一件不吐不快的窝囊事

徐俊明

(2008 年 6 月 9 日)

摘　要

2008 年 *6* 月 *6* 日，我终于看到杨超与我合作的一篇文章“*Connectivity and Edge-connectivity of Strong Product Graphs*”在《中国科学技术大学学报》第 *38* 卷第 *5* 期 (*2008*) 发表了。这篇文章的最早研究是在 *2005* 年，*2006* 年 *5* 月 *25* 日完成并投到《数学学报》。*2006* 年 *11* 月 *14* 日，该编辑部却以与他人文章的主要结果类似，投稿日期晚于那篇文章，我审查那篇文章的结论是建议接收那篇文章为由拒绝发表。我们给编辑部写了一封申辩信，但无果。我感觉自己做了一件窝囊事，不吐不快，便利用端午节休假机会写下这篇文章。

§1　事情的缘由

图的运算中有各种各样的乘积，这些乘积图的性质一直图论工作者关注的研究对象。最为熟知的是笛卡尔乘积，笛卡尔乘积图 $G_1\Box G_2$ 的连通度一直是一个没有解决的问题。早在 1957 年, Sabidussi 在文献 [6] 中就证明了：两个连通无向图 G_1 和 G_2 的笛卡尔乘积图点连通度

$$\kappa(G_1\Box G_2)\geq \kappa(G_1)+\kappa(G_2). \tag{1.1}$$

1998 年，我本人在文献 [8] 中将这个结果推广到有向图. 1999 年, Chiue 和 Shieh [4] 给出两个连通无向图的笛卡儿乘积图的边连通度

$$\lambda(G_1\Box\ G_2)\geq \lambda(G_1)+\lambda(G_2). \tag{1.2}$$

除此之外, 就没有更进一步的结果了。2003 年 3 月，中国科学技术大学 1999 级本科生杨超做本科毕业论文。这时，杨超已经被免试推荐为我的硕博连读研究生，我希望他将来能在乘积图，特别是笛卡尔乘积图连通度方面做些所研究。杨超刻苦钻研，在他的本科毕业论文《笛卡儿乘积图的连通度》中得到一些很好的结果。后来，我们整理了这些结果的证明，发表在《Discrete Mathematics》（2006），参见文献 [9]。在那篇文章中，对于连通无向图 G_1 和 G_2 的笛卡尔乘积图边连通度，我们得到它的精确表达式：

$$\lambda(G_1\Box G_2)=\min\{\delta(G_1)+\delta(G_2),\lambda(G_1)v(G_2),\lambda(G_2)v(G_1)\}. \tag{1.3}$$

对于点连通度，我们只能给出一个下界：

$$\kappa(G_1\Box G_2)\geq \min\{\kappa(G_1)+\delta(G_2),\ \kappa(G_2)+\delta(G_1)\}. \tag{1.4}$$

对于强连通有向图 G_1 和 G_2 的笛卡尔乘积图，我们也给出它的点连通度的下界：

$$\kappa(G_1\Box G_2)\geq \min\{\kappa(G_1)+\delta(G_2),\ \kappa(G_2)+\delta(G_1),\ 2\kappa(G_1)+\kappa(G_2),\ 2\kappa(G_2)+\kappa(G_1)\}. \tag{1.5}$$

式（1.3）是个非常理想的结果。式（1.4）和式（1.5）推广了式（1.1），但要证明其等号成立则相当困难。究其原因是我们所采用的方法都是利用Menger定理，通过构造点（边）不交的路来获得下界的。要想获得式（1.4）和式（1.5）中的等号，必须寻找新的方法。

图的另一种乘积被称为强乘积$\kappa(G_1 \boxtimes G_2)$。2004年12月10日，我的硕士生孙犁完成了一篇论文"Connectivity of Strong Product Graphs"，并投到《中国科学技术大学学报》，2005年2月28日被接收，2006年发表，见参考文献 [7]。该文研究强乘积图的连通度，获得无向图强乘积的连通度一个下界:

$$\kappa(G_1 \boxtimes G_2) \geq \min\{\kappa_1(1+\delta_2), \kappa_2(1+\delta_1)\}. \tag{1.6}$$

该文的证明同样还是采用构造方法。

2005年8月22日，我收到《Networks》编辑部发来一篇邀请评审的文稿：C. Balbuena, P. Garcia-Vazquez and X. Marcote, Reliability of Interconnection Networks Modeled by a Product of Graphs. 稿件编号：net05-31。该文讨论由了Bermond et al [2] 提出的另一种乘积图$G_1 * G_2$ 的连通度，获得的主要结果是：如果G_1 和G_2 是连通无向图，则

$$\kappa(G_1 * G_2) \geq \min\{\kappa(G_1)v(G_2), (\delta(G_1)+1)\kappa(G_2), \delta(G_1)+\delta(G_2)\}. \tag{1.7}$$

我和杨超都仔细研读了此文。该文不是采用构造方法，而是利用对最小分离集的分析方法。

2005年9月11日，我发去评审意见。在重新叙述该文的主要结果后，强调："These results are of important significance. All proofs are correct and well written. Especially, the proof technique presented in the manuscript may be used to solve the connectivity of other kinds of product graphs. In my opinion this paper is worth publishing in NETWORKS."

该文提出的研究方法对我们进一步研究笛卡尔乘积图连通度很有启发。我们采用Balbuena等人的方法，决定对孙犁研究的强乘积图的连通度重新进行研究。在两个连通图G_1 和G_2 的强乘积图$G_1 \boxtimes G_2$ 的连通度和边连通度得到一些很理想的结果：如果 G_1 和 G_2 都是连通的无向图，则

$$\lambda(G_1 \boxtimes G_2) = \min\{\lambda_1(n_2+2m_2), \lambda_2(n_1+2m_1), \delta_1+\delta_2+\delta_1\delta_2\}; \tag{1.8}$$

如果 G_1 和 G_2 都是极大连通的无向图，则

$$\kappa(G_1 \boxtimes G_2) = \min\{\delta_1 n_2, \delta_2 n_1, \delta_1+\delta_2+\delta_1\delta_2\}. \tag{1.9}$$

其中 n_i, m_i, λ_i 和 δ_i 分别表示 $G_i (i=1,2)$ 的阶数, 边数, 边连通度和最小度。

初战告捷，皆大欢喜。2005年10月7日，我安排杨超在本专业研究生讨论班上以"Connectivity and Edge-connectivity of Strong Product Graphs"为题报告了这些研究成果。在讨论和听取意见后，于2005年12月12日，杨超完成论文"Connectivity and Edge-connectivity of Strong Product Graphs"的初稿。我们通过几轮的讨论，修改和完善，于2006年5月10日基本定稿。我们正在寻找一个比较高级的杂志，准备投稿。我们得知《数学学报》已经被SCI收录，决定将此稿投到《数学学报》，力争尽可能快地发表。

§2　半路杀出程咬金

正当我们紧锣密鼓地准备投稿时，半路杀出程咬金。2006年5月23日，我收到《Discussiones Mathematicae Graph Theory》编辑部发来的电子稿件，邀请评审稿件：B. Brešar, S. Špacapan, Edge-connectivity of strong products of graphs. 稿件编号：#429。

看着论文标题，我就很感兴趣，我打开文件一看。该文研究了强乘积图 $G_1 \boxtimes G_2$ 的边连通度，其结果只有一个，那就是证明了：如果 G_1 和 G_2 都是连通的无向图，则

$$\lambda(G_1 \boxtimes G_2) = \min\{\lambda_1(n_2 + 2m_2), \lambda_2(n_1 + 2m_1), \delta(G_1 \boxtimes G_2)\}. \tag{2.1}$$

考虑到 $\delta(G_1 \boxtimes G_2) = \delta_1 + \delta_2 + \delta_1\delta_2$，式（2.1）和式（1.8）是一样的。天啊！该文的结果怎么与我们的结果撞车了。世上还真有这样的巧事，竟然不谋而合！科研成果撞车是常有的事情，被评审的稿件与评审人得到的结果撞车的巧事可能是很少见的。我们感到世界如此只小！好在我们的文章不但包含了该文所有结果，而且式（1.9）的结果是该文没有的。我们没有来得及看他们的证明是否正确，当务之急是赶快把我们的稿件投出去。一方面，我叫杨超仔细阅读这篇文章。另一方面，我来负责投稿的先期准备工作，通过查找准备好了六位评审人名单：

1. Camino Balbuena，Departament de Matemática Aplicada III, Universitat Politècnica of Catalunya, Barcelona, Spain. Email: m.camino.balbuena@upc.edu
2. Wilfried Imrich，Montanuniversität Leoben, A-8700 Leoben, Austria. Email: imrich@unileoben.ac.at
3. Bih-Sheue Shieh，Department of Management Information Science, Chia-Nan University of Pharmacy and Science, Jen-Te, Tainan 71710, Taiwan, Republic of China. Email: cshieh@mail.chna.edu.tw
4. Hongjian Lai，Department of Mathematics, West Virginia University, Morgantown, WV 26506-6310, USA. Email: hjlai@math.wvu.edu
5. Angelika Hellwig, Lehrstuhl II fur Mathematik, RWTH Aachen, 52056 Aachen, Germany. Email: hellwig@math2.rwth-aachen.de
6. Lutz Volkmann, Lehrstuhl II fur Mathematik, RWTH Aachen, 52056 Aachen, Germany. Email: volkm@math2.rwth-aachen.de

2006 年 5 月 25 日，我们将稿件投到《数学学报》编辑部，并附上提供的评审人名单。5 月 31 日，编辑部发来《数学学报》稿件收稿单，稿件编号为：B6300。

稿件投出去后，我们抓紧时间阅读《Discussiones Mathematicae Graph Theory》编辑部发来的稿件。由于内容比较熟悉，我们很快读懂了该文。其实，该文的主要证明方法也是采用 Balbuena 等人的方法。然而，该文并没有提及 Balbuena 等人的文章。我们发现，Brešar 和 Špacapan 的文稿中的引理 3 有重大漏洞。于是，2006 年 6 月 17 日，评审完毕，并向编辑部发去评审报告。评审报告如下。

Comments: (#429)

Edge-connectivity of strong products of graphs

This paper discusses the edge-connectivity of strong products of graphs. It could be a constructive approach. However, a flaw is included in this paper which many influence the correctness of the proof of the main result of this paper.

Major Comments

There is a flaw in the proof of Lemma 3. The problem appears in **Page 5, Line 5**: *If* $|A \cup B| \geq 4$ *we find that next to* $2deg_G(a)$ *grey cross edges described in the previous paragraph, there are additional grey cross edges, namely* $(a'', v)(x, u)$ *or* $(a'', u)(x, v)$*, where* $a'' \in A \cup B$ *and* $a'' \notin \{a, a'\}$ *(where* $x \in C \cup D$ *is a neighbor of* a''*)...*

The argument is wrong if $C \cup D = \emptyset$ (there will be no additional grey cross edges). And this is possible, the counterexample is given by that G is a complete bipartite $K_{n,n}$ (See the following Fig. where $G = K_{3,3}$).

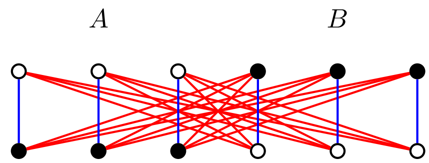

图 1: $|A \cup B| \geq 4$ but no additional grey edges

So the second assertion of Lemma 3, which claimed that $p_G(G_u \cap C_i) = p_G(G_v \cap C_i)$ for $i = 1, 2$ if there are exactly $2\lambda(G)$ grey cross edges, is in doubt. And so did the main theorem since it depended on Lemma 3.

Minor Comments

1. **Page 7, first line after Case 3.2,** '$d(k+l) > \delta_1$' should be '$d(k+l) \geq \delta_1$'.
2. **Page 8, Line 4,** missing something in '$\deg_{G \quad H}(x, y)$'.

Conclusions

If the authors will consider all these points in their revision, then I could recommend this paper for publication in "Discussiones Mathematicae Graph Theory".

后来，我们一直没有收到编辑部的反馈和作者的修改意见，但这篇文章被接收发表了，见参考文献 [3]。我们一直没有看到那篇发表后的文章，我曾发信向作者索要过，但至今不见回音，也不知道那篇文章中的漏洞是怎么修补的。也许读者会问：你们当时也已经获得了类似的结果，既然发现了证明中的漏洞，为什么不封杀这篇文章？我们主要出于两点考虑：一是这篇文章的结论是正确的，因为我们也得到这个结果。作为独立得到的结果，在他们不知情的情况下是可以独立发表的。二是，该文的引理 3 中条件太弱，其实条件可以加强，如我们只用了这样一个引理：

Lemma 3 Let H be a nontrivial connected graph with edge-connectivity λ and B an edge-cut of $K_2 \odot H$ that separates aH and bH, then $|B| \geqslant 2\lambda$.

我们在评审意见中用了"There is a flaw in the proof of Lemma 3"。这里"flaw"（漏洞）一词在稿件评审意见中是个常用婉言含蓄的措辞。其实，该文的引理 3 是错误的。我们在建议该文发表是有条件的"If the authors will consider all these points in their revision"。出于对作者负责考虑，我的评审意见是友善的。按照审稿惯例，编辑部应该把修改后的文稿再请评审人审查一下。但我们没有看到修改稿，但此文确实发表了。谁知，这个友善举动却招来了自己论文的不幸！也正是这个友善的举动给我们自己的论文引来杀身之祸!

§3　不幸的事情终于发生了

2006 年 11 月 13 日上午 11 点 20 分，我们接到《数学学报》编辑部的电子邮件，邮件主题：请您解释。我们仔细阅读了需要我们解释的内容，于当日下午 14 点 52 分，回信给编辑部，对所询问的问题逐一进行了解释（具体解释内容见后面的申辩信）。2006 年 11 月 15 日下午，收到《数学学报》编辑部的电子邮件，我们被告知，该稿被拒绝发表。"如果您对退稿理由有异议，请您将申辩信通过 email 发来，本刊将转给相关编委或主编进行相应的处理。"2006 年 12 月 4 日，我们向《数学学报》编辑部递交了申辩信，并提供了有关材料。申辩信全文如下：

关于稿件（稿号B6300）被退稿的申辩

尊敬的主编和相关的编辑同志：

1. 这份申辩涉及以下三篇文章：(见附件)

Paper A:

B. Bresar, S. Spacapan: Edge-connectivity of strong products of graphs. 2006年5月23日，我收到Discussiones Mathematicae Graph Theory编辑部发来的电子稿件，邀请评审，2006年6月17日，评审完毕。

Paper B:

J.-M. Xu, C. Yang: Connectivity and edge connectivity of strong product graphs. 2006年5月25日投到《数学学报》(稿件编号B6300)。

Paper C:

C. Balbuena, P. Garcia-Vazquez and X. Marcote, Reliability of Interconnection Networks Modeled by a Product of Graphs. Networks, 48 (3) (2006), 114-120. 2005年8月22日，我收到该稿，邀请评审。

2. 2006年11月13日，《数学学报》编辑部发来电子邮件要求我们对审稿人意见进行解释，内容如下：

Dear professor，

We received an email from the referee who is a member of the editorial board of Discussiones Mathematicae Graph Theory (DM-GT). Could you explain why, in the following email, he said:

There are two papers:

Paper A: B. Bresar, S. Spacapan: Edge-connectivity of strong products of graphs

Paper B: J.-M. Xu, C. Yang: Connectivity and edge connectivity of strong product graphs (that is, paper B6300).

May 3, 2006: Paper A submitted to DM-GT.

May 22, 2006: Paper A sent as .pds file to J.-M. Xu to referee it.

May 25, 2006: Paper B submitted to your journal.

Now, the main result of Paper B is the same as the main result of Paper A! Moreover, the proofs are basically the same. Lemma 3 from Paper B is basically the same as Lemma 3 from Paper A. Figure 1 from B is Figure 1 from A. In the proof of Theorem 1 in Paper B, one has the same three cases as in Paper B. All in all, the proof goes along the same way, just calculations (that can be done in many different way) are different.

It is likely that the authors of the paper B worked on the problem earlier. But it is not clear whether they solved it before May 22, 2006 or not. In any case, they WERE aware of Paper A at the time their paper was submitted. And they do NOT mention it at all in their work.

3. 2006年11月13日，我们立即对审稿人意见进行解释，内容如下：（原文是英文，现翻译成中文）

尊敬的编辑同志：

感谢你们的来信。现在我们解释审稿人提到的问题如下。

我们目前能够找到足够的证据来证明：我们的工作（Paper B）很早就完成了。

1) 2005年10月7日，杨超在本专业研究生讨论班上以“Connectivity and Edge-connectivity of Strong Product Graphs”为题报告了这个研究工作（比我们知道Paper A 早八个多月）。我的网页上的讨论班日程安排和参加讨论班的老师和同学可以证明这个事实。

2) 在2006年3月14日以前由杨超完成初稿（比我们知道Paper A早两个多月，或者更多的时间），这可以用3月14日的电子邮件为证（见当日电子邮件中附件yang06.tex，在这个文件的第一和第二行，我们明确标注：% begin on 2005.12.12；%first version is completed on 2006.03.13。其实，我们在所有文件中都有这个标注）。
3) 我们通过几轮的讨论，修改和完善，现在的稿件是在5月10日的修改稿上完成的，这可以用5月10日的电子邮件为证（见当日电子邮件中附件yang06_b1.tex）。以后的修改主要是在英文语句表达和图形表示上。
4) 2006年5月23日，我们是通过电子邮件收到Paper A，邀请评审（见附件，包括Paper A）。这说明我们完成Paper B 是在知道Paper A之前。当时，我们就发现Paper A 也独立得到强乘积图的边连通度与我们一样的结果。考虑到Paper B 不仅包含了Paper A 的结论，还包含了点连通度的结论，也还不知道Paper A 的证明是否正确，于是，我们将Paper B 于2006年5月25日投到《数学学报》。

现在，我们来解释两篇文章的证明为什么是一样的。

首先，我们说明一下，该文的主要结果是我们几年来研究工作的继续。2003年以来，我们研究了笛卡尔乘积图的连通度，并合作完成的一篇文章，发表在2006年的Discrete Math.[J.-M. Xu and C. Yang, Connectivity of Cartesian product graphs. Discrete Math., 306(1) (2006), 159-165] (该文的收到日期是2003年9月11日)。2004年12月10日，我的硕士生孙犁完成了"Connectivity of strong product graphs"研究文章，这篇发表在中国科学技术大学学报[36(3) (2006), 241-243] 上。2005年10月7日，杨超在本专业研究生讨论班上以"Connectivity and Edge-connectivity of Strong Product Graphs"为题报告了这个研究工作。

其次，我们说明一下用在该文证明中的主要思想是基于Paper C 的作者C. Balbuena 等人的方法。我们知道Paper C 是在2005年8月22日，被邀请评审这篇稿子的时候。当我们看到Paper C 时，就发现该文稿中提出的方法可以用来考虑强乘积图的连通度。如果研究Paper C 就会发现，那种方法用于解决强乘积图的连通度也是很自然的。我们不知道Paper A 的作者是否是Paper C 的评审人之一，Paper A 列出的参考文献中含有没有发表的文献，但没有包含Paper C。但Paper A 的证明思路主要是Paper C 的。我们在Paper B 中主要结论的证明中也采纳了Paper C 中思想方法，因此，证明是一样的，不为奇怪。

第三，我们说明为什么我们建议Paper A 发表。我们完成Paper A 的评审是在2006年6月17日(评审报告见附件)。在评审报告中指出引理3 是错误的。但我考虑到虽然该文得到与我们一样的结论，但是独立做出来的，不能因为我们做出来了，就拒绝发表该文。于是，我的最终意见是：如果作者考虑修改所有的错误，我可以建议该文在Discussiones Mathematicae Graph Theory 上发表。但没有告诉他们我们已经获得一样的结论，因为我认为这个结论是相互独立做出的。如果说出我们也做出了类似的结果，必定会影响Paper A 的接收和发表。我们完全有理由封杀Paper A，因为用在证明中的引理3是错误的。但我们没有这样做。

第四，我们说明Paper B 与Paper A 的不同点与相同点。事实上，当我们运用这个方法研究强乘积图的边连通度的时候，仍然遇到需要克服的困难，主要有两个障碍。障碍之一是引理3（在5月10日的修改稿中就有了，当时还没有看到Paper A）的证明。事实上，Paper B 中的引理3中结论比Paper A 中的引理3中结论更强一点，因为我们的条件弱一些。第二个障碍是主要定理证明中的情形3，我们的方法与Paper A 中方法不同。关于这一点，Paper B 的评审人在评审报告中也提到。至于分三种情形，是受Paper C 的启发，而且是很自然的事情，我们在此文的初稿就是这样分的（见3月14日杨超的电子邮件中的附件）。评审人提到Paper B 与Paper A 中的图1 是一样的，只要比较一下图形就

知道了。其实这是强乘积图结构示意图，即使是一样的，也不足为奇。

第五，至于我们在 Paper B 中没有提到 Paper A, 我认为，我是通过评审才知道 Paper A 的，评审人应该是保密的，不能在另外文章中提到被评审的文章，这是审稿常识。在这种思想指导下，我们在文章也没有提到 Paper C，因为 Paper C 也是我评审的，当时还没有被发表。更何况，Paper A 和 Paper B 是相互独立地做出来的工作。我们衷心感谢 Paper C 的作者 C. Balbuena, P. Garcia-Vazquez 和 X. Marcote，他们提出的杰出方法启发了我们的研究，并获得结果。不过，Paper B 如果接收发表，我会在参考文献加上 Paper A 和 Paper C 的。

4. 2006 年 11 月 15 日，贵刊对稿件 Paper B（稿号 B6300）做退稿处理，其理由如下：

1) Paper A 与 Paper B 的主要结果均类似；
2) Paper A 投稿日起为 2006-5-3, Paper B 投稿日期为 2006-5-25, Paper A 早于Paper B;
3) 你审查Paper A 的结论是建议 Discussiones Math. Graph Theory 接收 Paper A。
4) 退稿通知单：“不适合本刊, 请您另投它刊”。

5. 我们的意见：

1) Paper B 包含了 Paper A 中的主要结论，Paper A 的证明存在问题。
2) Paper B 和 Paper A 不是投到同一个杂志，不能简单地以投稿日期作为拒绝的理由，更何况，Paper B 的证明中现在错误，还有待于修改。
3) 我们断定 Paper A 的结论是正确的，是因为我们做出了这个结论。我建议 Paper A 发表是有条件的，正是看到结论是独立做出来的，也是处于保护作者的知识产权和利益。
4) 鉴于上述理由，“请您另投它刊”，这显然是不合适的。
5) 从以上可以看出，我们的文稿 Paper B 的完成与 Paper A 没有丝毫的联系。于是，如果该文证明无误，我们建议主编和相关编辑同志从实事求是观点，从保护作者的知识产权和利益的角度，重新考虑该文的发表。

我们盼望得到你们的答复，谢谢!

顺颂编安!

徐俊明，杨超

中国科学技术大学数学系

2006年12月3日

2006 年 12 月 6 日，我们收到《数学学报》稿件处理通知书 [B6300]：“Dear Prof. Jun-Ming Xu，The editorial board maintains the original decision. Thank you very much! Best regards. 2006-12-06, Acta Mathematica Sinica(数学学报) ”

在发去这篇申辩信的同时，我们附上一些必要的文件和我与杨超之间关于稿件讨论的通信邮件。《数学学报》编辑部无视我们的申辩。接到这封电子邮件，我们对《数学学报》彻底失望了。但这又能怨谁呢？不怨天不怨地，只能怨自己。

§4 后记

万般无奈，我们于 2007 年 3 月 30 日将此稿投到《中国科学技术大学学报》。此稿于 2007 年 3 月 30 日被接收，发表在《中国科学技术大学学报》第 38 卷第 5 期 (2008) 上，见参考文献 [11]。此文发表时，我们仍然没有提及 Brešar 和 Špacapan 的那篇文章，尽管我知道它发表了，但我没有看到正式文章，也不知道他们对我们的意见是怎么修改的。

杨超在读博期间，还先后解决了一些乘积图的连通度问题。如文献 [10]：对于两个连通的无向图 $G_1 \neq K_1$ 和 $G_2 \neq K_1$，它们的笛卡尔乘积的点连通度

$$\kappa(G_1 \Box G_2) = \min\{\kappa_1 v_2, \kappa_2 v_1, \delta_1 + \delta_2\}.$$

这个结果解决了 B. Liouville [5] 提出的猜想。

在文献 [13] 中完全确定了两个连通的无向图 $G_1 \neq K_1$ 和 $G_2 \neq K_1$ 的字典乘积图的点连通度和边连通度分别为

$$\kappa(G_1 \circ G_2) = \kappa_1 v_2$$

$$\lambda(G_1 \circ G_2) = \min\{\lambda_1 v_2^2, \delta_2 + \delta_1 v_2\}.$$

在文献 [12] 中完全确定了两个连通的有向图 G_1 和 G_2 的笛卡尔乘积图的点连通度和边连通度分别为，

$$\kappa(G_1 \Box G_2) = \min\{n_1\kappa_2, n_2\kappa_1, \delta_1^+ + \delta_2^+, \delta_1^- + \delta_2^-\},$$
$$\lambda(G_1 \Box G_2) = \min\{n_1\lambda_2, n_2\lambda_1, \delta_1^+ + \delta_2^+, \delta_1^- + \delta_2^-\}.$$

由于杨超的出色研究工作获得中国科学技术大学 2006 年研究生创新基金项目资助，2006 年度光华奖学金，2007 年度中国科学院院长奖。因此，也提前一年获得博士学位。

参考文献

[1] C. Balbuena, P. García-V azquez, X. Marcote, Reliability of interconnection networks modeled by a product of graphs. *Networks*, 48(3) (2006), 114-120.

[2] J. C. Bermond, C. Delorme, and G. Farhi, Large graphs with given degree and diameter II, *J. Combin. Theory*, Series B, 36 (1984), 32-48.

[3] Boštjan Brešar and Simon Špacapan, Edge-connectivity of strong products of graphs. *Discussiones Mathematicae Graph Theory*, 27(2) (2007) 333-343.

[4] W.-S. Chiue and B.-S. Shieh, On connectivity of the cartesian product of two graphs. *Applied Math. and Computation*, **102** (1999), 129-137.

[5] B. Liouville, Sur la connectivite des produits de graphes. *C. R. Acad. Sci., Paris*, Ser. A, **286** (1978), 363-365.

[6] G. Sabidussi, Graphs with given group and given graph theoretical properties. *Canadian J. of Math.*, **9** (1957), 515-525.

[7] 孙犁，徐俊明，Connectivity of strong product graphs. 中国科学技术大学学报, 36(3) (2006), 241-243.

[8] J.-M. Xu, Connectivity of cartesian product digraphs and fault-tolerant routings of generalized hypercube. *Applied Mathematics, a Journal of Chinese Universities*, **13B** (2) (1998), 179-187

[9] 徐俊明，杨超，Connectivity of Cartesian Product Graphs. *Discrete Mathematics*, 306(1) (2006), 159-165.

[10] 徐俊明，杨超，Connectivity and super-connectivity of Cartesian product graphs, Ars Combinatoria. Accepted on 2006-07-11.

[11] 杨超, 徐俊明, Connectivity and edge-connectivity of strong product graphs. 中国科学技术大学学报, 38 (5) (2008), 449-455.

[12] 杨超, 徐俊明，Reliability of interconnection networks modeled by cartesian product digraphs. *Networks*, Accepted 2007-08-27. Available online 25 January 2008. 2007－DOI 10.1002/net.

[13] 杨超，徐俊明，Connectivity of lexicographic product and direct product of graphs. *Ars Combinatoria*. Accepted on 2007-01-10.