《天文学导论》习题答案

袁业飞 教授
中国科学技术大学物理学院天文学系
email: yfyuan@ustc.edu.cn

January 4, 2012

第一章 天文学–观测科学

1. 1等星比9等星亮的倍数为：

$$2.512^{\Delta m} = 2.512^8 = 1585 \tag{1}$$

2. 某星比织女星（0等星）暗251倍，因此它们的星等差为：

$$\Delta m = 2.5 \log_{10}(251) = 6.0 \tag{2}$$

   所以该恒星的星等为：$m = 0 + 6.0 = 6.0$。

3. 40mm的双筒望远镜的放大倍数为：$(40/5)^2 = 64$倍， 因此，

$$\Delta m = 2.5 \log_{10}(64) = 4.5. \tag{3}$$

   因此，用该望远镜所能看到的最暗的星的星等为：$m = 6 + 4.5 = 10.5$。

4. (a) 远处的天体比近处的天体暗10^4倍，因此它们的星等差为：

$$\Delta m = 2.5 \log_{10}(10^4) = 10, \tag{4}$$

   即远处天体的星等比近处天体的星等大10个星等。

   (b) 远处天体比近处天体远$(10^4)^{1/2} = 100$倍。

5. 观测点的纬度为$Latitude = 52^0$，该星过天顶是的地平高度为$Elevation = 67^0$, 因此，该星的赤玮为：

$$Dec = Latitude + Elevation - 90^0 = 52^0 + 67^0 - 90^0 = 29^0. \tag{5}$$

   另一颗地面高度为$Elevation = 20^0$的星的赤纬为：

$$Dec = Latitude + Elevation - 90^0 = 52^0 + 20^0 - 90^0 = -18^0. \tag{6}$$

6. 观测点的纬度为$Latitude = 42^0$，该星过天顶是的地平高度为$Elevation = 34^0$, 因此，该星的赤玮为：

$$Dec = Latitude + Elevation - 90^0 = 42^0 + 34^0 - 90^0 = -14^0. \tag{7}$$

将UT秒转化为恒星时秒(1恒星天=23h56m4.2s UT时)，因为 24×3600 恒星秒 $= 86400$ 恒星秒 $= 86164$ UT秒，即：

$$1\mathrm{s(UT)} = \frac{86400}{86164}\mathrm{s(sidereal)} \tag{8}$$

所以，

$$\begin{aligned} 3h16m24\mathrm{s(UT)} &= 3 \times 60 \times 60 + 16 \times 60 + 24 = 11784\mathrm{s(UT)} \\ &= 11784 \times 86400/86164\mathrm{s(sidereal)} \\ &= 11816\mathrm{s(sidereal)} \\ &= 3h16m56\mathrm{s(sidereal)} \end{aligned} \tag{9}$$

即恒星时比UT时多出32秒。因此，赤径为：

$$RA = 14h38m54s + 3h16m56s = 17h55m50s. \tag{10}$$

7. 根据开普勒第三定律，Eris的轨道周期T为：

$$T = a^{3/2} = (67.89)^{3/2} = 559.4\mathrm{yrs} \tag{11}$$

8. 根据开普勒第三定律，该小行星的轨道周期T为：

$$T = a^{3/2} = (2.7)^{3/2} = 4.44\mathrm{yrs} \tag{12}$$

9. 根据开普勒第三定律，金星的轨道半径a为：

$$a = T^{2/3} = \left(\frac{224.7}{365.24}\right)^{2/3} = 0.72335\mathrm{AU} \tag{13}$$

当金星与地球相距最近时，两者距离为0.27665AU，因此：

$$1\mathrm{AU} = \frac{3 \times 10^5 \times 272/2}{0.27665} = 1.475 \times 10^8\mathrm{km} \tag{14}$$

第二章 太阳系–太阳

1. 根据Wien位移定律:

$$T = 2.897 \times 10^{-3} \left(\frac{\lambda_{\mathrm{max}}}{1\mathrm{m}}\right)^{-1} \mathrm{K} \tag{15}$$

$$= 2.897 \times 10^{6} \left(\frac{\lambda_{\mathrm{max}}}{1\mathrm{nm}}\right)^{-1} \mathrm{K} \tag{16}$$

将该恒星的峰值波长：$\lambda_{\mathrm{max}} = 0.7 \times 10^{-6}$m代入上式，得该恒星的温度为:

$$T = 2.897 \times 10^{-3} / 0.7 \times 10^{-6}\mathrm{K} = 4.139 \times 10^{3}\mathrm{K} \tag{17}$$

2. 根据Stefan-Boltzmann定律，恒星的表面温度T为:

$$T = \left(\frac{L}{\sigma A}\right)^{1/4} = \left(\frac{L}{\sigma \pi d^2}\right)^{1/4} \tag{18}$$

将恒星的光度$L = 8 \times 10^{26}$W，直径$d = 8 \times 10^{8}$m 代入，得到该恒星的表面温度为:

$$T = \left(\frac{8 \times 10^{26}}{5.671 \times 10^{-8} \times 3.1416 \times (8 \times 10^{8})^2}\right)^{1/4} \mathrm{K} = 9.152 \times 10^{3}\mathrm{K} \tag{19}$$

3. 根据Stefan-Boltzmann定律，该恒星的光度L为:

$$L = \sigma T^4 \pi d^2 = \sigma (2T_{\odot})^4 \pi (2d_{\odot})^2 = 64 \sigma T_{\odot}^4 \pi d_{\odot}^2 = 64 L_{\odot} \tag{20}$$

4. 该恒星的光度L为:

$$L = 4\pi D^2 F \tag{21}$$

其中D为行星与恒星之间的距离，F为在行星上测得的恒星的流量（即太阳常数）。将$D = 3 \times 10^{11}$m，$F = 280\mathrm{Wm^{-2}}$代入，得到该恒星的光度L为:

$$L = 4 \times 3.1416 \times (3 \times 10^{11})^2 \times 280 = 3.167 \times 10^{26}\mathrm{W} \tag{22}$$

已知从行星上测得该恒星的角直径$\theta = 22'$，因此，该恒星的直径为：

$$R = D\theta = 3 \times 10^{11} \times 22/(57.3 \times 60) = 1.92 \times 10^{9}\text{m} \tag{23}$$

根据公式(19)，得到该恒星的温度T为：

$$T = \left(\frac{3.167 \times 10^{26}}{5.671 \times 10^{-8} \times 3.1416 \times (1.92 \times 10^{9})^{2}}\right)^{1/4} \text{K} = 4.69 \times 10^{3}\text{K} \tag{24}$$

5. 已知太阳的直径为$d_{\odot} = 1.39 \times 10^{9}\text{m}$，太阳与地球之间的距离为 $D = 1.5 \times 10^{11}\text{m}$，月亮的直径为$d_{\text{moon}} = 3.475 \times 10^{6}\text{m}$，月亮绕地球公转的轨道的 半长轴为$a = 3.844 \times 10^{8}\text{m}$,椭率为$e = 0.056$，则月亮的近地点为：

$$r_{peri} = a(1-e) = 3.844 \times 10^{8} \times (1-0.056) = 3.629 \times 10^{8} m \tag{25}$$

远地点为：

$$r_{ap} = a(1+e) = 3.844 \times 10^{8} \times (1+0.056) = 4.059 \times 10^{8} m \tag{26}$$

在地球上看来太阳的角直径为：

$$\theta_{\odot} = \frac{d_{\odot}}{D} = \frac{1.39 \times 10^{9}}{1.5 \times 10^{11}} = 0.927 \times 10^{-2} \tag{27}$$

在远地点的时候，在地球上看来月亮的角直径为：

$$\theta_{\text{moon}} = \frac{3.475 \times 10^{6}}{4.059 \times 10^{8}} = 0.856 \times 10^{-2} < 0.927 \times 10^{-2} \tag{28}$$

表现为日环食。 在近地点的时候，在地球上看来月亮的角直径为：

$$\theta_{\text{moon}} = \frac{3.475 \times 10^{6}}{3.629 \times 10^{8}} = 0.958 \times 10^{-2} > 0.927 \times 10^{-2} \tag{29}$$

表现为日全食。

6. 在夏至（6月21日）的时候，太阳直射在北回归线上（北纬23.5^{0}），我们先计算中午在北回归线上 $A = 1m^{2}$平面上照射的中微子数目。照射到地球表面的太阳能量来自质子-质子链聚变反应， 照射到单位面积上的太阳能量由如下数目的质子-质子链反应提供：

$$N_{\text{pp}} = \frac{F * A}{\Delta mc^{2}} = \frac{1300 \times 1}{4.6 \times 10^{-29} \times (3 \times 10^{8})^{2}} = 3.14 \times 10^{14} \tag{30}$$

每个质子-质子链产生两个电子型的中微子，因此单位面积上照射的中微子数目为：

$$N_{\nu} = 2N_{\text{pp}} = 6.28 \times 10^{14} \tag{31}$$

在北纬62^0处，中午太阳照射的角度与地面的法线方向的夹角为$\theta = 62^0 - 23.5^0 = 38.5^0$， 因此，照射到$A = 1m^2$上的中微子数目为：

$$N_\nu(Atitude = 62^0) = N_\nu \cos(38.5^0) = 6.28 \times 10^{14} \times \cos(38.5^0) = 4.915 \times 10^{14} \tag{32}$$

第三章 太阳系–行星

1. 太阳的角直径：
$$\theta_\odot = \frac{1.39\times10^6}{1.5\times10^8} = 0.927\times10^{-2} \tag{33}$$
月亮远地点r_1，
$$r_1 = 3.8\times10^5\times(1+0.056) = 4.06\times10^5 \tag{34}$$
月亮近地点r_2，
$$r_1 = 3.8\times10^5\times(1-0.056) = 3.63\times10^5 \tag{35}$$
相应的月亮的角直径为：
$$\theta_1 = \frac{3.47\times10^3}{4.06\times10^5} = 0.855\times10^{-2} \tag{36}$$
$$\theta_2 = \frac{3.47\times10^3}{3.63\times10^5} = 0.956\times10^{-2} \tag{37}$$
因为$\theta_1 < \theta_\odot$，$\theta_2 > \theta_\odot$， 因此，月亮远地点时，表现为日环食，月亮近地点是，表现为日全食。

2. 太阳常数SC为：$SC = 1370/16 = 85.625\ \mathrm{W\cdot m^{-2}}$，因此，行星的表面温度$T$为：
行星接收太阳的光度=SC*行星的横截面积（即pi*行星半径的平方！注意：用这样一个截面和用行星的半个球面去接收的太阳热量是相同的，二者的单位面积接收效率是不同的）
行星辐射到达平衡后，可以认为行星接收太阳的光度与其黑体辐射的光度相等，则：
SC*行星的横截面积=行星表面积*sigma*T^4，所以有下面的式子（参见对应的PPT）：
$$T = \left(\frac{SC}{4\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{85.625}{4\times5.7\times10^{-8}}\right)^{1/4} = 139\mathrm{K} \tag{38}$$

3. 距太阳R处的太阳常数为：
$$SC(R) = \frac{SC(1)}{R^2} \tag{39}$$
因此，T为：
$$T(R) = \left(\frac{SC(R)}{4\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{SC(1)}{4\sigma R^2}\right)^{1/4} = \left(\frac{SC(1)}{4\sigma}\right)^{1/4}\frac{1}{\sqrt{R}} \tag{40}$$
其中，
$$\left(\frac{SC(1)}{4\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{SC(1)}{4\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{1370}{4\times5.7\times10^{-8}}\right)^{1/4} = 278\mathrm{K} \tag{41}$$

如果$T = 1000$，

$$R = \left(\frac{278}{1000}\right)^2 = 0.0773\mathrm{AU} \tag{42}$$

4. 边缘的运动速度：

$$\Delta v = c\frac{\Delta f}{2f} = 3.0 \times 10^5 \times \frac{17.1/2}{1420 \times 10^6} = 1.8 \times 10^{-3}\mathrm{kms}^{-1} \tag{43}$$

转动周期P为，

$$P = \frac{\pi D}{\Delta v} = \frac{\pi \times 1.2 \times 10^4}{1.8 \times 10^{-3}} = 2.1 \times 10^7\mathrm{s} = 0.66\mathrm{years} \tag{44}$$

第四章 太阳系外行星

1. 行星的轨道周期$P = 1460\text{days} = 4\text{years}$，因此，轨道半径为：

$$a = P^{2/3} = 4^{2/3} = 2.52\text{AU} = 3.8 \times 10^{11}\text{m} \tag{45}$$

由恒星的视向速度$v = 30\text{ms}^{-1}$，得到恒星绕恒星-行星系统质心运动的 轨道半径R为：

$$R = \frac{vP}{2\pi} = \frac{30 \times 1.26 \times 10^8}{2\pi} = 6.0 \times 10^8\text{m} \tag{46}$$

根据质心的定义，得到行星的质量M_p为，

$$M_p = \frac{M_\odot R}{(a-R)} \simeq \frac{M_\odot R}{a} = M_\odot \frac{6.0 \times 10^8}{3.8 \times 10^{11}} = 1.57 \times 10^{-3} M_\odot = 1.57 M_J \tag{47}$$

2. 计算太阳-地球系统中太阳的视向速度。先计算太阳绕质心运动的轨道半径R，

$$\begin{aligned} R &= 1\text{AU}\frac{M_\text{E}}{M_\odot} = 1\text{AU}\frac{6.0 \times 10^{27}}{2.0 \times 10^{33}} = 1\text{AU} \times 3 \times 10^{-6} \\ &= 1.5 \times 10^{11} \times 3.0 \times 10^{-6} = 4.5 \times 10^5\text{m} \end{aligned} \tag{48}$$

太阳的视向速度v为：

$$v = \frac{2\pi R}{P} = \frac{2\pi \times 4.5 \times 10^5}{3.16 \times 10^7} = 8.9 \times 10^{-2}\text{ms}^{-1} < 3\text{ms}^{-1} \tag{49}$$

3. HD 209458的直径为$D_s = 1.6 \times 10^6\text{km}$，掩食时恒星的光度下降1.7%， 因此得到行星的直径D_p为：

$$D_p = D_s\sqrt{0.017} = 1.6 \times 10^7 \times \sqrt{0.017} = 2.1 \times 10^5\text{km} \tag{50}$$

该行星的密度与木星的密度比为：

$$\frac{\rho_p}{\rho_J} = \frac{M_p}{M_J} \cdot \left(\frac{D_p}{D_J}\right)^{-3} = 0.69 \times \left(\frac{2.1 \times 10^5}{1.42 \times 10^5}\right)^{-3} = 0.21 \tag{51}$$

第五章 望远镜的基本原理

1. 暗7个星等需要的放大倍数为：

$$A = 2.512^7 = 631 \tag{52}$$

由$A = (D/d)^2$，其中D为望远镜的口径，d为人眼在夜间瞳孔的直径，得：

$$D = d\sqrt{A} = 5 \times \sqrt{631} = 125.6 \tag{53}$$

2. 不加X2巴洛（Barlow）透镜时，望远镜的放大倍数分别为：

$$F_1 = \frac{1000}{32} = 31.25, \tag{54}$$

$$F_2 = \frac{1000}{11} = 90.91. \tag{55}$$

视场角直径分别为：

$$\theta_1 = \frac{27}{1000} = 0.027\text{rad} = 1.5471^0, \tag{56}$$

$$\theta_2 = \frac{9}{1000} = 0.009\text{rad} = 0.5157^0. \tag{57}$$

加上巴洛透镜之后，放大倍数分别为：

$$F_1^{'} = 2 \times \frac{1000}{32} = 62.5, \tag{58}$$

$$F_2^{'} = 2 \times \frac{1000}{11} = 181.8. \tag{59}$$

视场角直径分别为：

$$\theta_1^{'} = \frac{27}{2000} = 0.0135\text{rad} = 0.77355^0, \tag{60}$$

$$\theta_2^{'} = \frac{9}{2000} = 0.0045\text{rad} = 0.2579^0. \tag{61}$$

3. (a) 焦比为：

$$f = \frac{F}{D} = \frac{1500}{300} = 5. \tag{62}$$

(b) 次镜的半短轴$d_{\min}$为：

$$d_{\min} = \frac{D \times K}{F} = \frac{300 \times (40 + 330/2)}{1500} = 41\text{mm}. \tag{63}$$

次镜的半短轴$d_{\max}$为：

$$d_{\max} = d_{\min} \times \sqrt{2} = 57.974\text{mm} \tag{64}$$

(c) 放大倍数为：

$$F = \frac{1500}{15} = 100 \tag{65}$$

(d) 望远镜的视场角直径为

$$\theta = \frac{44}{1500} = 0.0293 = 1.68^0 \tag{66}$$

(e) 望远镜的分辨率为：

$$\Delta\theta = 1.22 \times \frac{5.1 \times 10^{-7}}{0.3} = 2.08 \times 10^{-6} = 0.43'' \tag{67}$$

(f) 对镜面的精度要求：

$$\frac{1}{12} \times 5.1 \times 10^{-7} = 4.25 \times 10^{-8}\text{m} = 42.5\text{nm} \tag{68}$$

4. 主镜的口径为$D = 230$mm，焦比为$f = 10$，CCD的有效面积为$3.9\text{mm} \times 2.8\text{mm}$， CCD上的像素为170/mm，加入了X2.5的巴洛透镜。

(a) 主镜的焦距为：

$$F = Df = 230 \times 10 = 2300\text{mm} \tag{69}$$

有效焦距为：$2.5 \times 2300 = 5750$mm。

(b) CCD覆盖的天区为：

$$\frac{3.9}{5750} \times \frac{2.8}{5750} = 2.332' \times 1.674' \tag{70}$$

(c) 木星的角直径为：

$$\theta = \frac{1.428 \times 10^5}{4.7 \times 1.49 \times 10^8} = 2.04 \times 10^{-4} = 0.7' \tag{71}$$

(d) 木星在CCD的大小为：

$$2.04 \times 10^{-4} \times 5750 = 1.17\text{mm} \tag{72}$$

占的CCD上像素数目为：$1.17 \times 170 = 199.4 \simeq 200$

(e) 加入巴洛透镜的目的是增加像源在CCD上的大小。

5. HST的角分辨率为:

$$\Delta\theta = 1.22 \times \frac{0.5 \times 10^{-6}}{2.4} = 2.542 \times 10^{-7} = 0.05244'' \tag{73}$$

同样分辨率的射电望远镜的口径为:

$$D = \frac{2.4 \times 0.06}{0.5 \times 10^{-6}} = 2.88 \times 10^{5}\mathrm{m} \tag{74}$$

6. SKA工作波长为21cm时的分辨率为:

$$\theta = 1.22\frac{\lambda}{D} = 1.22 \times \frac{21}{2 \times 10^{8}} = 1.28 \times 10^{-7} = 2.6 \times 10^{-2}\mathrm{arcsec} \tag{75}$$

第六章 恒星的基本特性

1. 恒星的视星等为$m = 17$，视差为0.2角秒， 则恒星的距离为$d = 1/0.2 = 5$pc，绝对光度为:

$$M = m - 2.5\log(d/10)^2 = 17 - 2.5\log(5/10)^2 = 18.5 \tag{76}$$

2. 恒星的视星等为15，距离为100pc，则其绝对星等为:

$$M = m - 2.5\log(d/10)^2 = 15 - 2.5\log(100/10)^2 = 10 \tag{77}$$

3. 近的恒星的距离为$d = 1/0.2 = 5$pc：则远的恒星的距离为:

$$5 \times \sqrt{6.3} = 12.55\text{pc} \tag{78}$$

4. 绝对星等差为$\Delta M = 4.82 - 2.65 = 2.17$，它们的亮度差为： $2.512^{2.17} = 7.38$

5. 某恒星：$T = 2.5T_\odot$，$R = 3R_\odot$，则:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 = 2.5^4 \times 3^2 = 351.6 \tag{79}$$

6. 某恒星：$T = 2T_\odot$，$R = 2R_\odot$，则:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 = 2^6 = 64 \tag{80}$$

7. 方法一： $\log(M/M_\odot) = 0.77$，从图中读出：$\log(L/L_\odot) = 3$，因此，$L/L_\odot = 10^3$。

   方法二： 从图中读出:

$$\frac{L}{L_\odot} \simeq \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{3.85} = 6^{3.85} = 1000 \tag{81}$$

8. 方法一： $\log(L/L_\odot) \simeq 2.477$，从图中读出：$\log(M/M_\odot) \simeq 0.65$，因此，$M/M_\odot \simeq 4.47$。

方法二：

$$\frac{M}{M_\odot} \simeq \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{1/3.85} = 300^{1/3.85} = 4.4. \tag{82}$$

9. 某大质量恒星：$M = 20M_\odot$，$T = 3 \times 10^4$K，$T_\odot = 6 \times 10^3$K， $\rho = rho_\odot$，$t_\odot = 10^10$yrs.则该恒星的寿命为：

$$\begin{aligned}\frac{t}{t_\odot} &= \left(\frac{M}{M_\odot}\right)\left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{M}{M_\odot}\right)\left(\frac{T}{T_\odot}\right)^{-4}\left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-2}\end{aligned} \tag{83}$$

利用：$\rho = rho_\odot$，得到：

$$\left(\frac{R}{R_\odot}\right) = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} \tag{84}$$

代入上式：

$$\begin{aligned}\frac{t}{t_\odot} &= \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^{-4}\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} \\ &= \left(\frac{3 \times 10^4}{6 \times 10^3}\right)^{-4} \times 20^{1/3} \\ &= 4.343 \times 10^{-3}\end{aligned} \tag{85}$$

因此， $t = 4.343 \times 10^7$yrs.

10. 某恒星：$M = 3M_\odot$，$T = 2T_\odot$，$\rho = \rho_\odot$。则： 单位面积的辐射功率比：

$$\frac{F}{F_\odot} = \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 = 2^4 = 16 \tag{86}$$

半径比：

$$\left(\frac{R}{R_\odot}\right) = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{1/3} = 3^{1/3} = 1.44225 \tag{87}$$

表面积比：

$$\left(\frac{A}{A_\odot}\right) = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 = 2.08 \tag{88}$$

光度比：

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4\left(\frac{A}{A_\odot}\right) = 2^4 \times 2.08 = 33.28 \tag{89}$$

寿命比：

$$\frac{t}{t_\odot} = \left(\frac{M}{M_\odot}\right)\left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-1} = \frac{3}{33.28} = 0.09 \tag{90}$$

因此，$t = 9 \times 10^8$yrs。

第七章 恒星的演化–恒星的一生和死亡

1. 行星状星云的角半径$\theta = 1'$为：

$$\theta = 1^{'} = 2.9 \times 10^{-4} \tag{91}$$

其距离D为：

$$D = 600\text{pc} = 600 \times 3.1 \times 10^{18} = 1.86 \times 10^{21}\text{cm} \tag{92}$$

因此，它的物理半径R为：

$$R = \theta D = 2.9 \times^1 0{-}4 \times 1.86 \times 10^{21} = 5.4 \times 10^{17}\text{cm} \tag{93}$$

根据其膨胀速度$v = 20\text{kms}^{-1}$得估算其年龄t为：

$$t = \frac{R}{v} = \frac{5.4 \times 10^{17}}{2.0 \times 10^{6}} = 2.7 \times 10^{11}\text{s} = 8.5 \times 10^{3}\text{years} \tag{94}$$

2. 同上题，

$$\theta \;=\; 36^{''} = 1.75 \times 10^{-4} \tag{95}$$

$$D \;=\; 1500\text{pc} = 4.65 \times 10^{21}\text{cm} \tag{96}$$

$$R \;=\; \theta D = 1.75 \times 10^{-4} \times 4.65 \times 10^{21} = 8.0 \times 10^{17}\text{cm} \tag{97}$$

$$t \;=\; \frac{R}{v} = \frac{8 \times 10^{17}}{1.5 \times 10^{6}} = 5.3 \times 10^{11}\text{s} = 1.7 \times 10^{4} years \tag{98}$$

3. 参宿四的距离为$D = 428$光年$=131.3$秒差距，如果它爆发，其峰值光度 类似与第谷超新星（Ia型超新星）$M \sim -4$,相应的视星等m为：

$$m = M + 5\log_{10}(D/10) = -4 + 5\log_{10}(13.13) = 1.6 \tag{99}$$

4. 中子星的密度ρ_{ns}为：

$$\rho_{\text{ns}} = \frac{M}{4\pi R^3/3} = \frac{1.35 \times 2.0 \times 10^{33}}{4\pi \times (1.15 \times 10^{6})^3/3} = 4.2 \times 10^{14}\text{gcm}^{-3} \tag{100}$$

1cm^{-3}中子星的物质的质量为4.2×10^{11}kg，大于朱穆朗玛 峰的质量$\sim 5 \times 10^{10}$kg。

5. 中子星表面的转动速度与光速比为:

$$\frac{v}{c} = \frac{2\pi R\nu}{c} = \frac{2\pi \times 1.0 \times 10^6 \times 712}{3.0 \times 10^{10}} = 0.15 \tag{101}$$

6. 根据Schwarzschild的定义:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 2.0 \times 16^{34}}{(3.0 \times 10^{10})^2} = 2.96 \times 10^6 \mathrm{cm} = 29.6 \mathrm{km} \tag{102}$$

第八章 星系与宇宙大尺度结构

1. M81的距离为$D = 1.2\times10^7\mathrm{ly} = 3.7\times10^6\mathrm{pc}$， 氢原子的谱线的半宽度为$\Delta v = 1.5\times10^7\mathrm{cms}^{-1}$， 从图中读出M81的角半径为$\theta \sim 5' = 1.45\times10^{-3}$，因此M81的半径约为：

$$r = \theta D = 1.45\times10^{-3}\times3.7\times10^6\mathrm{pc} = 1.66\times10^{22}\mathrm{cm}, \tag{103}$$

其质量估计如下：

$$M \sim \frac{rv^2}{G} = \frac{1.66\times10^{22}\times(1.5\times10^7)^2}{6.67\times10^{-8}} = 5.6\times10^{43}\mathrm{g} = 2.8\times10^{10}M_\odot \tag{104}$$

2. 恒星距离M87中心黑洞的距离为$r = 60\mathrm{ly} = 18.4\mathrm{pc} = 5.7\times10^{19}\mathrm{cm}$. 恒星绕M87运行的速度为$v\sim5.5\times10^7\mathrm{cms}^{-1}$。 黑洞的质量估算如下：

$$M \sim \frac{rv^2}{G} = \frac{5.7\times10^{19}\times(5.5\times10^7)^2}{6.67\times10^{-8}} = 2.6\times10^{42}\mathrm{g} = 1.3\times10^9M_\odot \tag{105}$$

3. 辐射区域的尺度估算如下：

$$r \sim 1\mathrm{AU}\frac{12\times60}{8.32} = 86.5\mathrm{AU} \tag{106}$$

4. 假设LMC和遥远星系的距离分别为d_1, d_2，已知$d_1 = 5\times10^4\mathrm{pc}$， 由于同周期的造父变星的绝对光度相等，则$d_2$为，

$$d_2 = d_1\times10^{\Delta m/5} = 5.0\times10^4\times10^{12/5} = 5.0\times10^4\times251 = 1.26\times10^7\mathrm{pc} \tag{107}$$