。】 大质量黑洞 ($M_{\text{BH}} > 10^6 M_{\odot}$) 吸积周围气体释放引力能产生电磁连续谱辐射，连续谱辐射又电离周围气体从而产生发射线 (e.g. H-beta 4861Å, 半高宽度大概几十Å)；另外，由于吸积过程中的一些不稳定性，连续谱的光度会有变化。这就是在活动星系核中发生的基本过程。假设周围的电离气体运动被黑洞引力所主导并处于Viral平衡，而且呈球对称分布。

请设计一种方案来测量黑洞质量；如果忽略电子散射引起的效应，那么基于 Viral 定理估计的黑洞质量的系统偏差是怎样的？

4. 【辐射拉拽。】 一颗尘埃颗粒质量为 10^{-11} 克，在 1AU处绕太阳作近似圆周运动。它吸收太阳光并以红外方式再辐射出去，保持温度一定。尘埃吸收太阳光的截面为 10^{-8} cm^2 。请计算需要多长时间它将掉入太阳表面？假设 $1/10^8$ 的太阳光被绕太阳运动的尘埃所吸收，那么每秒钟掉入太阳的尘埃总质量是多少？

对于绕太阳运动的电离气体（电子—质子对），这种效应显著吗？

5. 【*optional: 伽利略相对性原理、狭义相对论；推理思辨能力】

请基于伽利略相对性原理作推理（**没必要做复杂的数学计算推演**），证明：如果质点速度不存在上限，则惯性系之间由伽利略变换相联系（牛顿时空观）；否则，洛伦兹变换（狭义相对论）。

6. 【星等、绝对星等；流量、光度；面亮度 (Flux/α^2)、面光度 (L/S)】

一个星系距离地球 1Mpc，面亮度为 27 mag/arcsec^2 。请问 1" 的角距离对应这个星系多大的物理尺度(pc)？星系单位面积 (1 pc^2) 的发光功率是多少？如果另一个星系的单位面积发光功率与上一个星系相同，但距离地球 10Mpc，请问它的面亮度是多少？

[*optional: 设一个位于较高红移 z 处（这时要考虑宇宙膨胀效应）的星系的光度为 L ，固有的物理直径为 D 。请推导它表面亮度公式 $I(L,D,z)$ 。]

Problem 7:

- 室温下你在实验室制备了一试管氢气 (H_2)，显然氢气处于热平衡状态。请描述这些氢气的电磁辐射谱，以及（各种）辐射机制。
- 银河系恒星际之间有稀薄的中性原子氢 (H^0) 气体存在。请查资料了解中性氢气体的物理状态，并描述这些气体的电磁辐射谱，以及（各种）辐射机制。
- 银河系外围有稀薄的热气体，温度为 $5E6$ K。请描述这些气体的电磁辐射谱，以及（各种）辐射机制。（如有兴趣，可查资料了解银河系热气体。）
- 请描述一下你现在正在发射的电磁辐射谱的特征。
- 为什么黑体辐射谱上没有任何发射线与吸收线特征？请举出黑体辐射的实例，越多越好。
- 煮熟一只 20 斤的全羊要 5 小时，那么煮熟一只 40 斤的全羊要多长时间？甲乙两人体重分别为 100、200 斤，但肌肉、皮肤等的性质完全相同。两人进入恒定温度为 20°C 的空调房间，进入前体温都是 36°C 。甲在 40 分钟之内降到了 30°C ；请估计乙要花多长时间？
 - 显然在室温 20°C 体表温度 30°C 时，人出汗散热可以忽略；假设他们也不通过喘气来散热。请计算在这种情况下甲或乙的散热功率 (Watt/m^2)。

(partly shaped from the coffee chats with Tinggui Wang and Huiyuan Wang.)

Problem 8:

一个大质量恒星死亡形成了中子星。超新星核坍塌形成中子星过程所释放的能量绝大部分以中微子的形式带走。最终中子星质量为 $1.4 M_\odot$ ，半径为 10km 。中微子与中子的相互作用截面为 10^{-42} cm^2 。

- 对于中子星内的中微子，一般来说需要多少时间才能跑出中子星表面？
- 到达地球的某种中微子在穿越水等介质时，可以通过连锁反应产生切仑科夫辐射而被观测到。1987 年日本神冈中微子探测器就通过这种方式探测到了超新星 SNe 1987A 发出的中微子。未来人类有能力预报超新星爆发信号抵达地球的事件。有某次超新星爆发和 SNe 1987A 相同，如果那时地球上有一百万人朝超新星爆发方位仰望，估计有多少人能看到中微子穿过他们眼球的切仑科夫闪光？

【把眼球等效为质量为 10g 的水球；并查阅当年神冈中微子探测器的数据。

Further thinking: to imagine that you are a neutrino (then what is the size of you, a neutrino? how to estimate it?), what an eyeball would appear like to you? Almost totally of vanity (and note the cross-section of proton, etc). You will obtain a sensible impression of the probability nature of this problem (8.2).】

Problem 9:

某白矮星质量为 $1 M_\odot$ ，基本由铁原子构成。1. 请计算这一“大砣铁金属”的密度、原子间距，并与常温常压下的铁块相比较。2. 该白矮星内的电子能分辨出铁原子格点吗？

Problem 10:

一对互相绕转的白矮星系统 (WD-WD) 可能因为辐射引力波损失轨道能量而最终并合（由于总质量超出 Chandra 极限会产生 SNe 1a-like 爆炸）。引力波辐射的公式是：

$$\frac{dE_{\text{gw}}}{dt} = -\frac{2c^5}{5G} \left(\frac{2GM}{c^2 a}\right)^5, \text{ 这里 } a \text{ 是两 WD 的间距, } M \text{ 为单个 WD 的质量, 设两 WD 质量相等,}$$

都为 1 个太阳质量。如果这个 WD-WD 系统在 10G 年内并合 ($a=0$)，请问初始时两 WD 的间距 a_0 是多大？

Problem 11:

观测到银河系内有大量非常高龄的球状星团 (GC) 存在，每个星团由大约 10^5 个恒星构成，没有气体与尘埃，并处于 (近似) 位力平衡状态，位力半径为 5pc。一个星团的形成过程基本上是这样的：大量恒星在一次星爆 (star burst) 后生成；开始恒星之间相距较远，在引力作用下收缩 (即特征半径减小)，达到目前这种状态。请问：在这个特征半径减小过程中，该星团大约损失了多少能量？并请描述具体的能量损失过程。试证明在此过程中整个系统 (包括所有恒星) 的熵是增加的。

【Tips: 平均场近似 (单恒星近似), $S_{GC} = N S_{star}$; 熵公式: $S = \ln \Omega = -\langle \ln p \rangle = -\int d^3x d^3v f \ln f$, 这里 f 是相空间分布函数 (概率密度)。】

[*optional: 考虑球状星团从诞生起的演化全过程，最终状态。推广到一般自引力多体系统，试证明熵没有上限。]

Problem 12:

有一种理论通过修改牛顿动力学方程来解释星系的旋转曲线。理论如下：对于小的加速度 a ，牛二定律 $F = ma$ 不再适用而是 $F = ma^2 / a_0$ ， a_0 是一个常数。【它基于的一个常识是：牛二定律只是在太阳系内测试过，而星系尺度引力导致的加速度比太阳系的要小 10^8 倍 (比较地球公转加速度与太阳公转加速度的大小)。】

1. 请说明以上理论是如何解释旋转曲线的平坦现象的。
2. 等价地，你可以提出一种修改的引力理论，这种引力理论小尺度时 ($r \ll r_0$ 时， r_0 为普适常数) 近似为平方反比律；在大尺度时 ($r > r_0$) 取代了平方反比律，因此可以在牛二定律的框架下解释旋转曲线的平坦现象。请给出这样的引力公式或引力势能公式 (非相对论形式，可以有多种)。

Problem 13:

通过测光与图像观测，我们得知一个 $z=1$ 的椭圆星系的有效半径为 R_e ，在 R_e 处的面亮度为 I_e 。假设椭圆星系从 $z=1$ 到 $z=0$ 在统计性质上 (比如基本关系) 没有演化，试估计在 R_e 处的恒星速度弥散。

(From Tinggui Wang's examination problem of Galactic Astronomy in 2006.)

Problem 14:

H-alpha 光子 ($6563 \text{ \AA}$) 可以从 AGN 吸积盘表面位于 $R=100R_g$ 处发射出 ($R_g = GM/c^2$)。

1. 不考虑吸积盘的转动 (往往是非 Kepler 的)，请问你接受到它时，由于引力红移，它的波长是多少？这种引力红移可以形式化地折合成多普勒红移，那么多普勒速度是多少？
2. 在实际的情况下，其它因素会影响 H-alpha 发射线 (比如吸积盘的转动，Virial 化速度)，而且发射气体在空间上也有一定的分布；试提出一种或多种方案，从观测上确定 H-alpha 发射线的平均的引力红移的大小。