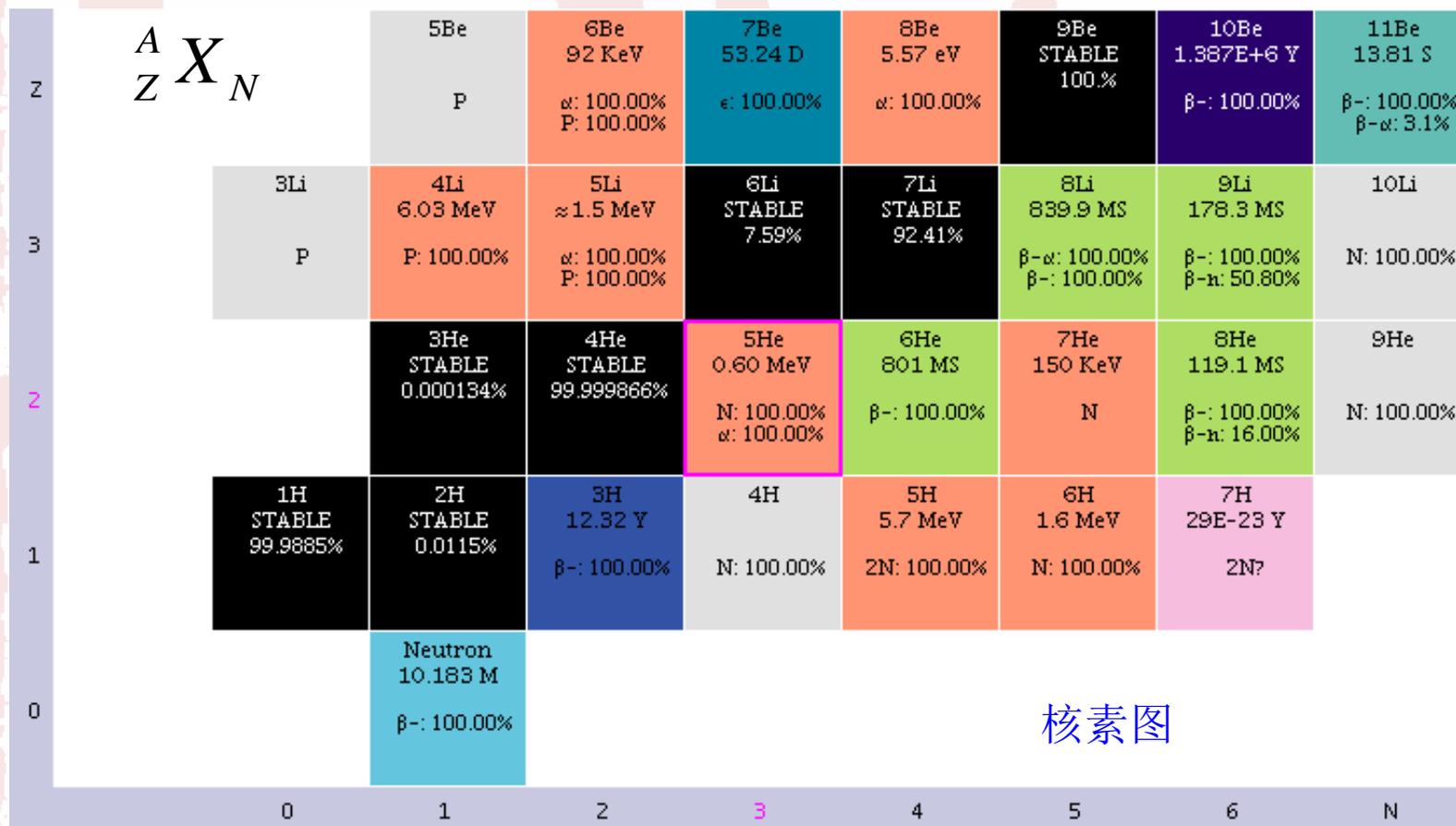


§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—核素图和 β 稳定线



核素

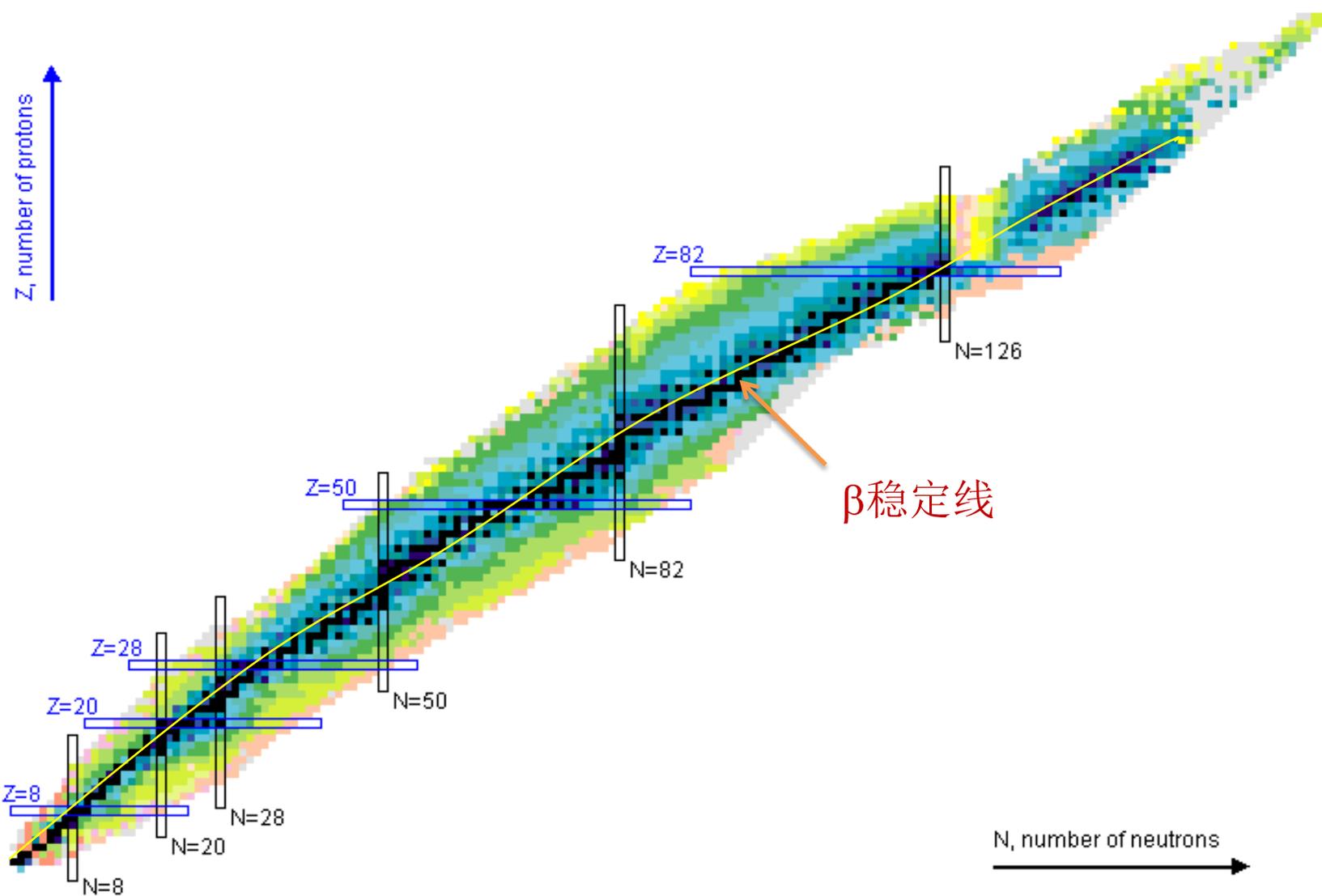
具有相同质子数 Z 和中子数 N ，或具有相同原子序数 Z 和质量数 A 的原子叫核素。



核素图

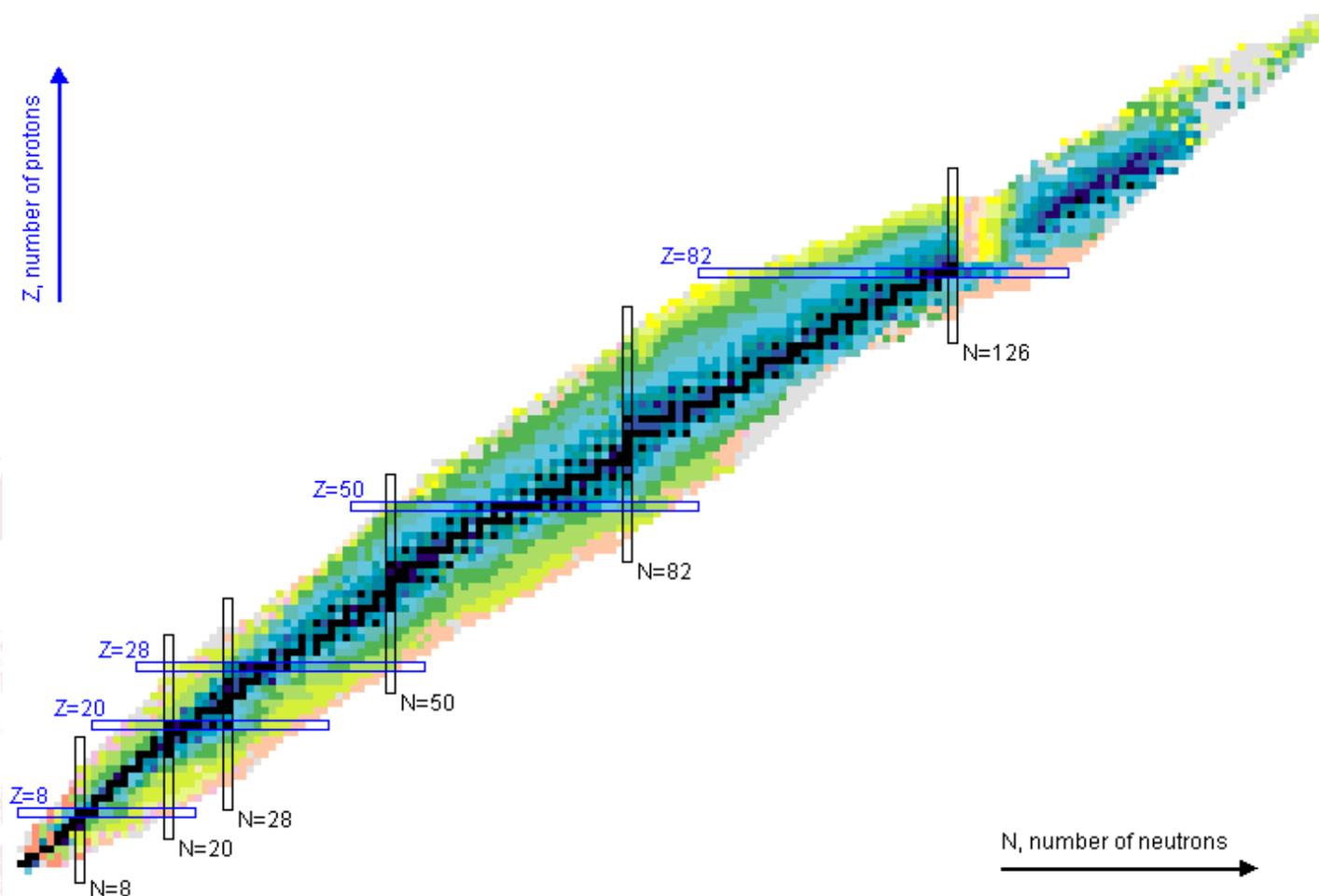
已经发现的核素约有2600种，其中276种是稳定核素，50多种是天然存在的放射性核素。

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—核素图和 β 稳定线



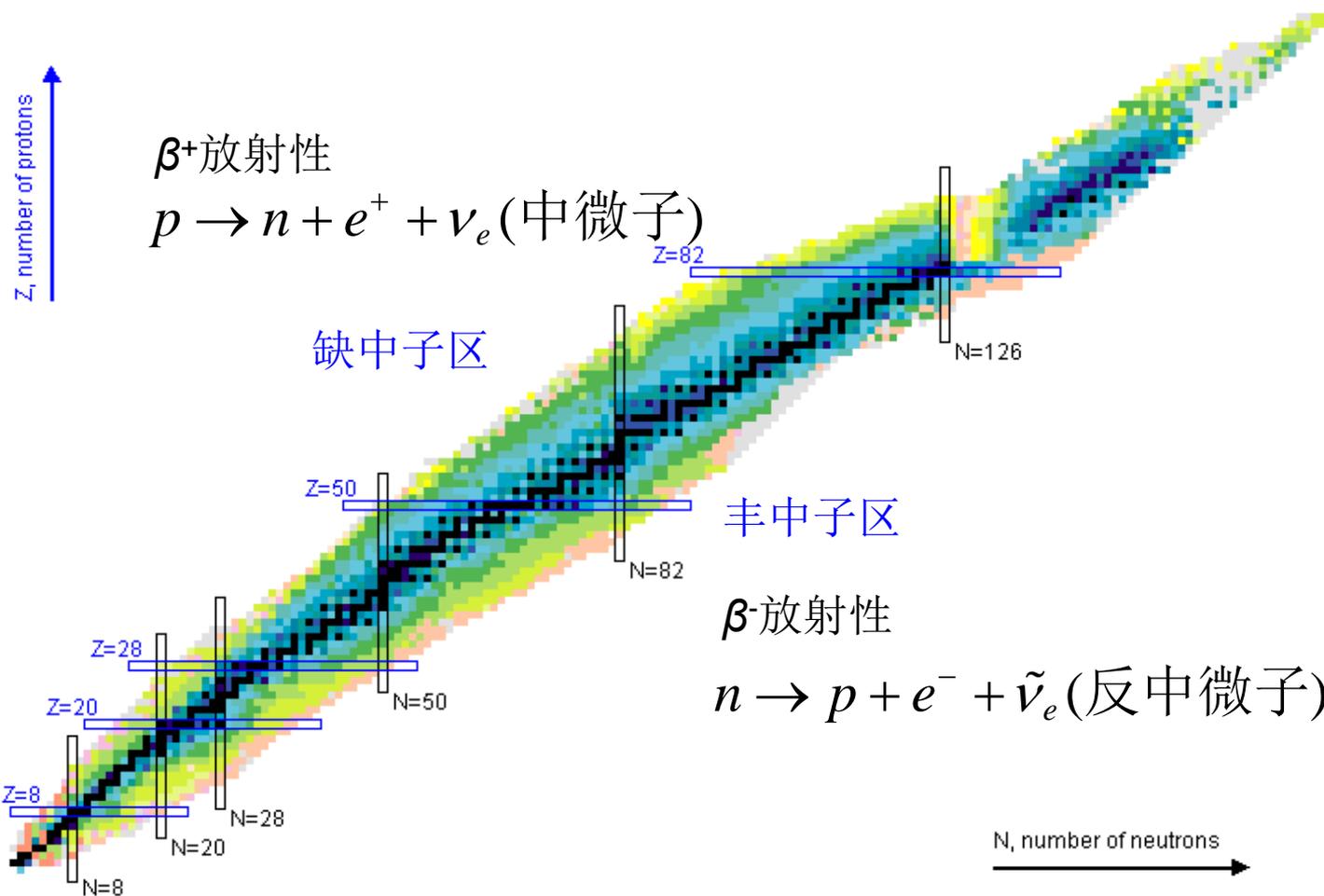
核素图

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—核素图和 β 稳定线



更重的原子核的 β 稳定线逐渐向 $N > Z$ 方向偏离，如 ^{208}Pb 的 $N=1.54Z$

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—核素图和 β 稳定线



两边的核素经 β 衰变后都趋向 β 稳定线

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—结合能



原子核的质量 $m(Z, A) \neq Zm_p + (A - Z)m_n$

质量亏损: $\Delta m(Z, A) = Zm_p + (A - Z)m_n - m(Z, A)$

核子在核力作用下相互吸引而结合成原子核时要释放出—部分能量, 称为结合能

$$B(Z, A) = [Zm_p + (A - Z)m_n - m(Z, A)]c^2$$

通常给出原子质量

$$M(Z, A) = m(Z, A) + Zm_e - B_A / c^2$$

B_A 是原子的电子结合能


$$B(Z, A) = [Zm_p + (A - Z)m_n - M(Z, A) + Zm_e - B_A / c^2]c^2$$


$$B(Z, A) = [ZM_H + (A - Z)m_n - M(Z, A)]c^2$$

忽略 B_A 与 Z 各H原子结合能的差

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—结合能



定义质量过剩:

$$\Delta(Z, A) = [M_A(Z, A) - A]c^2$$

其中A为质量数, $M_A(Z, A)$ 为以u作单位的原子质量。

则结合能可以表示为

$$B(Z, A) = [Z\Delta(^1\text{H}) + (A - Z)\Delta(n) - \Delta(Z, A)]c^2$$

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—结合能

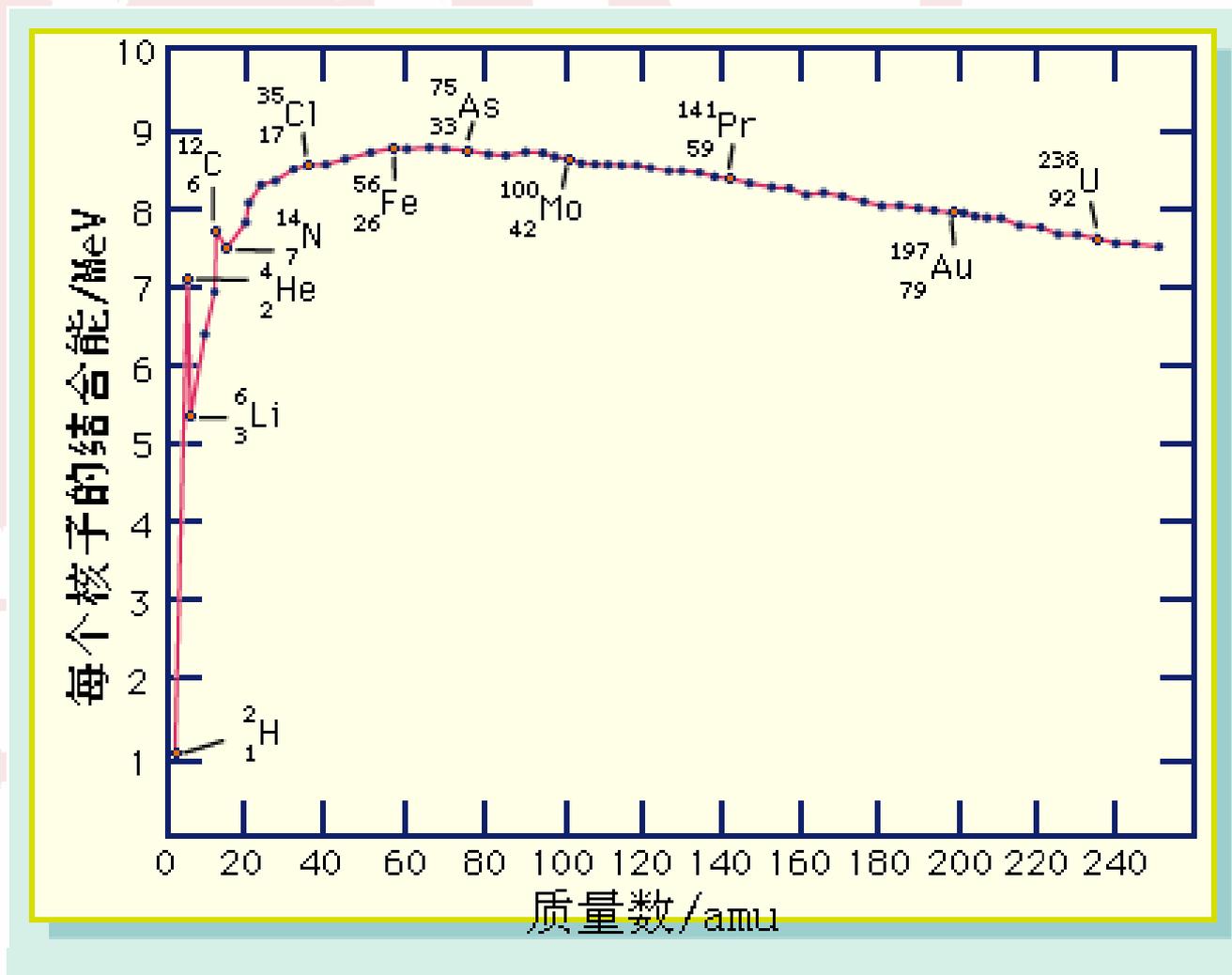


比结合能 $\varepsilon = B / A$

ε 表示把每个原子核拆成自由核子时，平均对每个核子所做的功，因而标志了原子核结合的松紧程度， ε 越大，结合得越紧。

$$\begin{aligned}\varepsilon^{4\text{He}} &= [ZM_H + (A - Z)m_n - M(Z, A)]c^2 / A \\ &= (2 \times 1.007825 + 2 \times 1.008665 - 4.002603) \times 931 \text{MeV} / 4 \\ &= 7.07 \text{MeV}\end{aligned}$$

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—结合能



比结合能曲线

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—结合能



(1) 除很轻的核素外，所有稳定原子核的 ε 值近于常数，约8MeV/核子。这表明原子核的结合能粗略地与核子数成正比。

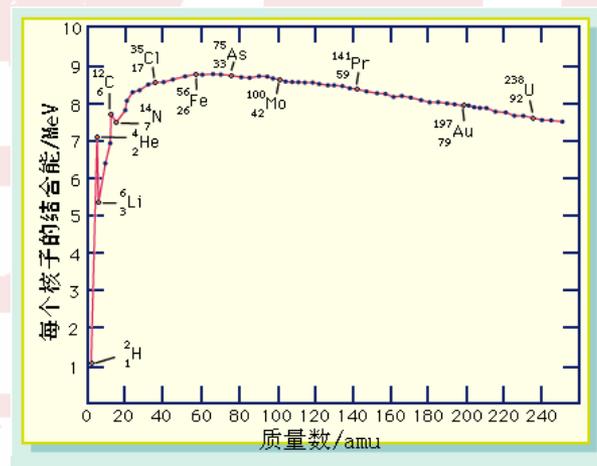
(2) 中等质量数 ($A=40-120$) 的原子核的平均结合能最大，在8.6MeV左右。质量数更大或更小的原子核的比结合能较小。

如 ^{235}U 的比结合能是7.59MeV， ^2H 的是1.11MeV， ^3H 的是2.83MeV

裂变反应：把重原子核分裂成中等质量的核

聚变反应：把轻原子核 ^2H 、 ^3H 聚合成较重的核如 ^4He

放出大量的能量



§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—液滴模型和半经验公式



1935年，魏扎克根据液滴模型给出了结合能的半经验公式

$$B(Z, A) = B_V + B_S + B_C + B_a + B_p$$

前三项来源于液滴模型

$$\varepsilon = B / A \sim \text{const.} \quad \rightarrow \quad B \propto A$$

核子间的相互作用力具有饱和性

原子核的密度近似常数

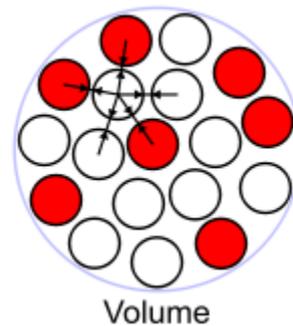
$$\rho_0 = \frac{M}{V} = \frac{A / N_A}{4\pi r_0^3 A / 3} = \frac{3}{4\pi r_0^3 N_A}$$

原子核的不可压缩性

(1) 体积能(基本贡献)

$$B_V = a_V A$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r_0^3 A$$



Niels Bohr
(1885 –1962)



John Wheeler
(1911 –2008)



Carl Weizsäcker
(1912–2007)

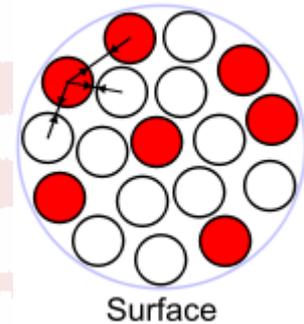
(2) 表面能

在表面上的核子只受到内部核子作用，结合能要小些，相当于表面张力。表面能正比于表面积。

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi r_0^2 A^{2/3}$$



$$B_S = -a_S A^{2/3}$$

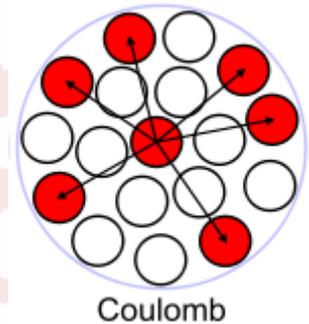


§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—液滴模型和半经验公式



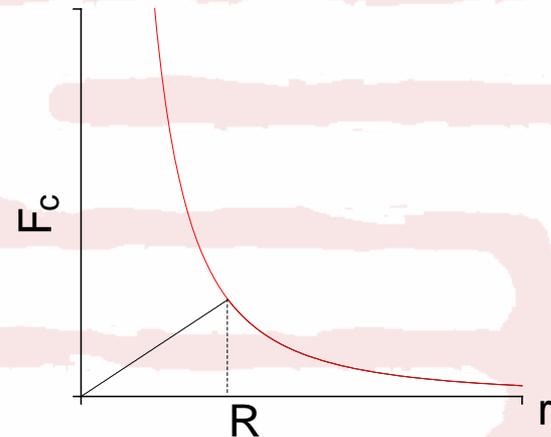
(3) 库仑能

核内各质子间的静电排斥作用能，也是负值项。



$$B_C = \int_0^\infty \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 dV = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_0^R \left(\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 R^3} r \right)^2 4\pi r^2 dr + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \int_R^\infty \left(\frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0} \right)^2 \frac{4\pi r^2 dr}{r^4}$$
$$= \frac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 R} \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3Z^2 e^2}{20\pi\varepsilon_0 r_0 A^{1/3}} = 0.714 Z^2 A^{-1/3} \text{ MeV}$$

➔ $B_C = -a_C Z^2 A^{-1/3}$



§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—液滴模型和半经验公式

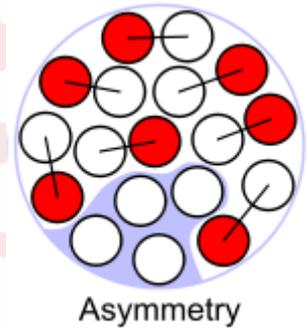


(4) 对称能

β 稳定线

当 $N=Z$ 时，原子核结合更稳定些， $B_a=0$ ，

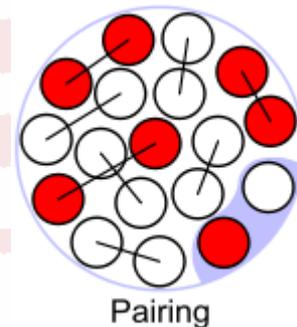
当 $N\neq Z$ ， $B_a\neq 0$ ，使结合能减小。



$$B_C = -a_a \left(\frac{A}{2} - Z \right)^2 A^{-1}$$

(5) 对能

稳定核的质子和中子各有配对趋势得到的。在实验上已经发现，在稳定的核素中有一大半（161种）是偶偶核，奇奇核只有5种，它们是 ${}^2_1\text{H}$ 、 ${}^6_3\text{Li}$ 、 ${}^{10}_5\text{B}$ 、 ${}^{14}_7\text{N}$ 和 ${}^{138}_{57}\text{La}$ ，这表明偶偶核结合能最大，奇奇核的最小。



两个核子(质子-质子或中子-中子)，自旋平行形成三重态；
自旋反平行形成单重态。

由于核力是吸引力，所以自旋反平行的单重态能量低。
核子间趋向于反平行配对。

$$B_p = \begin{cases} a_p A^{-1/2} & \text{偶偶核} \\ 0 & \text{奇A核} \\ -a_p A^{-1/2} & \text{奇奇核} \end{cases}$$

§ 7.3 原子核的稳定性和结合能—液滴模型和半经验公式



$$a_V = 15.835\text{MeV或}0.017000\text{u}$$

$$a_S = 18.33\text{MeV或}0.01968\text{u}$$

$$a_C = 0.714\text{MeV或}0.000767\text{u}$$

$$a_a = 92.80\text{MeV或}0.09962\text{u}$$

$$a_p = 11.2\text{MeV或}0.012\text{u}$$

§ 7.4 核力与壳层模型—核力



核子间的相互作用:

万有引力

$$10^{-36}\text{MeV}$$

磁力

$$0.03\text{MeV}$$

核力

$$8\text{MeV}$$

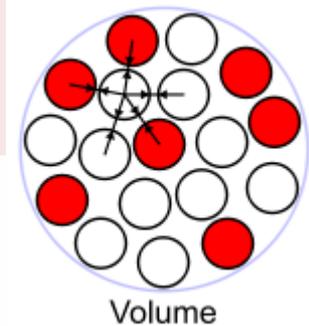
静电力只能起排斥作用

(1) 核子间是一种强相互作用力

(2) 短程性和饱和性

$$B \propto A \quad \text{库仑力} \propto Z(Z-1)$$

短程性, 力程 $2 \times 10^{-15} \text{ m}$



§ 7.4 核力与壳层模型—核力



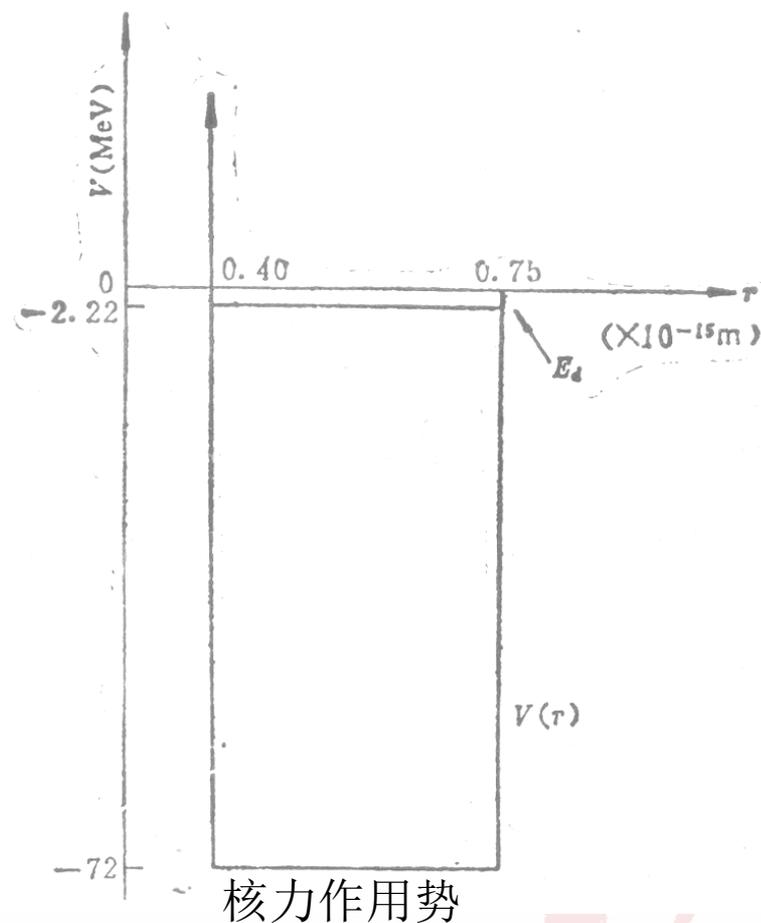
(3) 有排斥心

核子不能无限靠近，排斥心的半径 $0.5 \times 10^{-15} \text{ m}$

(4) 核力的电荷无关性

$$F_{pp} = F_{nn} = F_{np}$$

(5) 核力以中心力为主，但存在非中心力。



§ 7.4 核力与壳层模型—壳层模型

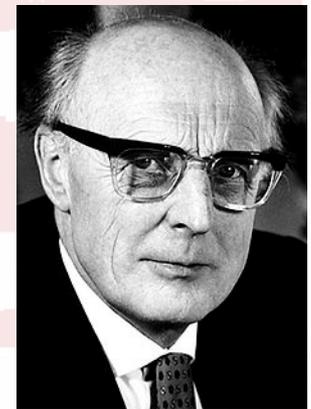
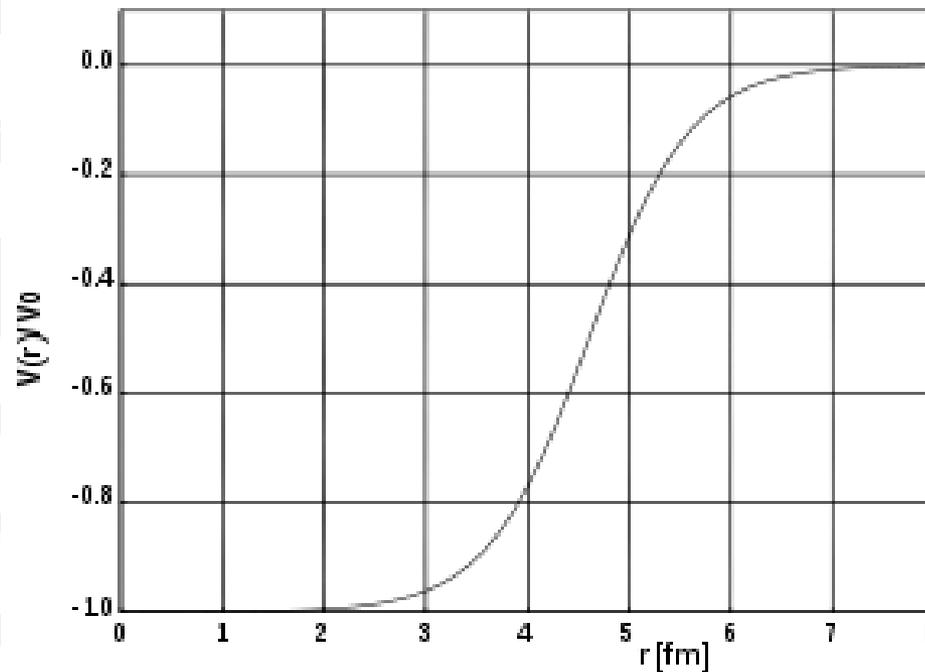


当中子数 N 和质子数 Z 是2、8、20、28、50、82和中子数 N 为126时的原子核最稳定。

1949年梅耶夫人（M. G. Mayer）和詹森（J. H. D. Jensen）提出了壳层模型，成功地解释了幻数，并因而获得了1963年诺贝尔物理奖。



Lise Meitner
(1878–1968)



J. Jensen
(1907–1973)

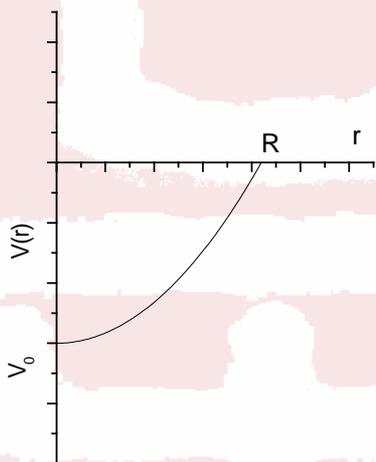
Woods-Saxon势

§ 7.4 核力与壳层模型—壳层模型



旋转对称谐振子势阱

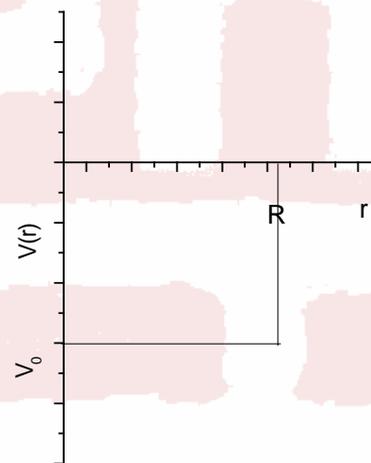
$$V(r) = \begin{cases} -V_0 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] & r < R \\ 0 & r \geq R \end{cases}$$



径向量子数 $\nu = 0, 1, 2, 3, \dots$
角向量子数 $l = 0, 1, 2, 3, \dots$

旋转对称方势阱

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < R \\ 0 & r \geq R \end{cases}$$



径向量子数 $n = 1, 2, 3, \dots$
角向量子数 $l = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$\nu = n - l$$



§ 7.4 核力与壳层模型—壳层模型

自旋-轨道耦合作用项，使每一能级分裂为两个，总角动量量子数

$$j = l \pm 1/2$$

$$\text{耦合能} \propto (2l + 1)A^{-2/3}$$

$$j = l + 1/2 \text{ 能级低于 } j = l - 1/2$$

原子核内的中子和质子各有一套如此的能级，只是核子数>50的高能级的次序有些不一样。图示是中子的能级图。

