

局部扭立方体网络的容错泛圈性*

常青彦¹, 马美杰², 徐俊明¹

(1. 中国科学技术大学数学系, 安徽合肥 230026; 2. 山东大学数学与系统科学学院, 山东济南 250100)

摘要: n 维局部扭立方体网络 LTQ_n 是超立方体网络的一种新变型. 已经证明: LTQ_n 中就包含任意长度 $l(4 \leq l \leq 2^n)$ 的圈. 我们改进了这个结果, 证明了: 只要网络故障点数 f_v 和故障边数 f_e 之和不超过 $(n-2)$, LTQ_n 中就包含任意长度 $l(4 \leq l \leq 2^n - f_v)$ 的圈.

关键词: 局部扭立方体网络; 圈; 泛圈; 容错泛圈

中图分类号: O157.5; O157.9 **文献标识码:** A

AMS Subject Classification(2000): Primary 05C38; Secondary 90B10

Fault-tolerant pancyclicity of locally twisted cubes

CHANG Qing-yan¹, MA Mei-jie², XU Jun-ming¹

(1. Department of Mathematics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

2. School of Mathematics and System Science, Shandong University, Jinan 250100, China)

Abstract: An n -dimensional locally twisted cube, LTQ_n , is a new variant of hypercubes. It has been proved that LTQ_n contains cycles of all lengths from 4 to 2^n . We improved this result by showing that LTQ_n contains cycles of all lengths from 4 to $(2^n - f_v)$ provided that the number of faulty vertices and edges is not larger than $(n-2)$, where f_v is the number of faulty vertices in LTQ_n .

Key words: locally twisted cubes; cycle; pancycle; fault-tolerant pancycle

0 引言

互连网络的拓扑结构通常用连通的简单图 $G=(V, E)$ 来表示, 其中, V 和 E 分别表示图 G 的点集和边集. 有关图论的术语和记号可参见文献[1].

超立方体网络 Q_n 是较早提出的一种总体性质较好的互连网络, 目前已研制出多种超立方体连接模式的并行超级计算机(如 n -CUBE, CM-2, iPSC-860) 并投入实际使用. 但它并不是各方面拓扑性质都最好的网络, 于是人们提出了很多超立方体的变型, 如交叉立方体^[2], 扭立方体^[3]等, 这些变型在点

数和边数与超立方体相同的情况下, 直径大约是超立方体的一半. 局部扭立方体是 Yang 等^[4] 最近提出的一种超立方体的变型, 它的直径大约是相同顶点数的超立方体的一半.

以 x, y 为端点的边记为 (x, y) . 一条以 x_0, x_n 为端点的路记为 $\langle x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n \rangle$. 一条两端点相同的路称为圈. 包含图中所有的点的路称为 Hamilton 路. 包含图中所有的点的圈称为 Hamilton 圈. 如果一个图包含一条 Hamilton 圈, 则它是 Hamilton 的. 如果图中任何两点之间都存在 Hamilton 路, 则它是 Hamilton 连通的. 如果图 G 含

* 收稿日期: 2005-11-29; 修回日期: 2006-05-15

基金项目: 国家自然科学基金(10271114)资助.

作者简介: 常青彦, 女, 1975年生, 硕士生. 研究方向: 组合网络. E-mail: qychang@mail.ustc.edu.cn

通讯作者: 徐俊明, 教授. E-mail: xujm@ustc.edu.cn

有长从 3(或者 4)到 $|V|$ 的任何长度的圈,则称图 G 是泛圈(或者几乎泛圈)的^[5].

大型互连网络在使用过程中,它的结点和连线难免发生故障,因此考虑发生故障的网络具有现实意义.如果对图 G 的任意故障点(或者边)集 $F \subset V(G)$ (或者 $E(G)$)且 $|F| \leq k$,图 $G-F$ 仍是 Hamilton 的(Hamilton 连通的,泛圈的,几乎泛圈的),称图 G 为 k 点(或者边)容错 Hamilton 的(Hamilton 连通的,泛圈的,几乎泛圈的).如果对图 G 的任意故障集 $F \subset V(G) \cup E(G)$ 且 $|F| \leq k$,图 $G-F$ 仍是 Hamilton 的(Hamilton 连通的,泛圈的,几乎泛圈的),称图 G 为 k 容错 Hamilton 的(Hamilton 连通的,泛圈的,几乎泛圈的)^[6~8].

1 定理

本文考虑局部扭立方体的圈嵌入问题. Yang 等^[4]证明了:局部扭立方体是几乎泛圈的.我们改进了这个结果,通过考虑局部扭立方体中故障边和故障点都可能存在的情况,得到

定理 1.1 局部扭立方体 $LTQ_n (n \geq 3)$ 是 $(n-2)$ 容错几乎泛圈的.

注 局部扭立方体网络 LTQ_n 是 n 正则的,如果与同一个点相连的 $(n-1)$ 条边全部发生故障,则 Hamilton 圈不可能嵌入该网络中,所以界 $(n-2)$ 是紧的.

2 局部扭立方体

n 维局部扭立方体 $LTQ_n (n \geq 2)$ 的每个顶点是由 $\{0,1\}$ 组成的 n 元字符串.两个点 $x = x_1x_2 \cdots x_n$ 和 $y = y_1y_2 \cdots y_n$ 之间有边相连,当且仅当它们满足下列两条件之一:

- (1) 存在整数 $1 \leq k \leq n-2$,使得
 - (a) $x_k = \bar{y}_k$ (\bar{y}_k 是 y_k 在 $\{0,1\}$ 中的补),
 - (b) $x_{k+1} = y_{k+1} + x_n$,
 - (c) x 和 y 其余分量都相同.

(2) 存在整数 $k \in \{n-1, n\}$,使得 x 和 y 只有第 k 个分量不同.

图 1 给出了 LTQ_3 和 LTQ_4 . 根据上述定义,局部扭立方体 LTQ_n 是有 2^n 个点的 n 正则图.它也可以递归定义如下: LTQ_2 的顶点集为

$$\{00, 01, 10, 11\},$$

边集为

$$\{(00, 01), (00, 10), (10, 11), (01, 11)\}.$$

当 $n \geq 3$ 时, LTQ_n 可以由两个 LTQ_{n-1} 增加 2^{n-1} 条边得到.具体做法如下:在一个 LTQ_{n-1} 的所有顶点前面加“0”得到 LTQ_{n-1}^0 ,在另一个 LTQ_{n-1} 的所有顶点前面加“1”得到 LTQ_{n-1}^1 ,再把 LTQ_{n-1}^0 中的点 $0x_2x_3 \cdots x_n$ 和 LTQ_{n-1}^1 中的点 $1(x_2 + x_n)x_3 \cdots x_n$ 连边即得 LTQ_n ,这里的“+”表示模 2 加法.简记 $LTQ_n = L \oplus R$,其中, $L \cong LTQ_{n-1}^0$, $R \cong LTQ_{n-1}^1$,连接 L 和 R 之间的边称为交叉边,记做 (u_L, u_R) ,其中, $u_L \in L, u_R \in R$.

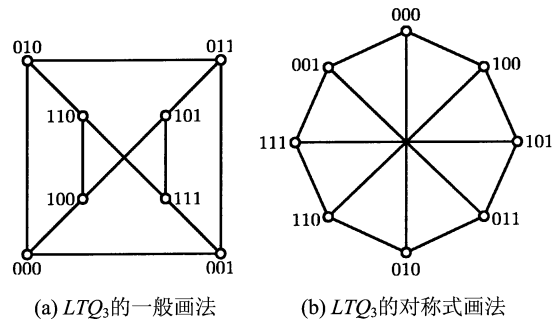


图 1 局部扭立方体 LTQ_3 和 LTQ_4

Fig. 1 Locally twisted cubes LTQ_3 and LTQ_4

文献[9]考虑更一般的图类 $G(G_1, G_2; M)$, 它的顶点集为

$$V(G) = V(G_1) \cup V(G_2),$$

边集为

$$E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup M,$$

其中, M 是 G_1 和 G_2 之间的完备匹配.由 LTQ_n 的递归构造, LTQ_n 显然是 $G(G_1, G_2; M)$ 的特例,其中, $G_1 = LTQ_{n-1}^0, G_2 = LTQ_{n-1}^1$.由文献[10]中的定理 1 和定理 2,我们立即得到如下结论.

引理 2.1 LTQ_n 是 $(n-2)$ 容错 Hamilton 的和 $(n-3)$ 容错 Hamilton 连通的($n \geq 3$).

用 LTQ_{n-2}^i 表示由点集 $ijx_3 \cdots x_n$ 导出的 LTQ_n 的子图,它是一个 $(n-2)$ 维局部扭立方体.如果 $LTQ_{n-1}^i (i \in \{0, 1\})$ 中的一条边的一个端点在 LTQ_{n-2}^0 中,另一个端点在 LTQ_{n-2}^1 中,称该边为

LTQ_n 的临界边.

引理 2.2 记 $LTQ_n = L \oplus R (n \geq 3)$. 如果 $(u_L, v_L) \in E(L)$ 是 LTQ_n 的临界边, 则 $(u_R, v_R) \in E(R)$ 也是 LTQ_n 的临界边, 其中, u_R 和 v_R 分别是 u_L 和 v_L 在 R 中的邻点.

证明 设 $(u_L, v_L) \in E(L)$ 是 LTQ_n 的一条临界边. 不失一般性, 设 $u_L = 00u_3u_4 \cdots u_n$. 则

$$v_L = 01(u_3 + u_n)u_4 \cdots u_n,$$

$$u_R = 1(0 + u_n)u_3u_4 \cdots u_n,$$

$$v_R = 1(1 + u_n)(u_3 + u_n)u_4 \cdots u_n.$$

根据 LTQ_n 的定义知, u_R 和 v_R 是相邻的. 因此, (u_R, v_R) 是 LTQ_n 中的一条临界边. \square

在 $LTQ_n = L \oplus R$ 中, 对于 L 中任何两邻点 u_L 和 v_L , 它们在 R 中的邻点 u_R 和 v_R 不一定相邻, 反之亦然. 若 (u_L, v_L) 是 L 中的一条临界边, 则由引理 2.2, u_R 和 v_R 一定相邻, 此时 $\langle u_L, v_L, v_R, u_R, u_L \rangle$ 构成一个长为 4 的圈, 称这样的圈为交叉 4 圈. 易知对 LTQ_{n-2}^{00} 中的每个顶点, 恰有一个交叉 4 圈与之对应, 故 LTQ_n 中含有 2^{n-2} 个点不交的交叉 4 圈. 我们称 LTQ_n 中至少包含两条临界边的圈为 2 临界圈. 因为 LTQ_{n-2}^j 中恰含有 2^{n-2} 个点, 所以如果 L 或 R 中的任何圈长大于 $2^{n-2} (n \geq 4)$, 则它一定是一个 2 临界圈.

3 定理证明

在证明定理之前, 首先给出一些记号: $F \subset V(LTQ_n) \cup E(LTQ_n)$ 表示故障集; F^L 表示 L 中的故障集, F^R 表示 R 中的故障集, $f = |F|$, $f^L = |F^L|$, $f^R = |F^R|$; $F_v \subset V(LTQ_n)$ 表示故障点集, F_v^L 表示 L 中的故障点集, F_v^R 表示 R 中的故障点集, $f_v = |F_v|$, $f_v^L = |F_v^L|$, $f_v^R = |F_v^R|$; $F_e \subset E(LTQ_n)$ 表示故障边集, F_e^L 表示 L 中的故障边集, F_e^R 表示 R 中的故障边集, $f_e = |F_e|$, $f_e^L = |F_e^L|$, $f_e^R = |F_e^R|$.

定理 1.1 的证明 我们对维数 $n (n \geq 3)$ 用数学归纳法证明.

当 $n=3$ 时, 由图 1(b) 知 LTQ_3 是点可迁图, 分下列两种情形来证明 LTQ_3 是 1 容错泛圈的.

情形 I LTQ_3 有一个故障点 x . 不妨设 $x = 000$, 在 $LTQ_3 - x$ 中长从 4 到 7 的圈为

$$\langle 100, 101, 111, 110, 100 \rangle,$$

$$\langle 100, 101, 011, 001, 111, 110, 100 \rangle,$$

$$\langle 100, 101, 011, 010, 110, 100 \rangle,$$

$$\langle 100, 101, 111, 001, 011, 010, 110, 100 \rangle.$$

情形 II LTQ_3 有一条故障边 e . 不妨设边 e 与点 000 相邻. 由情形 I 知, 在 $LTQ_3 - e$ 中含有长度从 4 到 7 的圈. 下面只需找到长度为 8 的圈即可.

若 $e = (000, 010)$, 则长为 8 的圈为

$$\langle 000, 001, 111, 110, 010, 011, 101, 100, 000 \rangle.$$

若 $e = (000, 001)$, 则长为 8 的圈为

$$\langle 000, 010, 110, 111, 001, 011, 101, 100, 000 \rangle.$$

若 $e = (000, 100)$, 与 $e = (000, 001)$ 类似可得长为 8 的圈. 因此, 当 $n=3$ 时, 定理成立.

设 LTQ_{n-1} 是 $(n-3)$ 容错几乎泛圈的 $(n \geq 4)$. 下面证明 $LTQ_n = L \oplus R (L \cong LTQ_{n-1}^0, R \cong LTQ_{n-1}^1)$ 是 $(n-2)$ 容错几乎泛圈的. 设

$$F \subset V(LTQ_n) \cup E(LTQ_n)$$

是任意的故障集且 $|F| = n-2$. 可以分以下两种情形讨论.

情形 1 F 在 L 或 R 中. 不妨设 $F \subset L$. 分下列三种情形来构造长 l 从 4 到 $2^n - f_v$ 的圈.

情形 1.1 $4 \leq l \leq 2^{n-1}$. 根据归纳假设, R 是 $(n-3)$ 容错几乎泛圈的, R 中包含所有长度从 4 到 2^{n-1} 的圈. 故 $LTQ_n - F$ 中也包含长度从 4 到 2^{n-1} 的圈.

情形 1.2 $l = 2^{n-1} + 1$. 在 $LTQ_n - F$ 中构造一个长为 l 的圈, 含有 R 中 $2^{n-1} - 1$ 个非故障点, L 中两个非故障点. 在构造圈之前先定义一个概念: 隐故障. 设 $\langle u_L, v_L, v_R, u_R, u_L \rangle$ 是一个交叉 4 圈, 其中, u_L, v_L 在 L 中, u_R, v_R 在 R 中. 若该圈上存在故障但不在 R 中, 则称边 (u_R, v_R) 为故障 F 在 R 中的隐故障. 类似可以定义故障 F 在 L 中的隐故障. 令 $F^s = \{e \mid e \text{ 是故障 } F \text{ 在 } R \text{ 中的隐故障}\}$. 由于所有的交叉 4 圈都是点不交的, 所以 $|F^s| \leq n-2$. 当 $|F^s| = n-2$ 时, 任取 $e_R \in F^s$, 令 $F' = R - e_R$; 当 $|F^s| < n-2$ 时, 令 $F' = F^s$, 则 $|F'| \leq n-3$. 由归纳假设, R 是 $(n-3)$ 容错几乎泛圈的, 所以 $R - F'$ 是泛圈的, $R - F'$ 中存在长为 $2^{n-1} - 1$ 的圈 C_R . 因为

$$2^{n-1} - 1 > 2^{n-2},$$

所以圈 C_R 上存在两条临界边. 设 (u_R, v_R) 是圈 C_R 上不同于 e_R 的一条临界边, 并设 u_L, v_L 分别是 u_R, v_R 在 L 中的邻点, 则 u_L, v_L 均为非故障点, 且由引理 2.2 知, (u_L, v_L) 也是 L 中的一条非故障临界边. 于是,

$C_R - (u_R, v_R) + (u_R, u_L) + (u_L, v_L) + (v_L, v_R)$ 是 $LTQ_n - F$ 中长为 $2^{n-1} + 1$ 的圈 (参见图 2(a)).

情形 1.3 $2^{n-1} + 2 \leq l \leq 2^n - f_v$. 由引理 2.1,

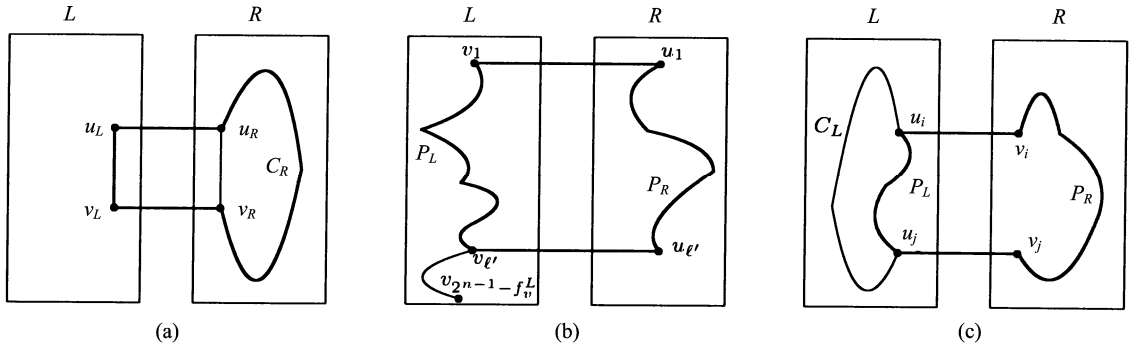


图 2 定理 1.1 证明中的图示

Fig. 2 Illustrations for the proof of Theorem 1.1

L 是 $(n-3)$ 容错 Hamilton 的, 因为

$$f^L = n - 2,$$

所以 $L - F^L$ 中存在一条长为 $2^{n-1} - f_v^L - 1$ 的 Hamilton 路

$$P_L = \langle v_1, v_2, \dots, v_{2^{n-1}-f_v^L} \rangle (f_v^L = f_v).$$

令 $2 \leq l' \leq 2^{n-1} - f_v$,

则 $l = l' + 2^{n-1}$.

我们用下面的方法构造长为 l 的圈. 设 $v_1, v_{l'}$ 在 R 中的邻点分别为 $u_1, u_{l'}$, 由于 R 中无故障点, 由引理 2.1, 在 R 中存在连接 $u_1, u_{l'}$ 的长为 $2^{n-1} - 1$ 的 Hamilton 路 P_R . 所以 $\langle v_1, \dots, v_{l'}, u_{l'}, P_R, u_1, v_1 \rangle$ 构成了 $LTQ_n - F$ 中长为 l ($2^{n-1} + 2 \leq l \leq 2^{n-1} - f_v$) 的圈 (参见图 2(b)).

情形 2 $f^L \leq n-3$ 且 $f^R \leq n-3$. 由归纳假设, $L - F^L$ 和 $R - F^R$ 都是泛圈的. 分下列三种情形来构造长 l 从 4 到 $2^n - f_v$ 的圈.

情形 2.1 $4 \leq l \leq 2^{n-1} - f_v^R$. 由于 R 是 $(n-3)$ 容错几乎泛圈的, 所以 $R - F^R$ 中包含长度从 4 到 $2^{n-1} - f_v^R$ 的圈.

情形 2.2 $l = 2^{n-1} - f_v^R + 1$. 与情形 1.2 类似, 令 $F^s = \{e \mid e \text{ 是故障 } F \text{ 在 } R \text{ 中的隐故障}\}$. 则

$$|F^s \cup F^R| \leq n - 2.$$

若

$$|F^s \cup F^R| = n - 2,$$

取 F^s 中的任意一条边 e_R , 令

$$F' = F^s \cup F^R - e_R;$$

否则, 取

$$F' = F^s \cup F^R.$$

则有 $|F'| \leq n - 3$.

由归纳假设, R 是 $(n-3)$ 容错几乎泛圈的, 所以 $R - F'$ 是泛圈的, $R - F'$ 中存在长为 $2^{n-1} - f_v^R - 1$ 的圈 C_R . 因为

$$2^{n-1} - f_v^R - 1 > 2^{n-2} (n \geq 4),$$

圈 C_R 上存在两条临界边. 设

$$(u_R, v_R) \neq e_R$$

是 C_R 上的一条临界边, (u_R, v_R) 不在 F^s 中, 设 u_R, v_R 在 L 中的邻点分别为 u_L, v_L , 则

$$\langle u_L, v_L, v_R, u_R, u_L \rangle$$

是一个不含故障的交叉 4 圈. 则

$C_R - (u_R, v_R) + (u_R, u_L) + (u_L, v_L) + (v_L, v_R)$ 是 $LTQ_n - F$ 中长为 $2^{n-1} - f_v^R + 1$ 的圈.

情形 2.3 $2^{n-1} - f_v^R + 2 \leq l \leq 2^n - f_v$. 不妨设

$$f^R \leq f^L \leq n - 3,$$

若

$$f^R = n - 3,$$

则

$$f^L = n - 3, f^R + f^L = 2n - 6 \leq n - 2 = f,$$

则有 $n \leq 4$. 故当

$$f^R = n - 3$$

时, 只需讨论 $n=4$ 的情形. 这种情形的证明只是验证, 故略去其验证过程. 下面假设

$$f^R \leq n - 4,$$

令

$$1 \leq l' \leq 2^{n-1} - (f_v - f_v^R) - 1 = 2^{n-1} - f_v^L - 1,$$

对每一个 l' , 在 L 中构造一条长为 l' 的路 P_L . 由引理 2.1, L 是 $(n-3)$ 容错 Hamilton 的, $L - F^L$ 中有一条长为 $2^{n-1} - f_v^L$ 的圈

$$C_L = \langle u_0, u_1, \dots, u_{2^{n-1}-f_v^L-1}, u_0 \rangle,$$

则 C_L 上一定存在两个点 u_i, u_j 它们在 R 中的对应点分别为 v_i, v_j , 使得

$$(j - i) \pmod{(2^{n-1} - f_v^L)} = l',$$

且两点 v_i, v_j 以及两条边 $(u_i, v_i), (u_j, v_j)$ 都是非故障的. 假设不存在这样的 u_i, u_j , 则 L 之外至少有 $\lceil (2^{n-1} - f_v^L) / 2 \rceil$ 个故障. 当 $n \geq 2$ 时,

目前,高温(火灾)环境下钢结构的稳定性能研究尚有很多方面有待进一步开展,如建立可靠的热-力耦合非线性静力稳定性分析理论和分析方法;考虑结构的几何与材料非线性,考虑各种初始缺陷和残余应力的影响,建立准确的静力分析模型;提出确定结构静力稳定度的可靠手段,建立最不利初始缺陷设计准则,进一步揭示钢结构静力失稳的本质和规律. 高温(火灾)环境下构件的稳定性往往决定了结构工程设计与施工的成败,因此,必须加强构件高温下的稳定性能研究,为工程建设提供技术保证.

参考文献(References)

- [1] WU Xiao, LI Min. The nonlinear vibration bifurcation of inclined beam under thermal state[J]. Mechanics and Engineering, 1999, 21(6): 47-49.
吴晓,李敏. 斜梁在热状态下非线性振动分岔[J]. 力学与实践, 1999, 21(6): 47-49.
- [2] 武际可,苏先樾. 弹性系统的稳定性[M]. 北京:科学出版社,1994.
- [3] 李国强,蒋首超. 钢结构抗火计算与设计[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1999.
- [4] SUN Qiang, LU Shou-xiang. Research of dynamic characteristics of inclined beams under thermal effects[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2005, 35(4): 544-548.
孙强,陆守香. 斜梁在热作用下的动力特性研究[J]. 中国科学技术大学学报[J], 2005, 35(4): 544-548.
- [5] 刘光栋,罗汉泉. 杆系结构稳定[M]. 北京:人民交通出版社,1988.
- [6] 严宗达. 结构力学中的富里叶级数解法[M]. 天津:天津大学出版社,1989.
- [7] 鲍洛金. 弹性体系的动力稳定性[M]. 林砚田,等译. 北京:高等教育出版社,1960.
- [8] SUN Qiang, YANG Da-jun. Research on the dynamic stability of bars in elastic medium[J]. Engineering Mechanics, 1997, 14(1): 87-91.
孙强,杨大军. 弹性介质中直杆的动力稳定性研究[J]. 工程力学, 1997, 14(1): 87-91.
- [9] 杨玉,何旭洪,等. Mathematica 应用指南[M]. 北京:人民邮电出版社,1999.

(上接第 610 页)

$$[(2^{n-1} - f_v^L)/2] + f_v^L \geq 2^{n-2} > n - 2,$$

矛盾. 所以在 $L-F^L$ 中存在以 u_i 和 u_j 为端点的长为 l' 的路 P_L . 由引理 2.1, $R-F^R$ 是 Hamilton 连通的, 则 $R-F^R$ 中任何两点之间都存在一条长 $2^{n-1} - f_v^R - 1$ 的路. 设 P_R 是 v_i, v_j 之间长为 $2^{n-1} - f_v^R - 1$ 的路, 则

$$P_L + (u_i, v_i) + P_R + (v_j, u_j)$$

为长度从 $2^{n-1} - f_v^L + 2$ 到 $2^n - f_v$ 的圈(参见图 2(c)). 定理得证. \square

参考文献(References)

- [1] 徐俊明. 图论及其应用[M]. 2版. 合肥:中国科学技术大学出版社,2004.
- [2] Efe K. A variation on the hypercube with lower diameter[J]. IEEE Transactions on Computers, 1991, 40(11): 1312-1316.
- [3] Cull P, Larson S M. On generalized twisted cubes[J]. Information Processing Letters, 1995, 55(1): 53-55.
- [4] Yang X, Evans D J, Megson G M. The locally twisted cubes [J]. International Journal of Computer Mathematics, 2005, 82(4): 401-413.
- [5] Bondy J A. Pancyclic graphs[J]. J. Combin. Theory Ser. B, 1971, 11: 80-84.
- [6] Fan J. Hamilton-connectivity and cycle-embedding of Möbius cubes [J]. Information Processing Letters, 2002, 82(3): 113-117.
- [7] MA Mei-jie, XU Jun-ming. Edge-pancyclicity of crossed cubes[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2005, 35(3): 392-398.
马美杰,徐俊明. 交叉超立方体网络的边泛圈性[J]. 中国科学技术大学学报, 2005, 35(3): 392-398.
- [8] Yang M C, Li T K, Tan J J M, et al. Fault-tolerant cycle-embedding of crossed cubes [J]. Information Processing Letters, 2003, 88(4): 149-154.
- [9] Chen Y C, Tsai C H, Hsu L H, et al. On some super fault-tolerant hamiltonian graphs [J]. Applied Mathematics and Computation, 2004, 148(3): 729-741.