第一章 半导体物理基础

§1-1 半导体物理中基本概念

§1-2 半导体材料特性

§1-3 半导体能带论

§1-4 平衡载流子和非平衡载流子

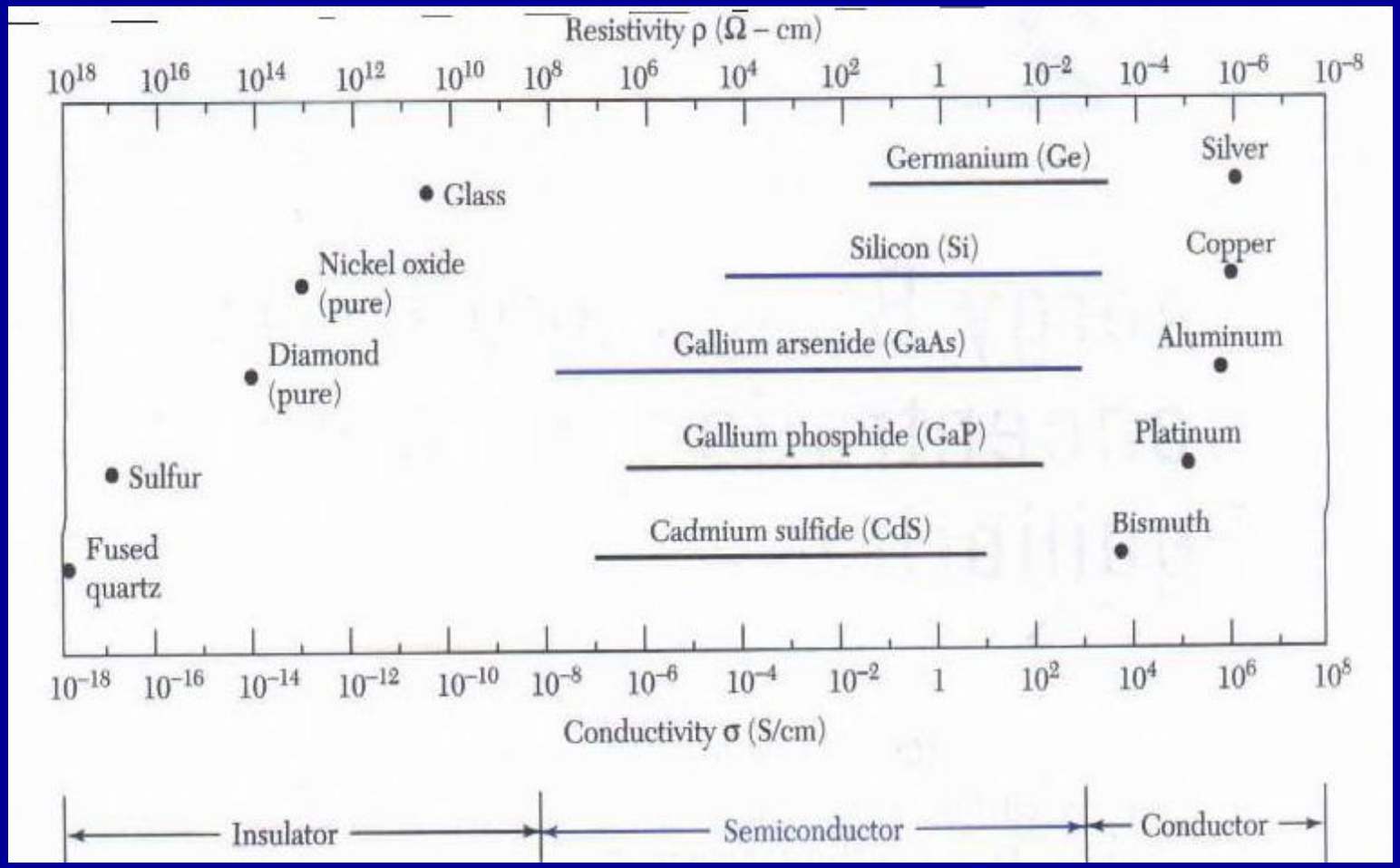
§1-5 载流子输运理论

§1-1 半导体物理中基本概念

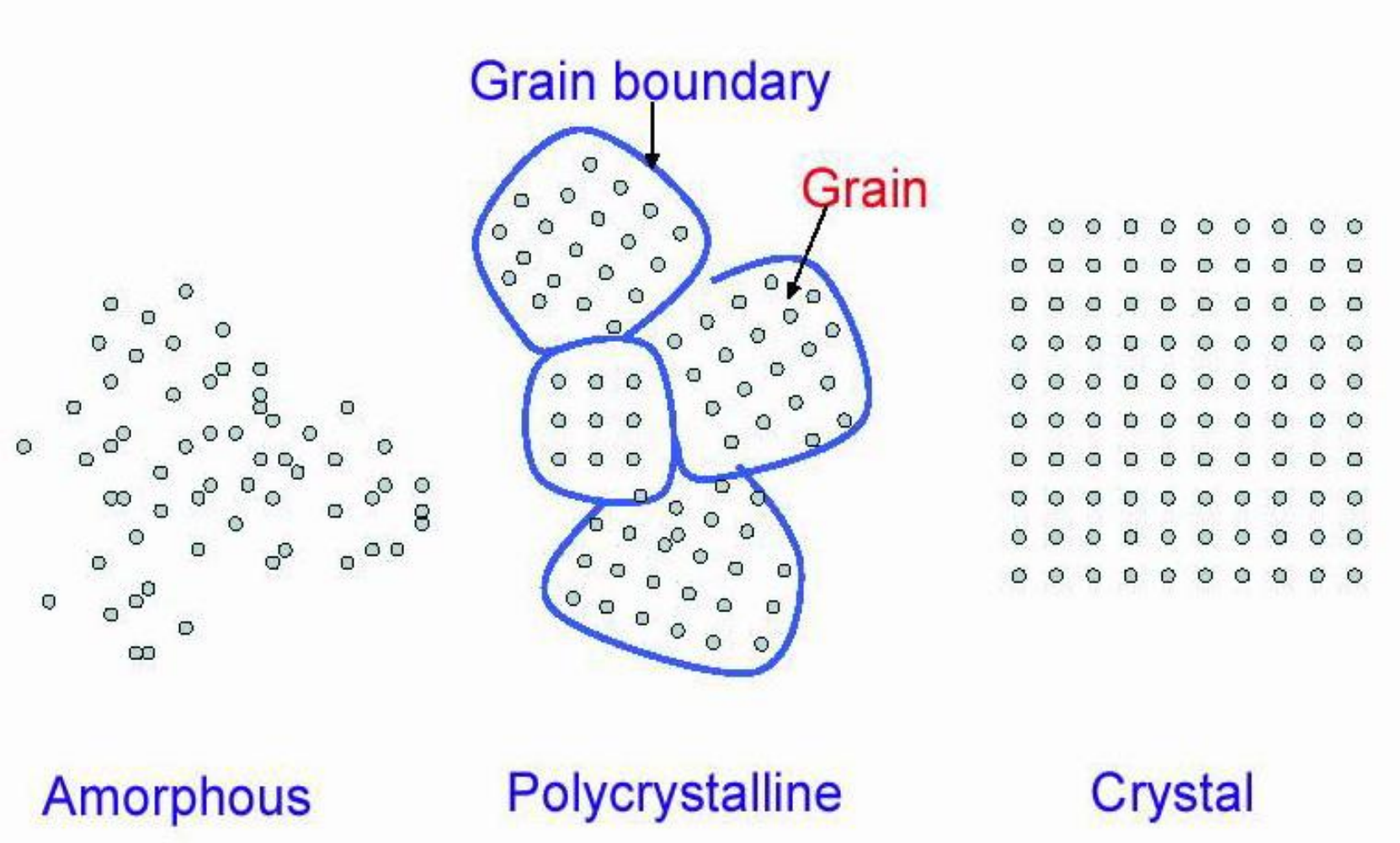
- 载流子：电子与空穴
- 有效质量
- 费米能级与准费米能级
- 热平衡态与非平衡态
- 本征与掺杂
- 施主与受主
- 散射与碰撞
- 漂移与扩散
- 稳态与非稳态

§1-2 半导体材料特性

- 晶格结构
- 密勒指数
- 载流子的概念
- 半导体器件理论基础


Resistivity ρ (Ω – cm)
10^18 10^16 10^14 10^12 10^10 10^8 10^6 10^4 10^2 1 10^-2 10^-4 10^-6 10^-8
Germanium (Ge)
Silver
Glass
Silicon (Si)
Copper
Nickel oxide (pure)
Gallium arsenide (GaAs)
Aluminum
Diamond (pure)
Gallium phosphide (GaP)
Platinum
Sulfur
Cadmium sulfide (CdS)
Bismuth
Fused quartz
10^-18 10^-16 10^-14 10^-12 10^-10 10^-8 10^-6 10^-4 10^-2 1 10^2 10^4 10^6 10^8
Conductivity σ (S/cm)
Insulator
Semiconductor
Conductor

固体结构

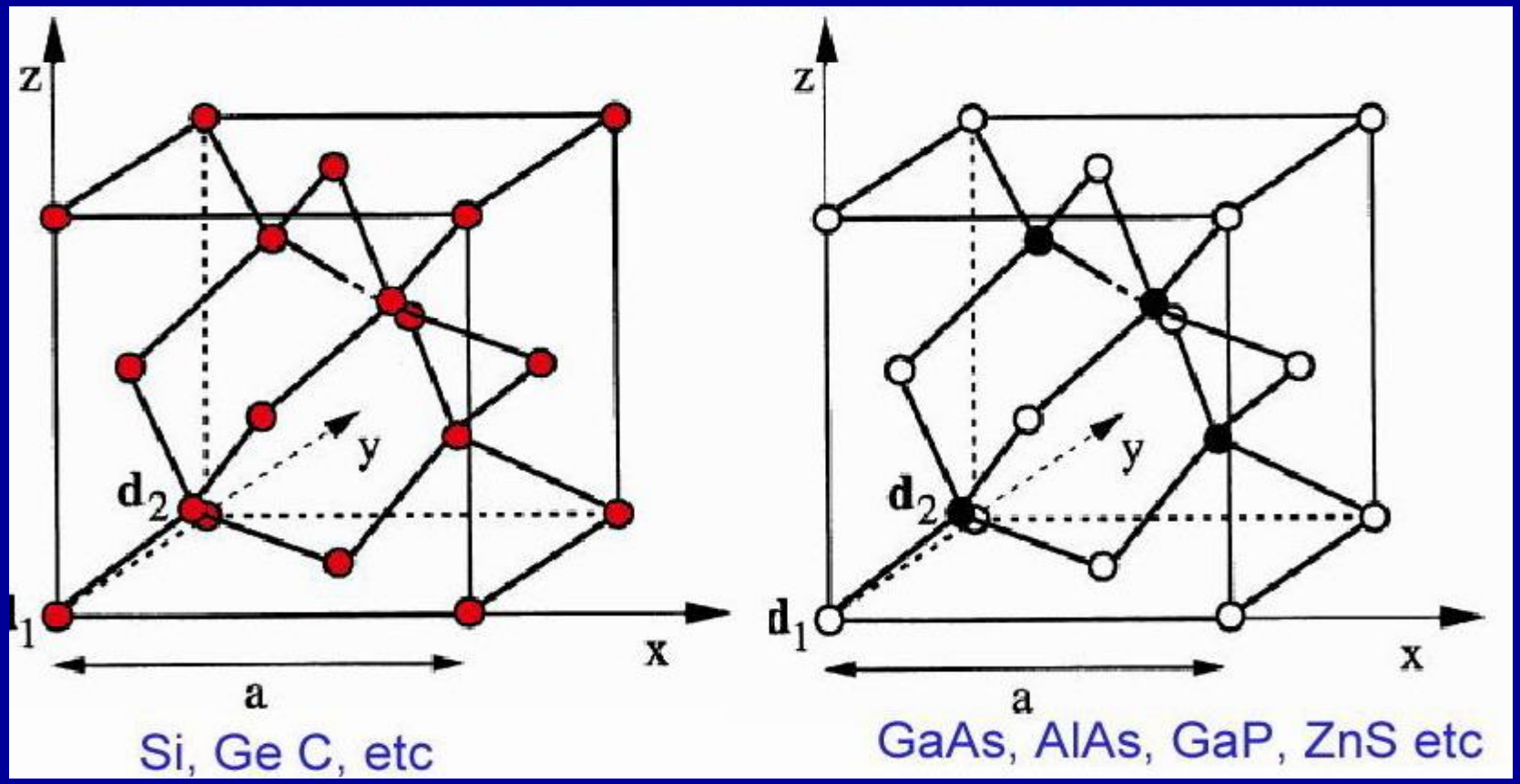


晶体结构

- 硅、锗等半导体都属于金刚石型结构。
- III-V族化合物（如砷化镓等）大多是属于闪锌矿型结构，与金刚石结构类似。
- 晶格常数是晶体的重要参数。
- a_{Ge}=0.5658nm,a_{Si}=0.5431nm
- 波矢k空间：倒格矢
- 布里渊区：第一布里渊区（又称简约BZ）

常用半导体材料的晶格结构

- Two intervening FCC cells offset by ¼ of the cubic diagonal from diamond structure and zincblende structure:



晶体的各向异性

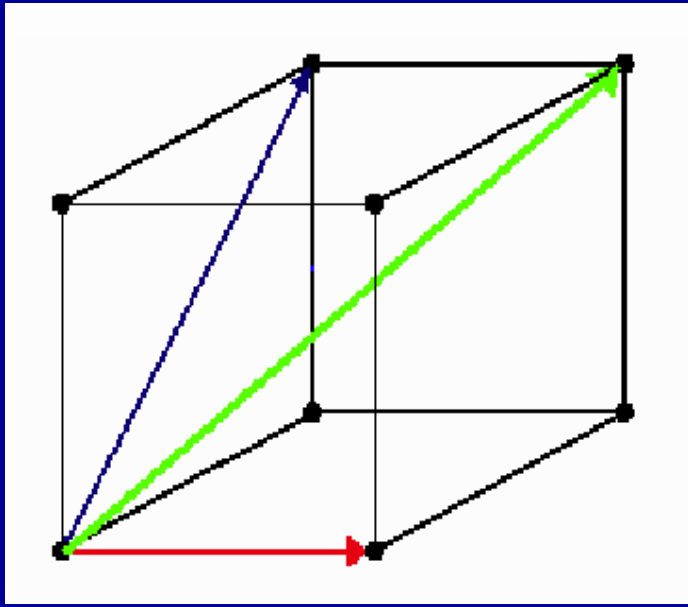
—沿晶体的不同方向，晶体的机械、物理特性也是不相同的，这种情况称为晶体的各向异性。用密勒指数表示晶面。

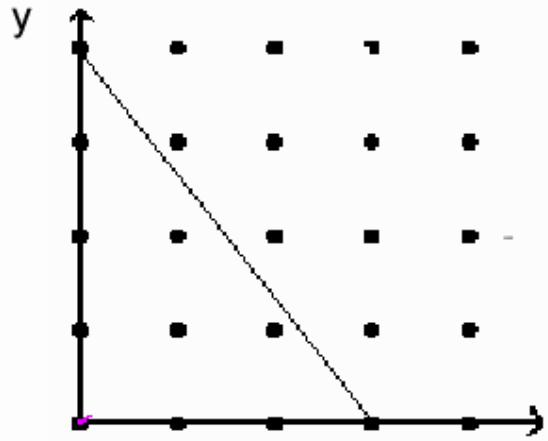
—密勒指数（Miller indices)：表示晶面

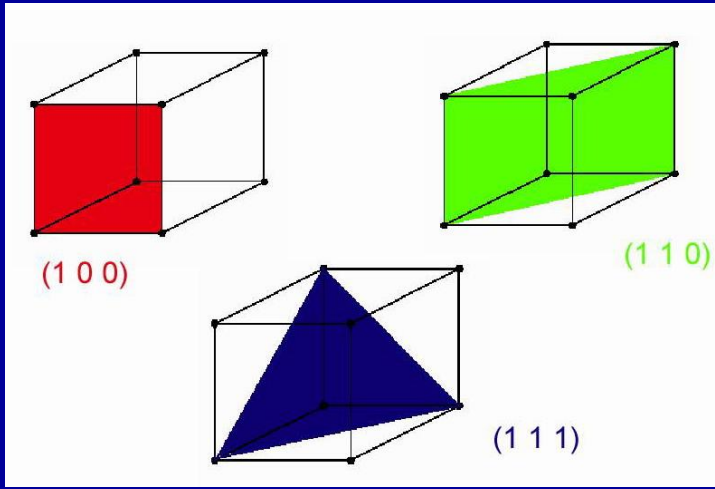
（1）确定某一平面在直角坐标系三个轴上的截点，并以晶格常数为单位测出相应的截距；

（2）取截距的倒数，然后约化为三个最小的整数，这就是密勒指数。

密勒指数

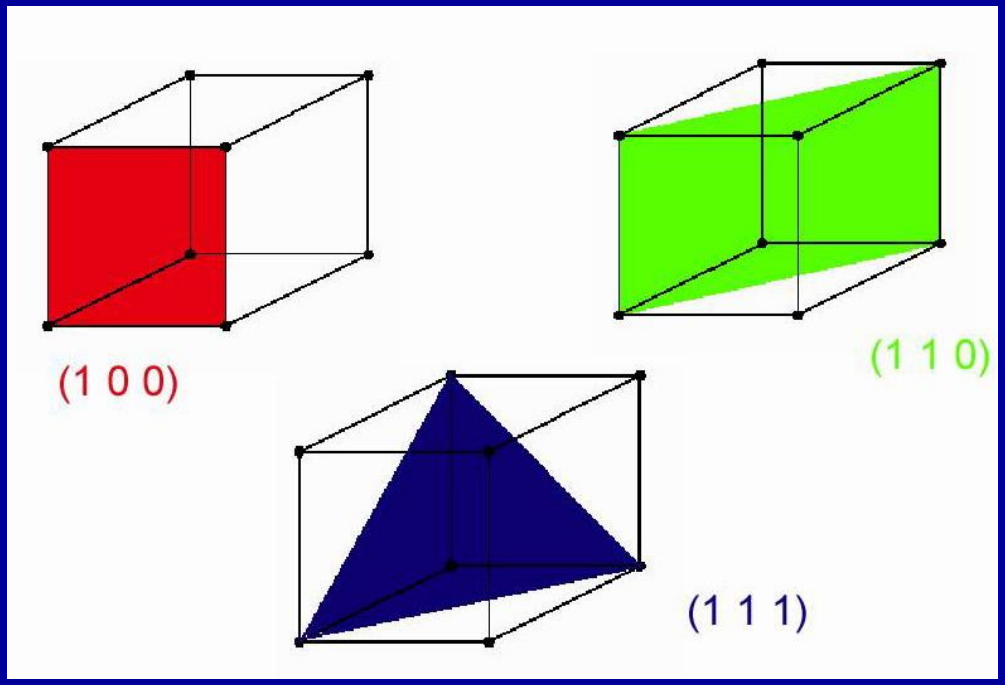






$$\left(\frac{1}{3}\quad\frac{1}{4}\right)$$

密勒指数[4 3]



晶面(100) 晶向[100] 截距[1∞ ∞]密勒指数[100]

晶面(110) 晶向[110] 截距[11 ∞]密勒指数[110]

晶面(111) 晶向[111] 截距[111]密勒指数[111]

密勒指数

- $(\bar{h}kl)$: For a plane that intercepts the x-axis on the negative side of the origin.$(\bar{1}00)$

- **{*hkl*}**: For planes of equivalent symmetry. $(100)(010)(001)(\bar{1}00)(0\bar{1}0)(00\bar{1})$

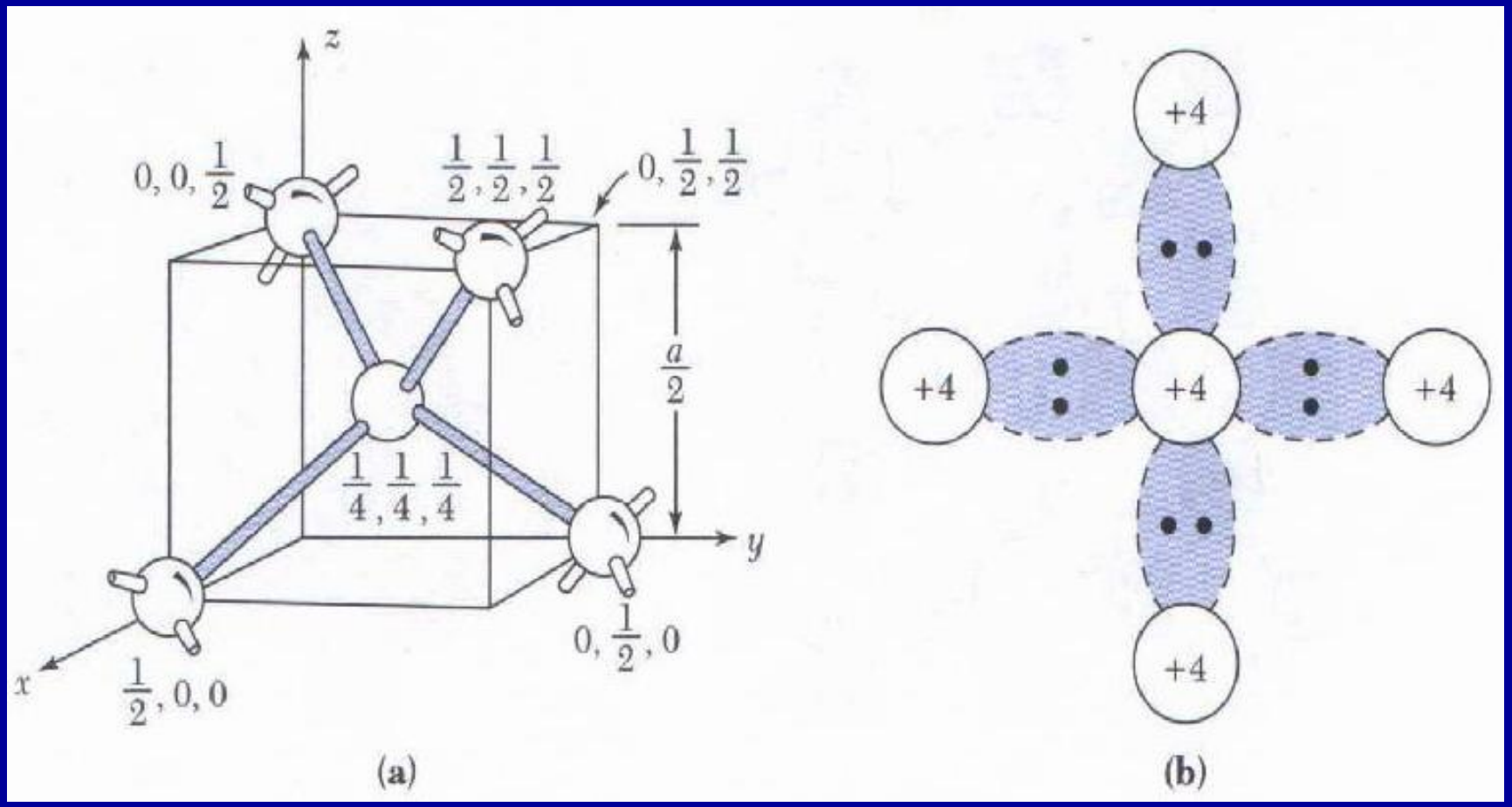
- [*hkl*]: For a crystal direction

- <*hkl*>: For a full set of equivalent directions. $[100][010][001]\ [\bar{1}00][0\bar{1}0][00\bar{1}][\bar{1}00]$

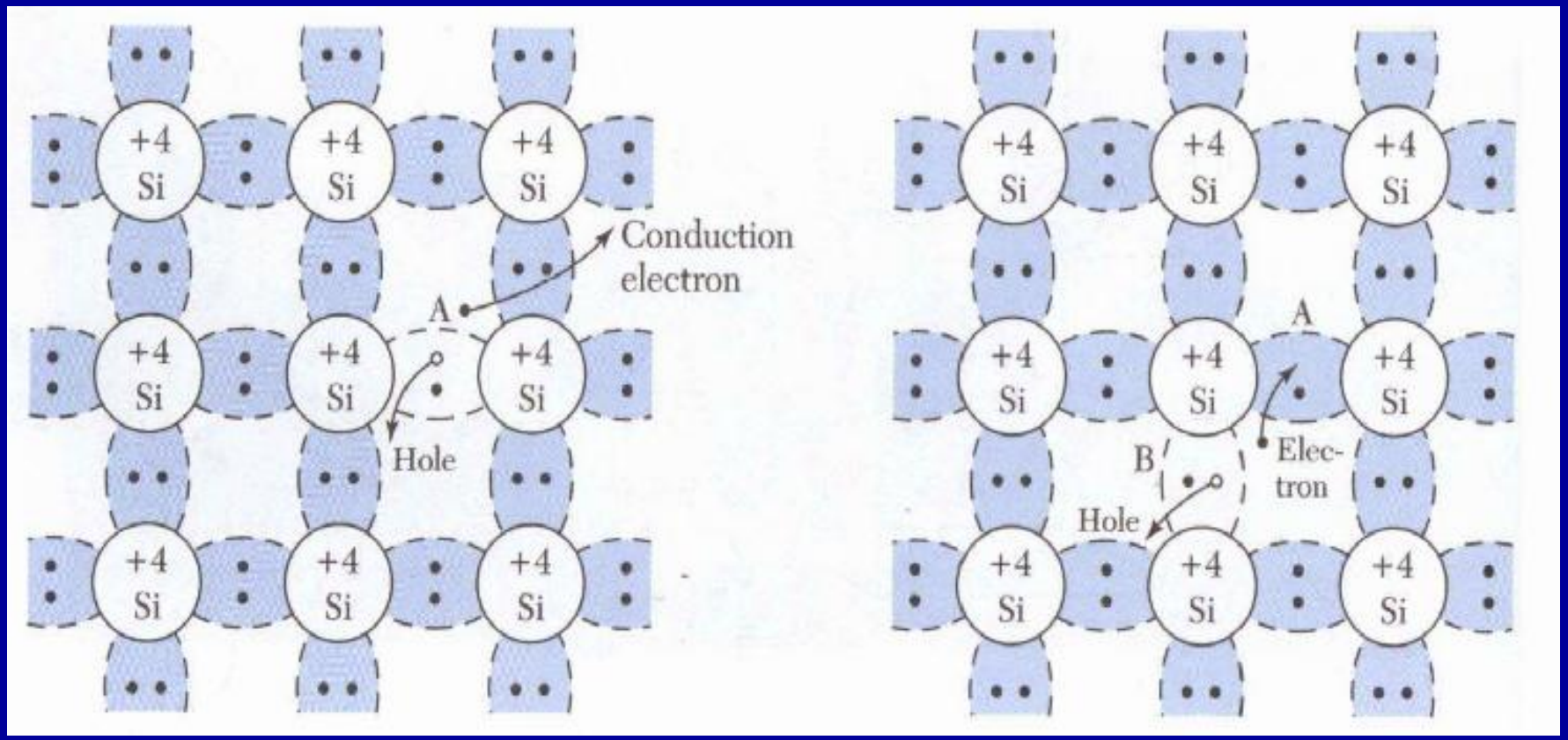
价键

- 每个原子有4个最近邻原子以共价键结合，低温时电子被束缚在各自的正四面体晶格内，不参与导电。高温时，热振动使共价键破裂，每打破一个键，就得到一个自由电子，留下一个空穴，即产生一个电子空穴对。

单晶硅



半导体载流子：电子和空穴



§1-3 半导体能带论

- 能带的概念
- 有效质量的概念
- 载流子的概念
- 多能谷半导体
- 态密度

能带的概念

- 电子的共有化运动
- 能带的概念
- 导体、半导体、绝缘体的能带
- 直接带隙半导体：电子从价带向导带跃迁不需要改变晶体动量的半导体，如**GaAs**。
- 间接带隙半导体：电子从价带向导带跃迁要改变晶体动量的半导体，如**Si**。

单电子近似

- 单电子近似解法

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2}+V(x)\psi(x)=E\psi(x)$$

- 解为Bloch函数:

$$\psi_k(x)=u_k(x)e^{i2\pi kx}$$

$$u_k(x)=u_k(x+na)$$

- 晶体是由大量的原子结合而成的，因此各个原子的电子轨道将有不同程度的交叠。电子不再局限于某个原子，而可能转移到其他原子上去，使电子可能在整个晶体中运动。晶体中电子的这种运动称为电子的共有化。由于晶格是势场的周期性函数，我们有

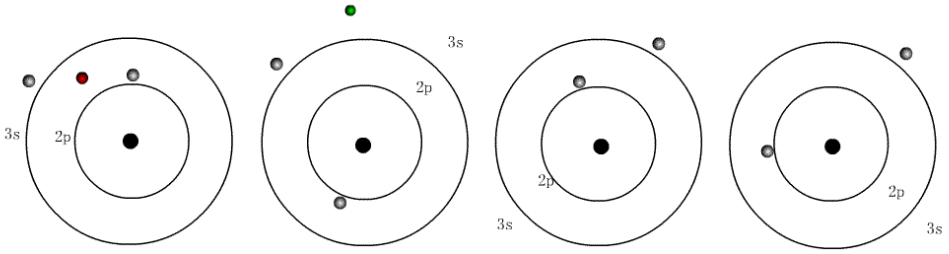
$$V(x) = V(x + sa)$$

式中V（x）为周期性势场，s为整数，a为晶格常数。

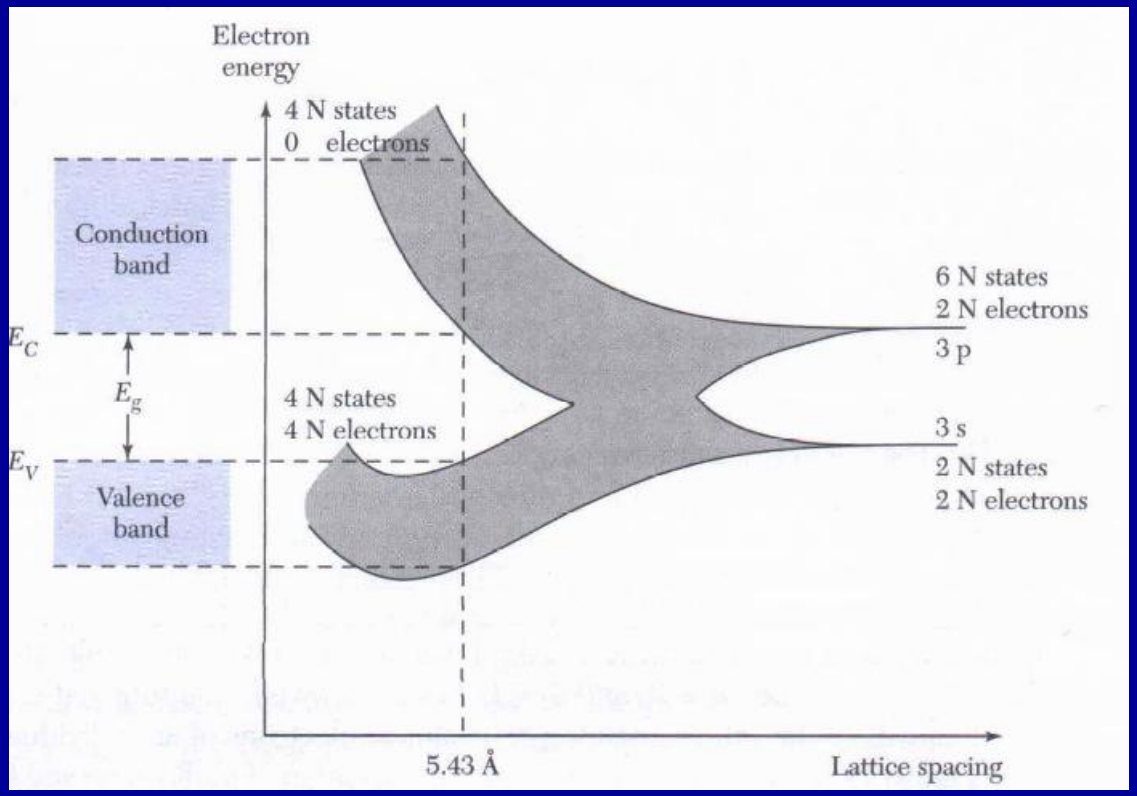
- 势场的周期与晶格周期相同。晶体中的电子在周期性势场中运动的波函数其振幅随x作周期性变化，其变化周期与晶格周期相同，这反映了电子不再局限于某个原子，而是以一个被调幅的平面波在晶体中传播。

基本方程为薛定谔方程：

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

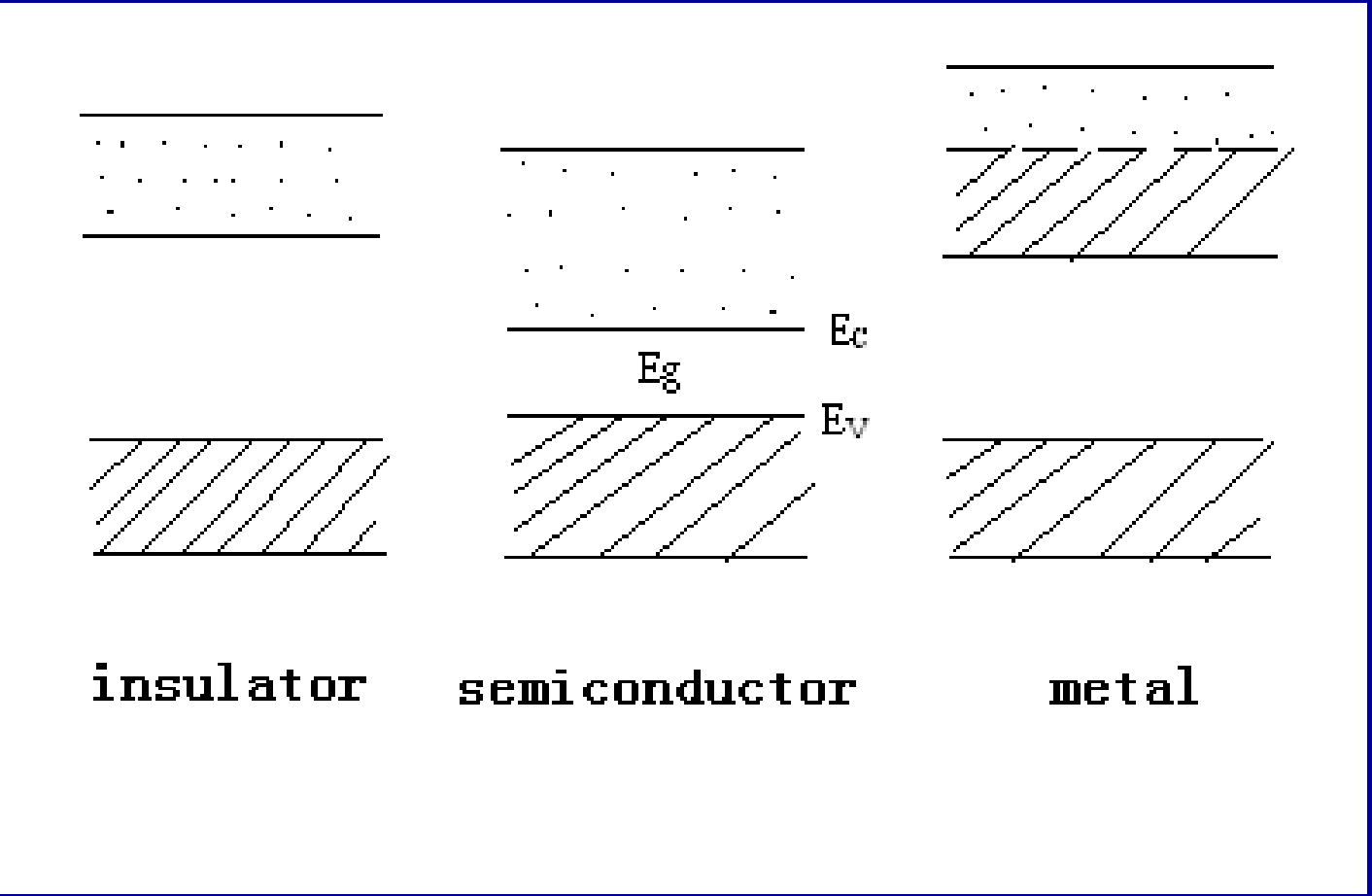


电子由一个原子转移到相邻的原子去,因而电子将可以在整个晶体中运动。



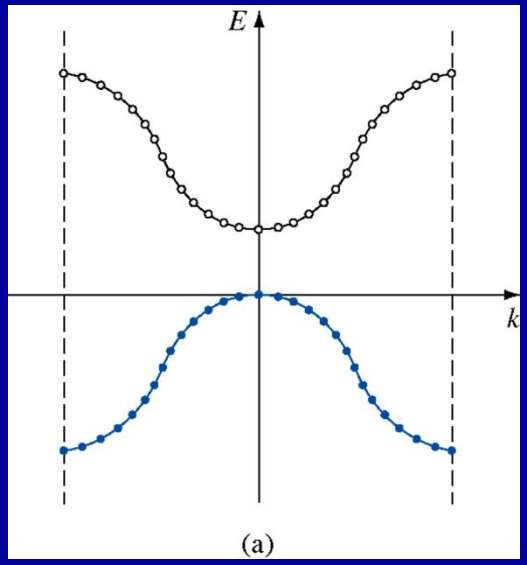
固体的量子理论认为，当原子凝聚成固体时，由于原子间的相互作用，相应于孤立原子的每个能级加宽成间隔极小（准连续）的分立能级所组成的能带，能带之间隔着宽的禁带。能带之间的间隔不允许电子具有的能量。金刚石结构的晶体形成的能带图如下。n个原子组成晶体，原子间相互作用，n重简并能级分裂，n个连续的分离但挨的很近的能级形成能带。

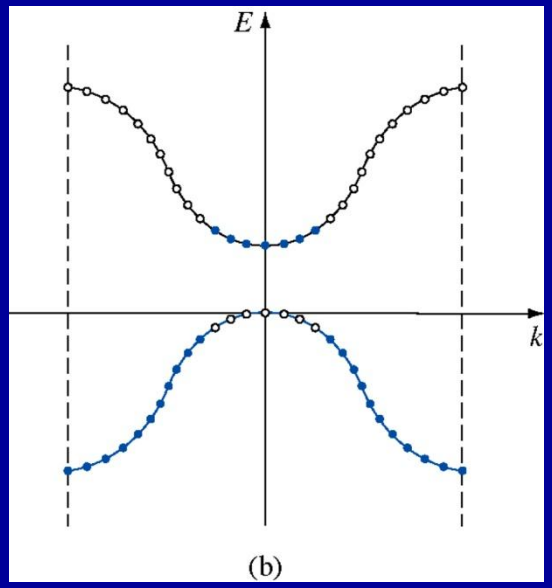
不同材料的能带图



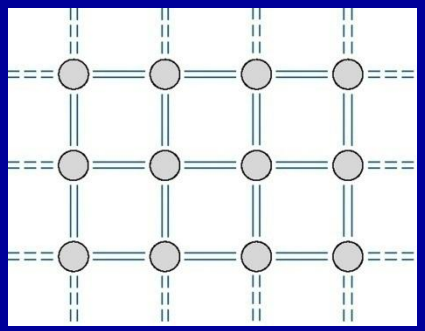
(a)绝缘体　　(b)半导体　　(c)导体

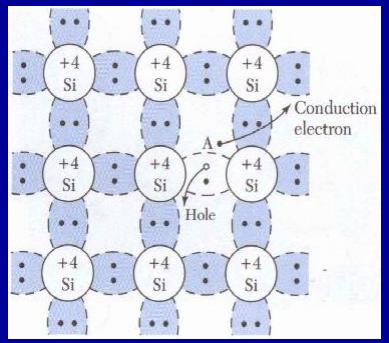
绝对零度和室温情况下的能带图





绝对零度和室温时，半导体中的情况





能带温度效应

实验结果表明，大多数半导体的禁带宽度随温度的升高而减小，禁带宽度与温度的关系有下面经验公式：

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T+\beta}, \quad \frac{dE_g(T)}{dT} < 0$$

$$\boxed{E_g(T) = 0.74 - \frac{(4.77\times10^{-4})T^2}{(T+235)}}$$ Ge

$$E_g(T) = 1.17 - \frac{(4.73\times10^{-4})T^2}{(T+636)}$$ Si

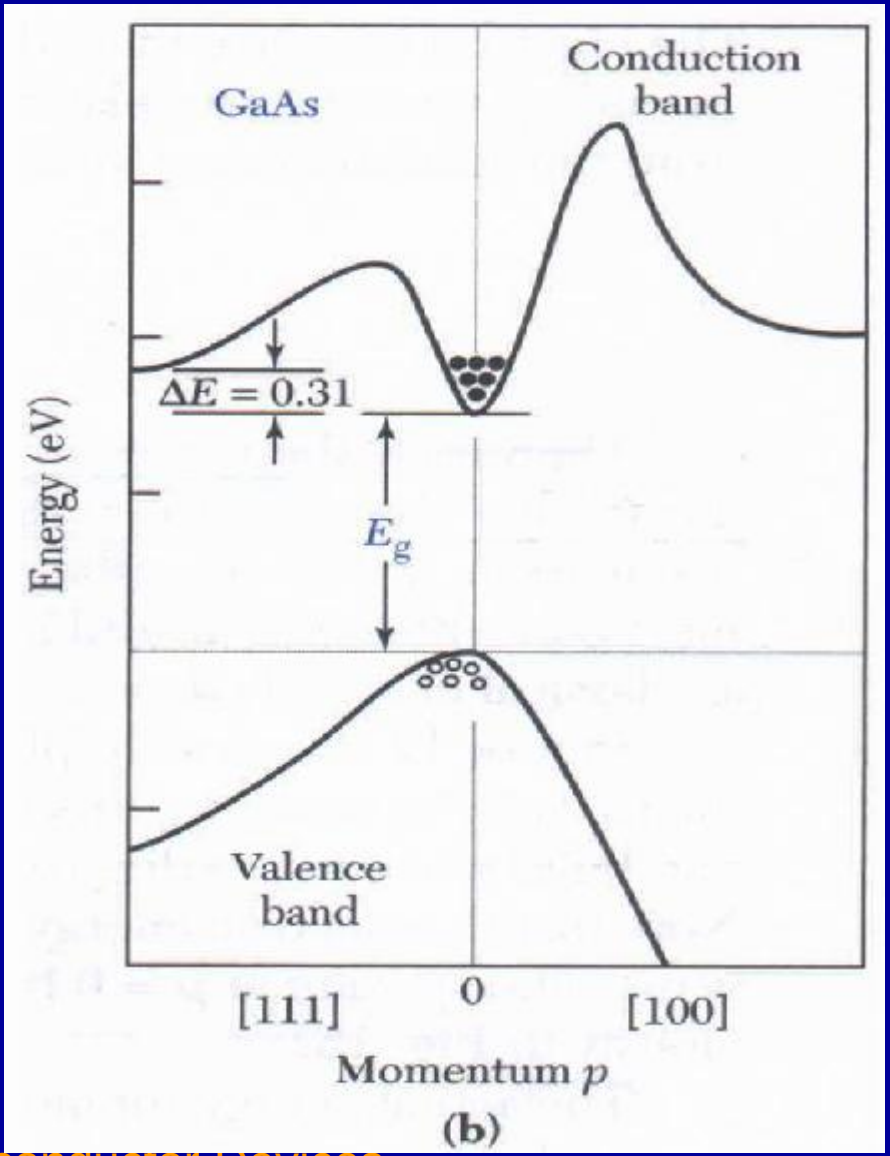
$$E_g(T) = 1.52 - \frac{(5.4\times10^{-4})T^2}{(T+204)}$$ GaAs

直接带隙半导体

Direct Semiconductor

例如：

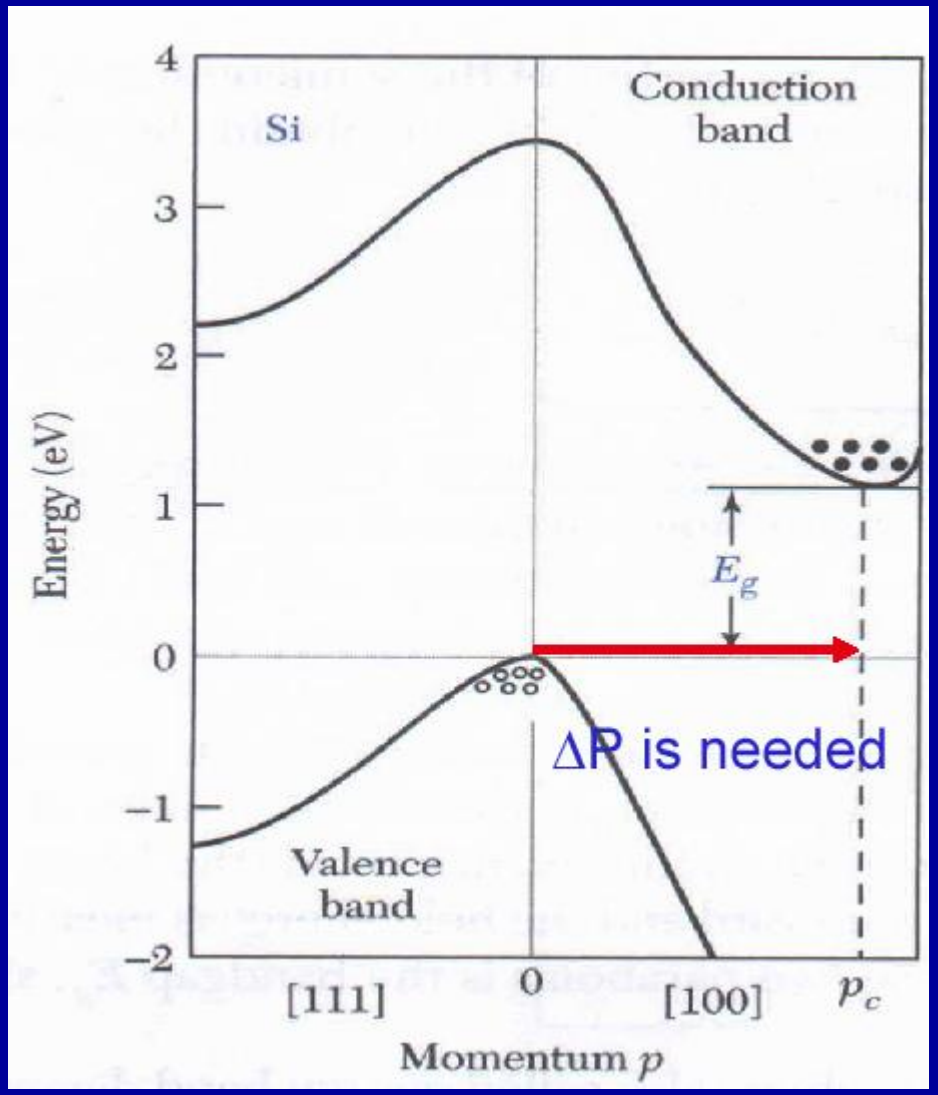
GaAs, InP, GaN, ZnO.



间接带隙半导体

Indirect Semiconductor:

例如:
Ge, Si.



有效质量的概念

- 晶体中电子行径与自由电子在导带底和价带顶附近非常相似。
- 可以证明，对于一般输运过程中，可以把电子看成具有动量p=ħk,能量 $E=\frac{p^2}{2m_n}$ 的有效带电粒子，其中m_n为有效质量。

$$E=\frac{\overline{P}^2}{2m_n},m_n=[\frac{d^2E}{d^2p}]^{-1}$$

★ 有效质量的引入

- 对半导体而言,重要的是导带底和价带顶附近的电子状态.
- 一维情况下,导带底、价带顶的E~k关系为抛物线近似

$$E(k)=E(0)+\left(\frac{dE}{dk}\right)_{k=0}k+\frac{1}{2}\left(\frac{d^2E}{dk^2}\right)_{k=0}k^2+\ldots$$

$$E(k)-E(0)=\frac{\hbar^2k^2}{2m_n^*}$$

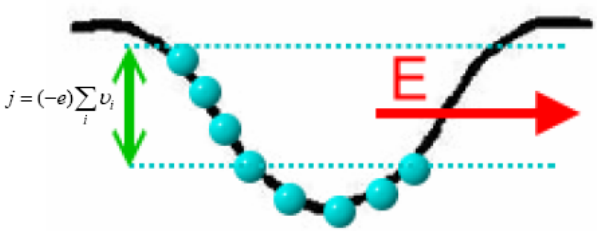
$$\frac{1}{m_n^*}=\frac{1}{\hbar^2}\left(\frac{d^2E}{dk^2}\right)_{k=0}$$

m_n^*--能带极值附近的电子有效质量.

Electron Effective Mass

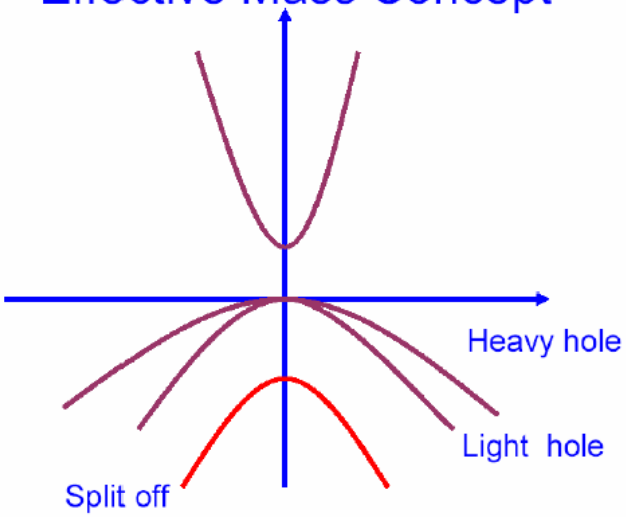
Concept of electrons

Applied external forces



$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n}, \Rightarrow \frac{\partial^2 E}{\partial k^2} = \frac{\hbar^2}{m_n}, \Rightarrow \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 E}{\partial k^2} = \frac{1}{m_n}$$

Effective Mass Concept



13

★ 电子的速度和加速度

- 根据量子力学，电子的运动可以看作波包的运动，波包的群速就是电子运动的平均速度（波包中心的运动速度）。
- 设波包有许多角频率ω相近的波组成，则波包的群速为：

$$\vec{v} = \frac{d\omega}{dk}$$

- 根据波粒二象性，角频率ω(频率为ν)的波，其粒子的能量为ħω (hν)，所以

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar}\frac{dE}{dk}$$

- **速度-在准经典近似下，电子的速度即为波包中心的运动速度(群速度).**

$$\vec{v} = \frac{1}{\hbar}(\nabla_{\vec{k}} E)$$

- 加速度-在外力(例如电场力)作用下,电子的运动状态发生变化

$$\mathrm{dE} = fds = fvdt$$

$$\mathrm{dE} = \frac{f}{\hbar}\frac{dE}{dk}dt$$

$$f = \hbar\frac{dk}{dt} = \frac{d(\hbar k)}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar}\frac{d}{dt}\left(\frac{dE}{dk}\right) = \frac{1}{\hbar}\frac{d^2E}{dk^2}\frac{dk}{dt}$$

即

$$a = \frac{f}{m_n^*}$$

- ħk-晶体中电子的准动量.

★ 关于有效质量的几点说明

① 有效质量概括了半导体中内部势场的作用.引入有效质量后,带顶、带底的电子运动状态可以表达为类似自由电子的形式。

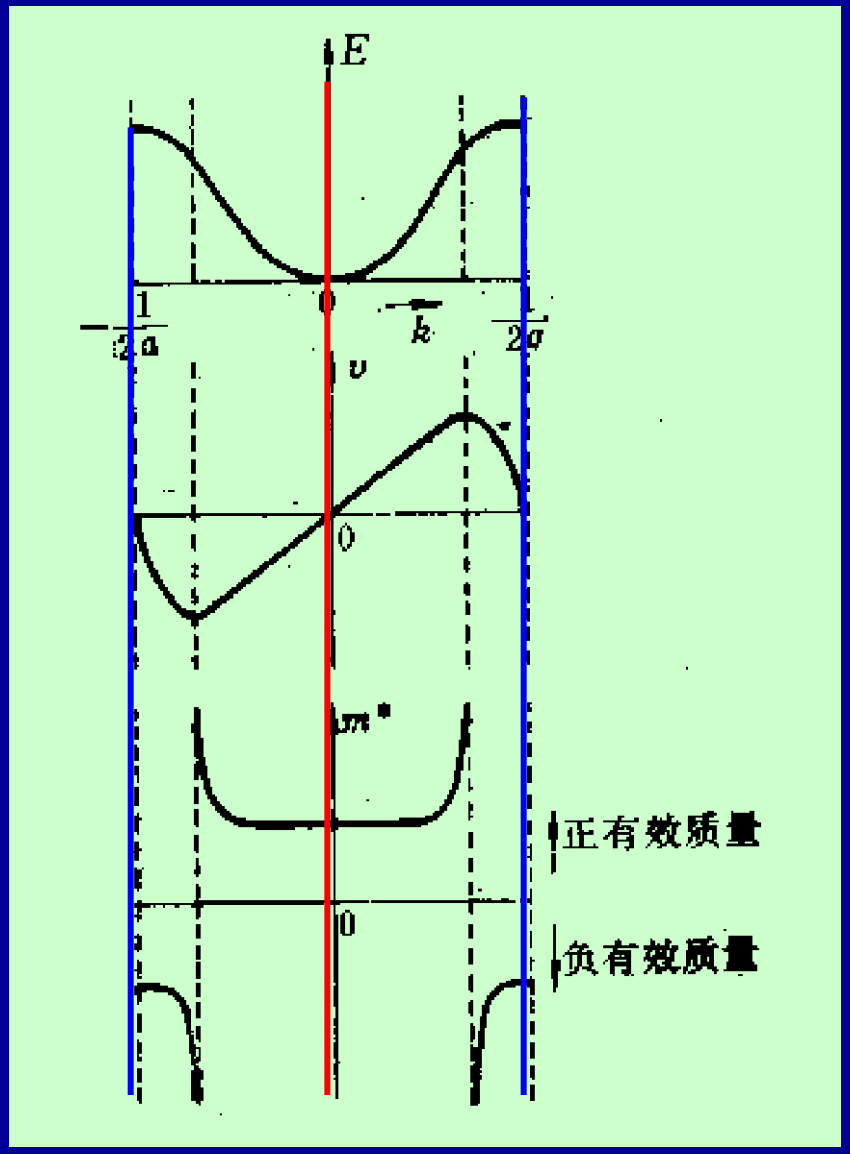
② 有效质量可以通过实验直接测得。

③ 由有效质量看内部势场:

♦ 有效质量的大小—与共有化运动的强弱有关,反映了晶体中的势场对电子束缚作用的大小.(能带极值处有不同的曲率半径)

能带越窄，二次微商越小，有效质量越大（内层电子的有效质量大）；能带越宽，二次微商越大；有效质量越小（外层电子的有效质量小）。

♦ 有效质量的正负—与位置有关,反映了概括内部周期势场的内部作用后的有效质量。



E, v, m*~ k

带底,带顶 附近:

(一维情况)

- 能量—在带底,带顶附近,E~k为抛物线关系.有效质量为定值
- 有效质量—

  导带底有效质量>0

  价带顶有效质量<0
- 速度—在带底,带顶附近,其数值正比于k.

★倒有效质量张量

- 当认为半导体各向同性 (E~k关系各向同性), 则有效质量是常数.
- 一般情况下, E~k关系不是各向同性, 但半导体具有对称性, 即倒有效质量张量是对称张量. 选择适当的坐标系, 可以使该张量在k空间给定的点对角化.

$$m_\alpha^* = \hbar^2 \left(\frac{\partial^2 E}{\partial k_\alpha^2}\right)^{-1} \qquad (\alpha = x, y, z)$$

★半导体的导电机构--空穴

- 部分填充的能带(导带中有电子, 价带中有空态)才对电导有贡献
- 在外电场作用下,价带中所有价电子运动的效果等价于少量假想粒子(即空穴)的运动效果.
- 讨论半导体中的导电问题—

  导带电子导电；价带空穴导电.

- 空穴特点

设价带顶附近, k_1 处有一空状态,

① 电荷: 空穴带正电荷, 在外电场下产生电流为 $j = ev(k1)$ [等价于价带中所有其他价电子产生的电流]

②有效质量:

空穴具有正有效质量 $m^*_p = -m^*_n$

具有准动量 $p = -\hbar k$

③ 能量：价带顶的空穴能量最低,偏离价带顶,空穴能量增加.

导带底附近电子的能量

$$E(k)= E_c+ \hbar^2k^2/2m^*_n \quad (m^*_n > 0)$$

价带顶附近电子的能量

$$E(k)= E_v+ \hbar^2k^2/2m^*_n \quad (m^*_n < 0)$$

或

$$E(k)= E_v - \hbar^2k^2/2m^*_p \quad (m^*_p > 0)$$

- 在外电场作用下,价带中所有价电子运动的效果等价于少量假想粒子(空穴)的运动效果. --空穴概念的引入,使我们对价带的讨论大为简化
- 半导体中导带电子,价带空穴均可导电—两种载流子导电.
- 对本征半导体而言,导带电子数与价带空穴数是相同的.

	m_n^*/m_0	m_p^*/m_0
Si	0.23	0.12
Ge	0.03	0.08
GaAs	0.07	0.09

多能谷半导体

- 许多重要的半导体不只有一个导带极小值，而是有若干个位于k空间不同点的极小值。
- 电子转移效应

在强电场下获得足够高的能量时，电子可以由低能谷向次能谷转移的效应。

态密度的概念

- 空间允许载流子占据的能态密度。

$$N(E) = 4\pi[\frac{2m_n^*}{h^2}]^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}$$

- 载流子（电子或空穴）占据某个能级（量子态）的几率满足费米分布。

$$F(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{k_B T}}}$$

- 费米能级E_F的定义。

§1.4 平衡载流子与非平衡载流子

1、热平衡态载流子浓度统计分布

- 有效态密度
- 本征半导体
- 杂质半导体

有效态密度

- 有效态密度
- 导带底有效态密度和价带顶有效态密度

$$N_C = \frac{2(2\pi m_n^* kT)^{3/2}}{h^3} = 4.82\times10^{15} T^{3/2} (\frac{m_n^*}{m_0})^{3/2}$$

$$N_V = \frac{2(2\pi m_p^* kT)^{3/2}}{h^3} = 4.82\times10^{15} T^{3/2} (\frac{m_p^*}{m_0})^{3/2}$$

- 自由电子和自由空穴密度的表达式

表1-1 Si、Ge、GaAs的载流子有效质量、有效状态密度及禁带宽度（300K）

	m_n^*/m_0	m_p^*/m_0	$N_C(cm^{-3})$	$N_V(cm^{-3})$	$E_g(eV)$
Si	0.23	0.12	2.8×10^{19}	1.0×10^{19}	1.12
Ge	0.03	0.08	1.0×10^{18}	6.0×10^{18}	0.67
GaAs	0.07	0.09	4.7×10^{18}	7.0×10^{18}	1.43

本征半导体

- 本征半导体即没有杂质和缺陷的半导体,当T>0K时,出现本征激发,电子和空穴成对产生,即n=p
- 本征费米能级

$$E_i = E_F = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_V}{N_C} = \frac{E_C + E_V}{2} + \frac{3kT}{4}\ln\frac{m_p}{m_n}$$

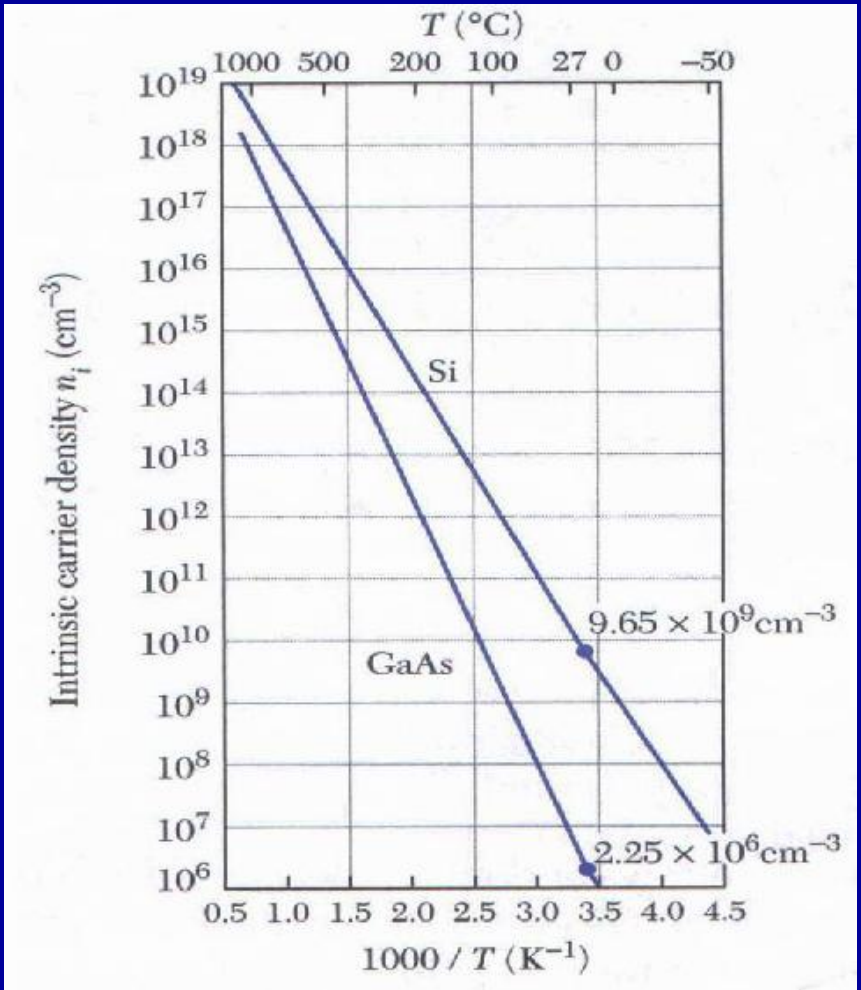
- 质量作用定律

$$np = (N_C N_V)e^{-E_g/kT} = n_i^2$$

$$n_i = \sqrt{N_C N_V}\, e^{-E_g/2kT}$$

本征载流子浓度

Si、GaAs本征载流子浓度与温度的关系



讨论

- 在一定温度下，一定的半导体，np的乘积是确定的，与掺杂多少、费米能级位置无关。且n_i随温度上升而指数增加。
- 半导体的禁带宽度越大，本征载流子浓度越小。
- **室温下，**

Si的 $n_i = 1.0 \times 10^{10} cm^{-3}$,

GaAs的 $n_i = 1.79 \times 10^{6} cm^{-3}$

杂质半导体

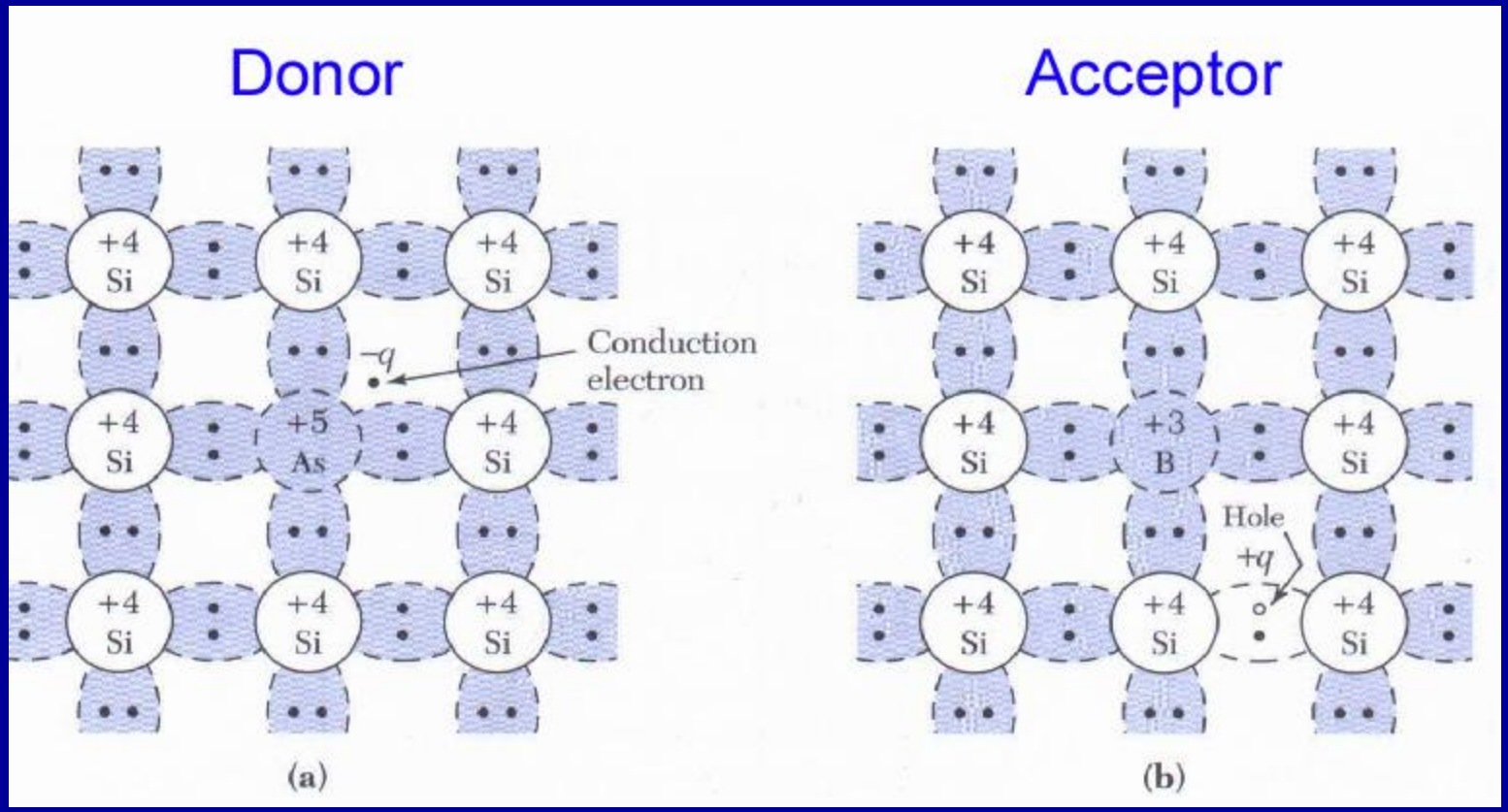
- 杂质半导体，又称为非本征半导体，即有杂质的半导体。(注意杂质与缺陷的区别)
- 施主与受主

施主杂质：磷、砷、锑

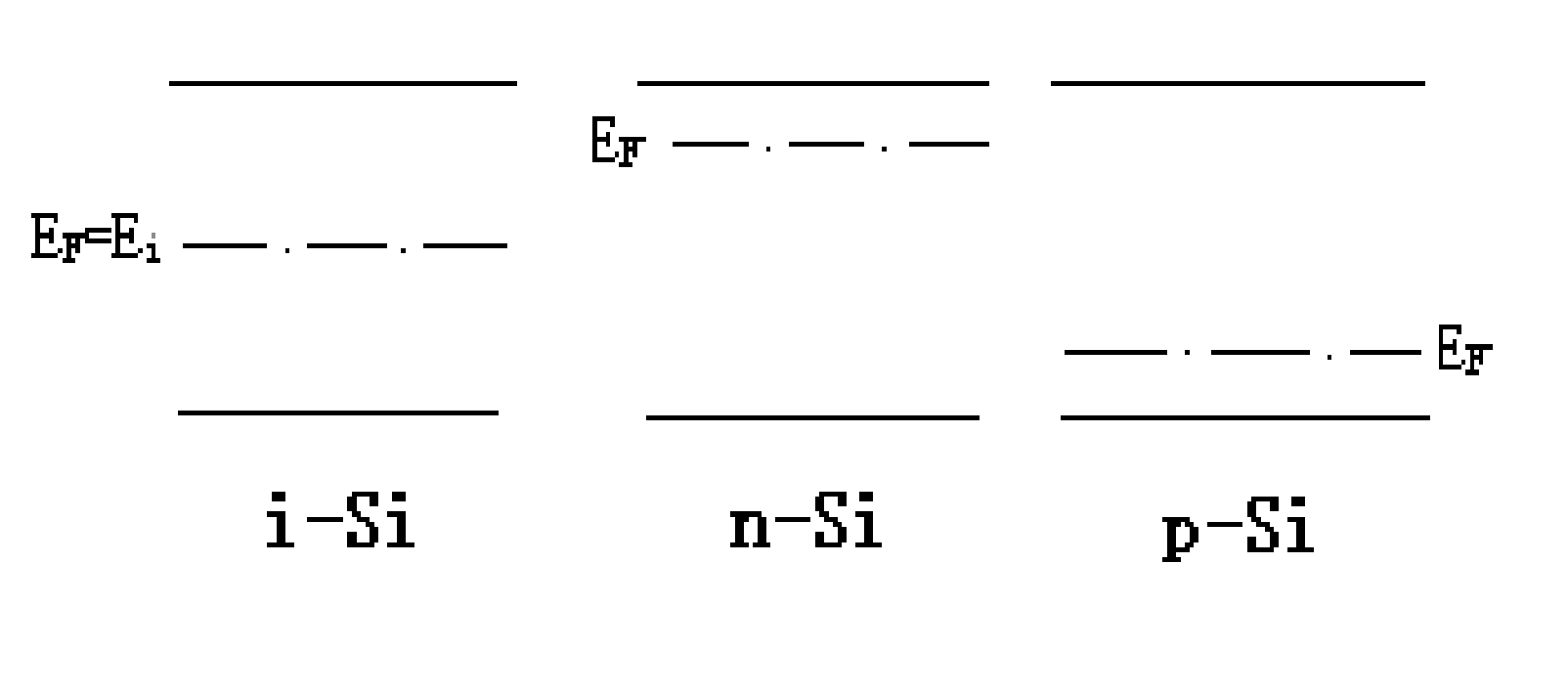
受主杂质：硼、铝、镓

- 杂质半导体多子、少子浓度的计算公式
- 杂质半导体的能带图
- 补偿半导体

施主与受主



杂质半导体能带图



n-Si: 掺杂浓度越高，E_F便越高

p-Si:掺杂浓度越高，E_F便越低

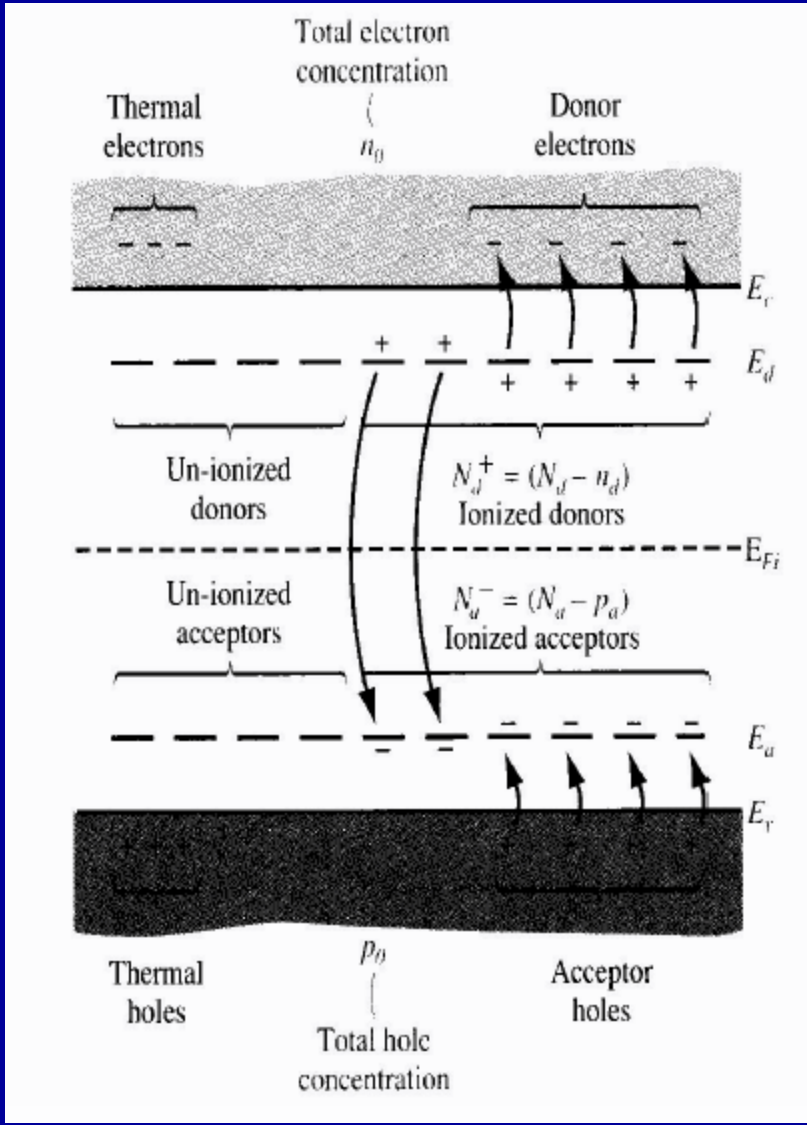
电荷守恒定律

$$n_0 + N_a^- = p_0 + N_d^+$$

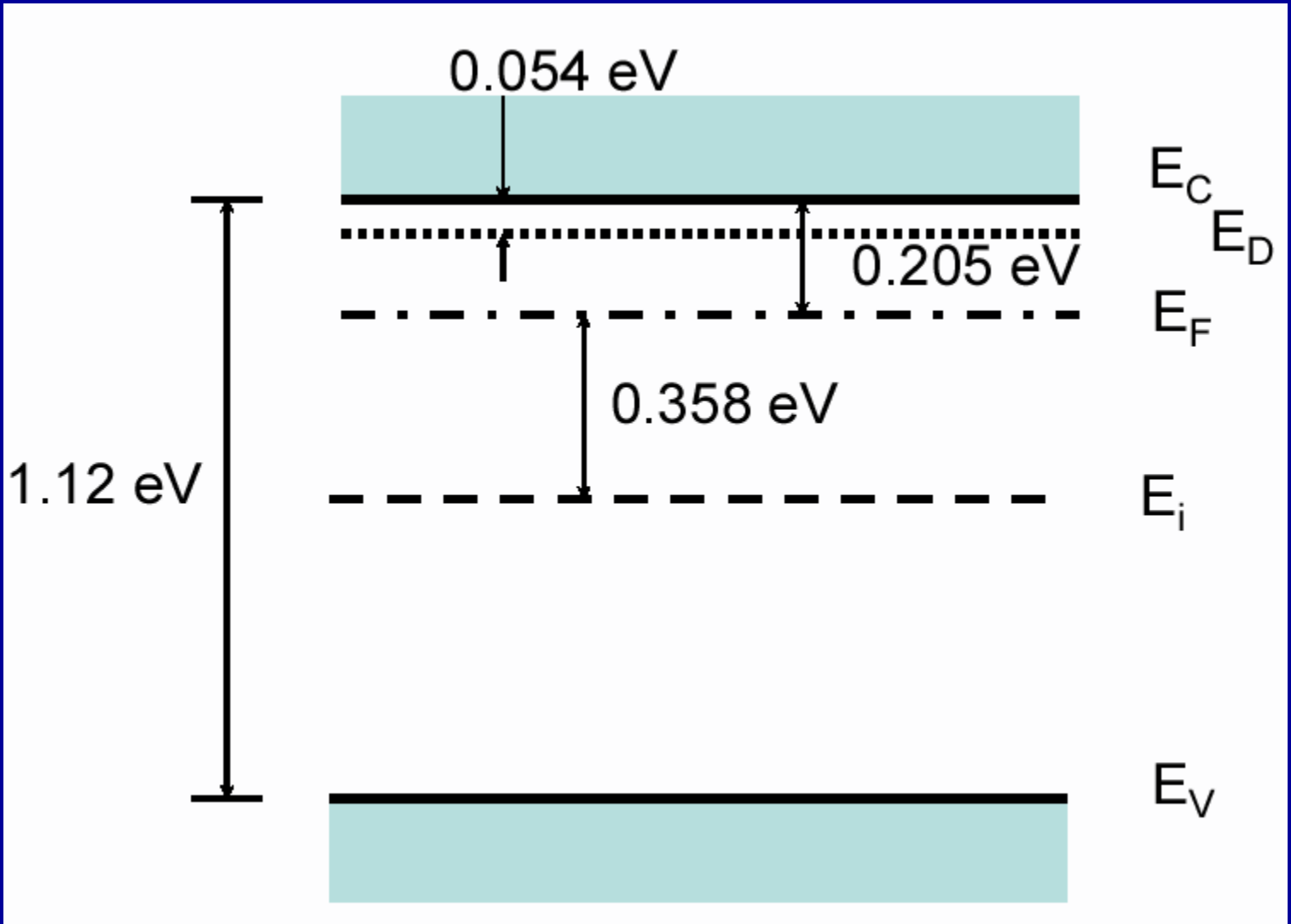
$$n_0 + N_a = \frac{n_i^2}{n_0} + N_d$$

近似认为杂质全部电离

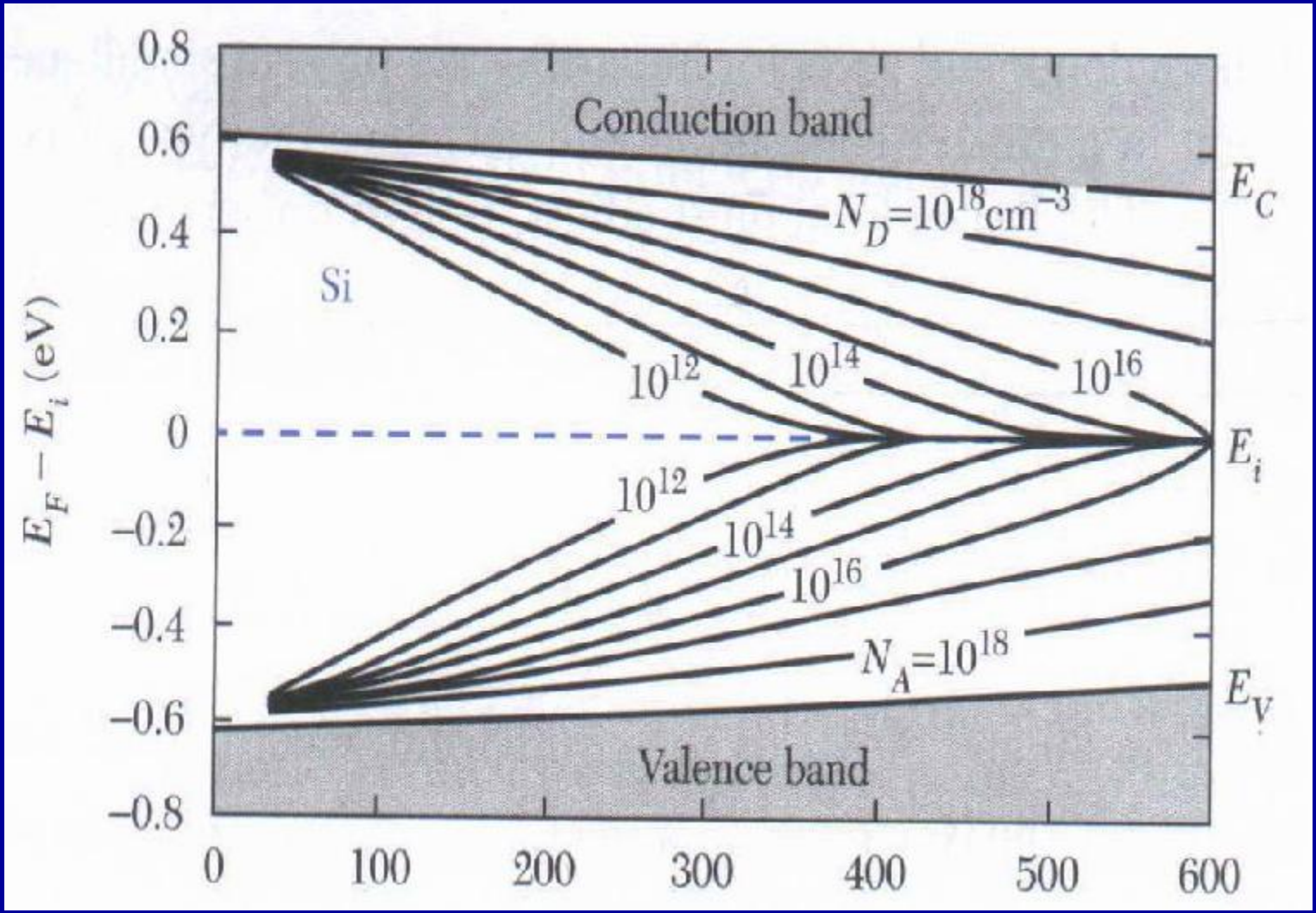
$$n_0 = \frac{N_d - N_a}{2} + \sqrt{\left(\frac{N_d - Na}{2}\right)^2 + n_i^2}$$



例子：硅棒中掺杂浓度为$10^{16}cm^{-3}$的As原子。



温度效应


Conduction band
Valence band
Si
$N_D=10^{18}cm^{-3}$
10^{12}
10^{14}
10^{16}
10^{12}
10^{14}
10^{16}
$N_A=10^{18}$
E_C
E_i
E_V
$E_F - E_i$ (eV)
0.8
0.6
0.4
0.2
0
−0.2
−0.4
−0.6
−0.8
0
100
200
300
400
500
600

2、非平衡态载流子浓度的分布

- 引入过剩载流子的过程称为载流子注入
- 载流子注入方法：光激发、电注入
- 注入水平：多子浓度与过剩载流子浓度的相比

分为：小注入情况与大注入情况

- $np=n_i^2$作为半导体是否处于热平衡态的判据，其它判据如系统具有统一费米能级。

产生与复合过程

$np \neq n_i^2$（注入、抽取）

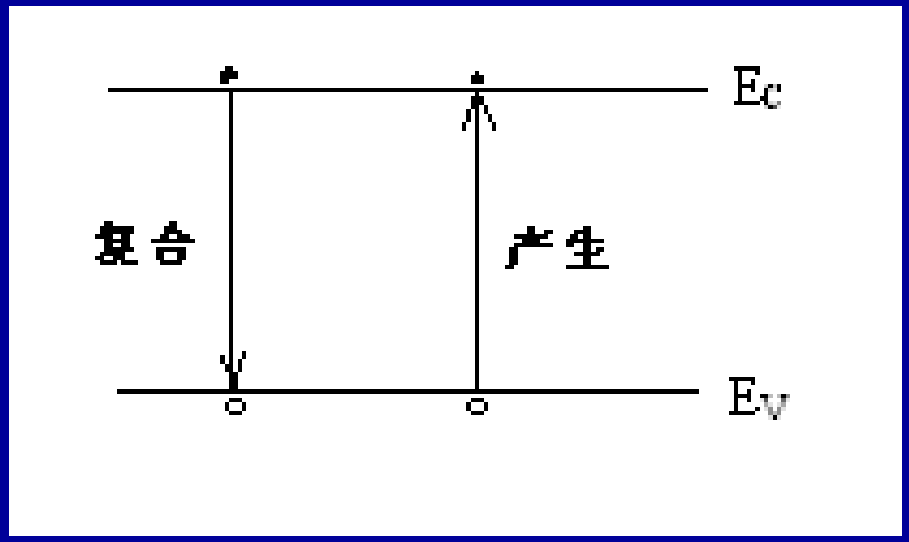
↓ ↘ ↙

$np = n_i^2$　　非平衡载流子

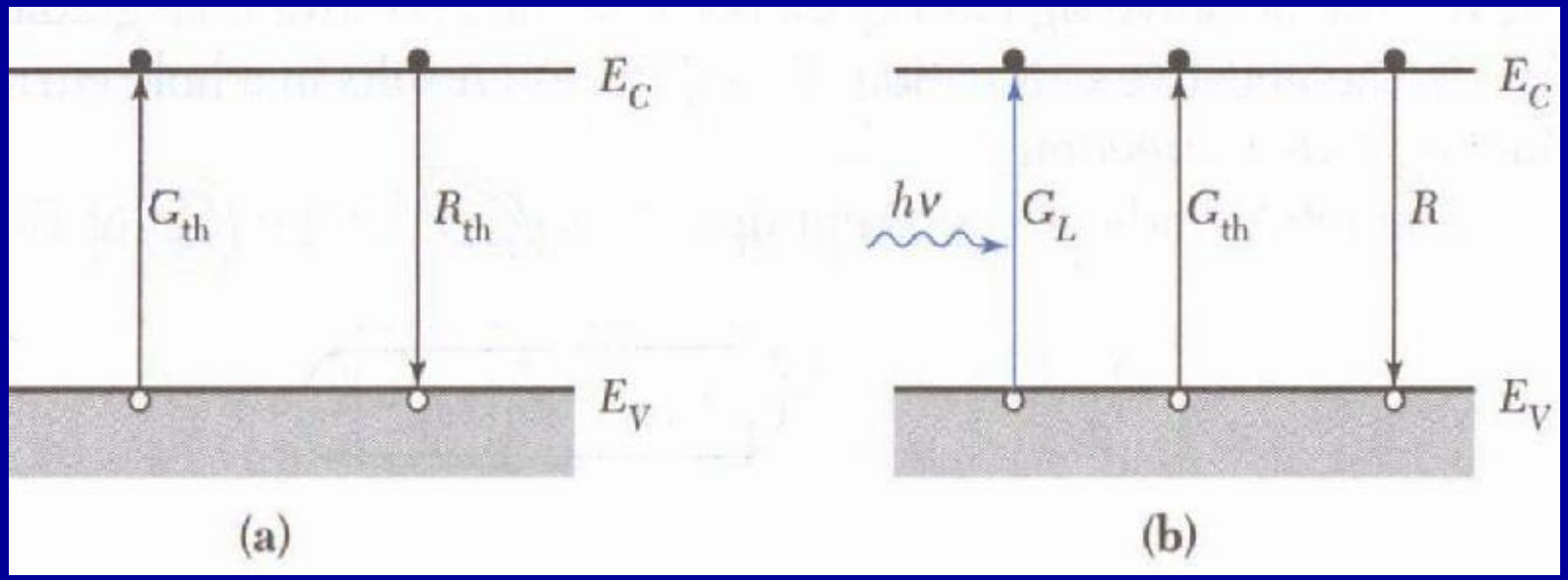
非平衡载流子的复合：

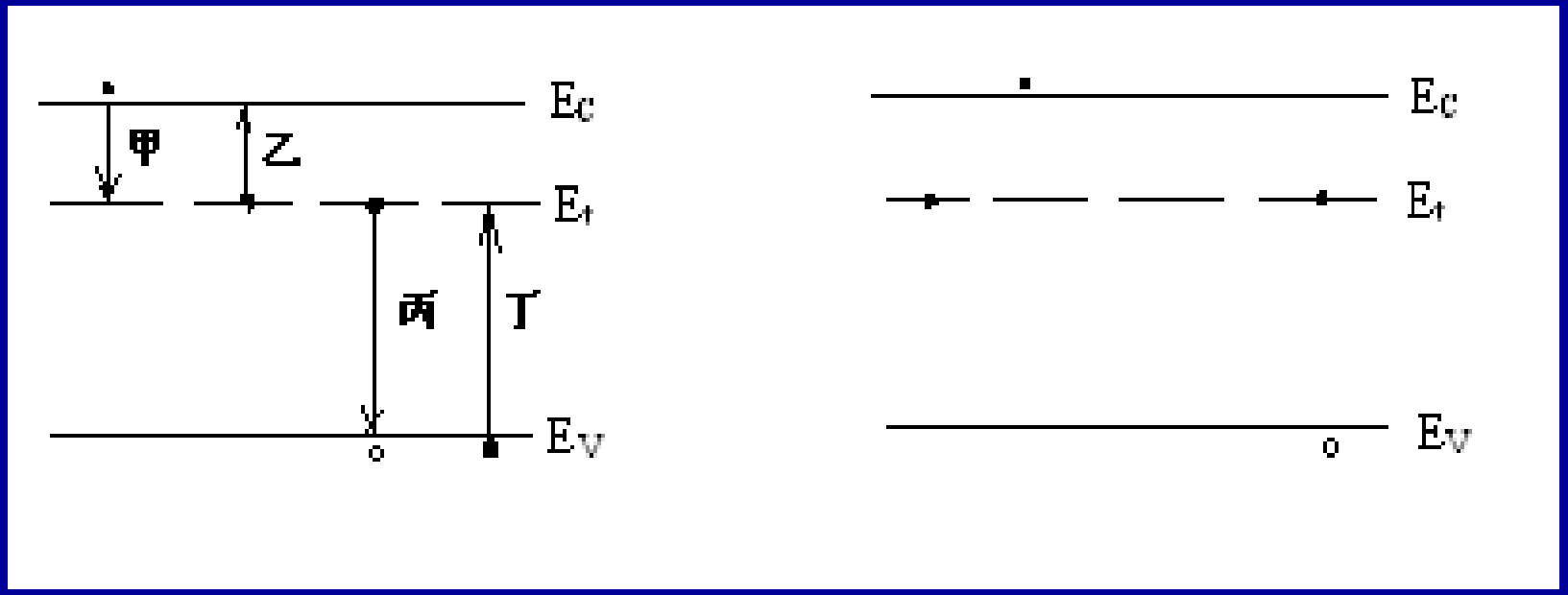
（1）直接复合：电子在导带和价带之间的直接跃迁，引起电子和空穴的直接复合

（2）间接复合：电子和空穴通过禁带的能级(复合中心）进行复合



直接复合





（a)过程前　　(b)过程后

间接复合的四个过程

甲-俘获电子；乙-发射电子；

丙-俘获空穴；丁-发射空穴。

净复合率U(cm^{-3}/s,单位时间、单位体积复合掉的电子-空穴对数):

$$U=\frac{\sigma_p\sigma_n V_{th}(pn-n_i^2)N_t}{\sigma_n[n+n_i\exp(\frac{E_t-E_i}{kT})]+\sigma_p[p+n_i\exp(-\frac{E_t-E_i}{kT})]}$$

- 热平衡下，$np=n_i^2$, U=0
- 假设电子俘获截面与空穴的相等,

  即$\sigma_n=\sigma_p=\sigma$,则

$$U=\sigma V_{th}N_t\frac{pn-n_i^2}{n+p+2n_i\cosh(\frac{E_t-E_i}{kT})}$$

$E_t\approx E_i$, $U\rightarrow$Maxium

少子寿命 $U = \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$ （小注入）

n型半导体中少子寿命($n \approx n_{n0}$, $n >> n_i, p_n$)

$$U = \sigma_p V_{th} N_t (p_n - p_{n0})$$

$\therefore$

$$\tau_p = \frac{1}{\sigma_p V_{th} N_t}$$

同样，对p型半导体中电子的寿命

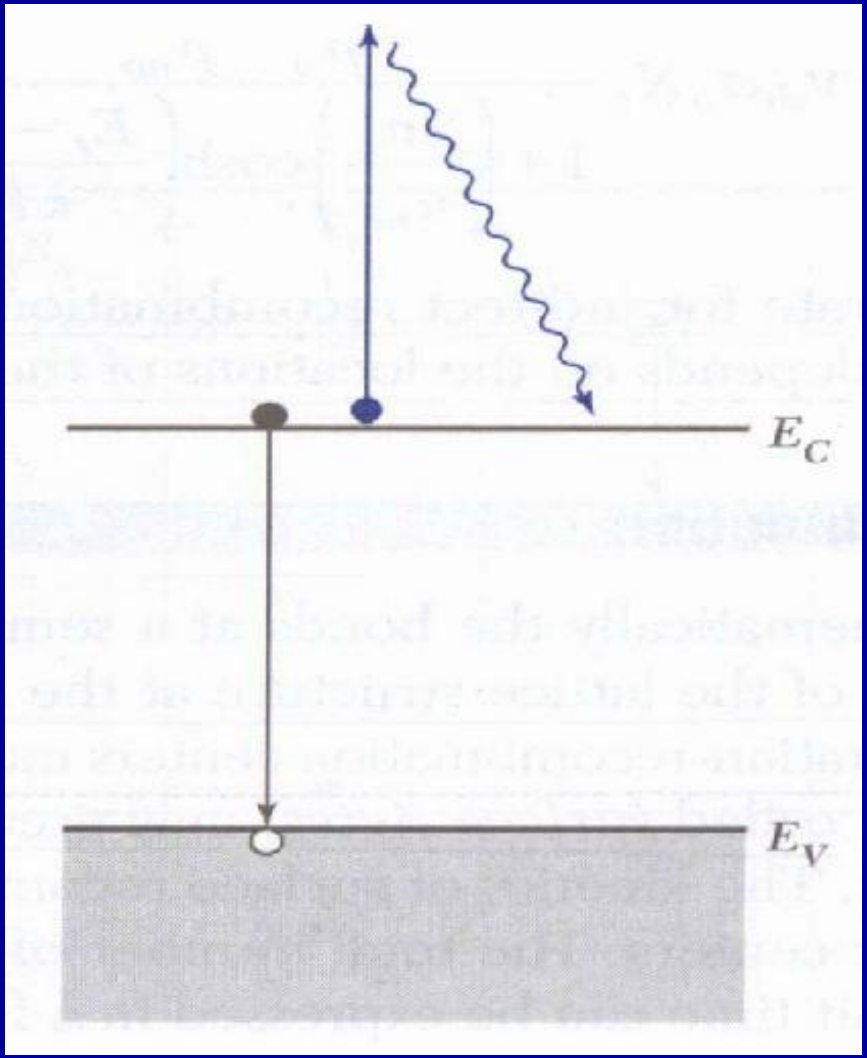
$$\tau_n = \frac{1}{\sigma_n V_{th} N_t}$$

式中，Nt为复合中心浓度。

体内复合和表面复合

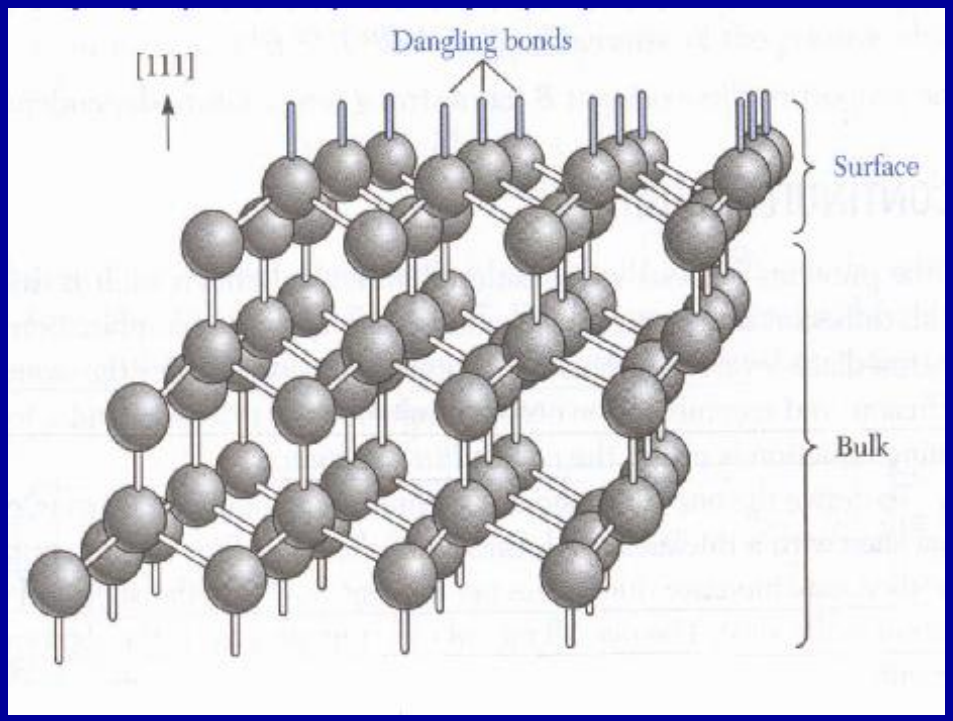
- 载流子复合时，一定要释放多余的能量。放出能量的方法有三种：a.发射光子（常称为发光复合或辐射复合，直接光跃迁的逆过程）b.发射声子（将多余的能量传给晶格，加强晶格的振动）c.将能量给予其它载流子，增加他们的动能（称为俄歇复合（Auger),碰撞电离的逆过程)
- 俄歇复合：在重掺杂半导体中，俄歇复合是主要的复合机制。
- 表面复合：由于晶体原子的周期排列在表面中止，在表面区引入了大量的局域能态或产生复合中心，这些能态可以大大增加表面区域的复合率。与间接复合类似，是通过表面复合中心进行的，对半导体器件的特性有很大的影响。

Auger复合



Principle of Semiconductor Devices

表面复合



小注入表面复合率 $U_s \cong v_{th}\sigma_p N_{st}(p_s - p_{n0})$

小注入表面复合速度 $S_{lr} \equiv v_{th}\sigma_p N_{st}$

★ 载流子的散射

①散射的起因：周期势场的被破坏,附加势场对载流子起散射作用.

(理想晶格不起散射作用)

②散射的结果:

- 无外场时,散射作用使载流子作无规则热运动, 载流子的总动量仍然=0
- 在外场下，载流子的动量不会无限增加. 迁移率即反映了散射作用的强弱.

$$v_d = \mu \varepsilon$$

③散射几率: P (单位时间内一个载流子受到散射的次数)

- 载流子在连续二次散射之间自由运动的平均时间--平均自由时间 $\tau=1/P$
- 载流子在连续二次散射之间自由运动的平均路程--平均自由程 $\lambda= v_T \cdot \tau$

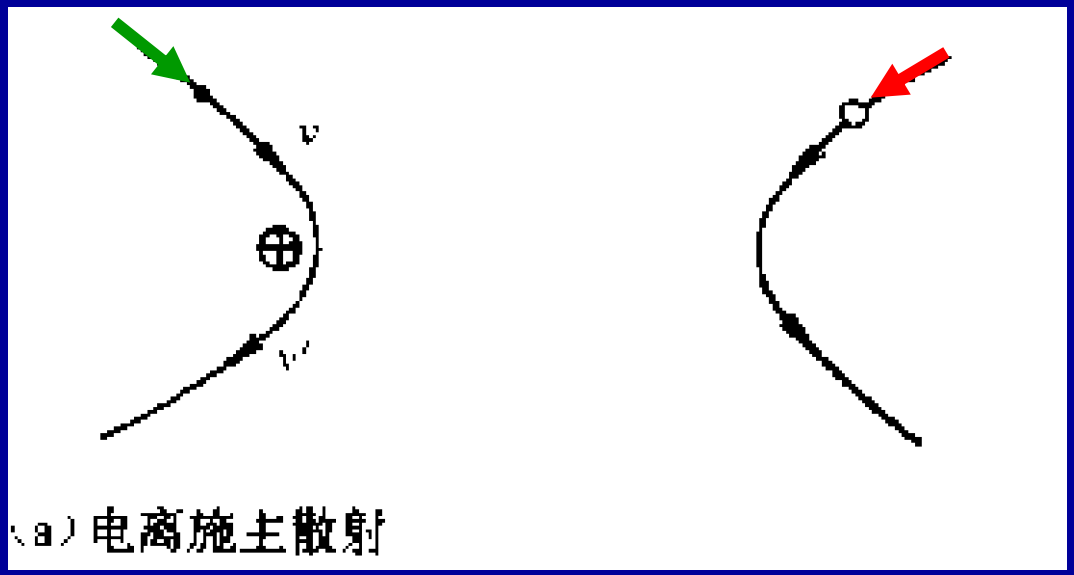
v_T—电子的热运动速度

- 数量级估算

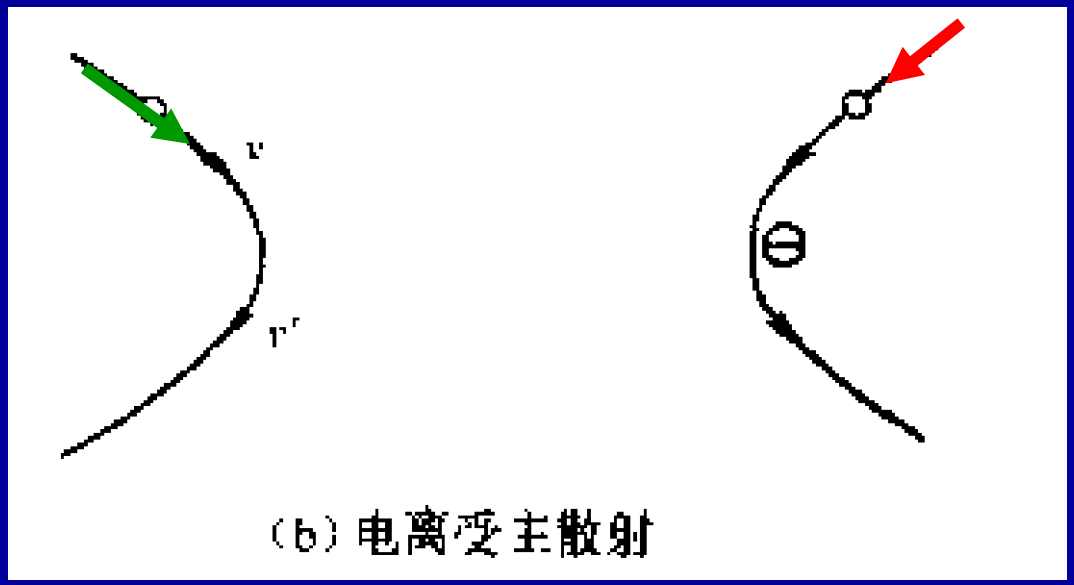
★ 主要散射机构

- 电离杂质的散射
- 晶格散射
- 其他因素引起的散射

电离杂质的散射



(a) 电离施主散射



(b) 电离受主散射

★ 电离杂质的散射

- 电离杂质浓度为N_I, 载流子速度为v,载流子能量为E：

$$P_I \propto N_I v \frac{1}{E^2} \propto N_I E^{-\frac{3}{2}} \propto N_I T^{-\frac{3}{2}}$$

- 定性图象:
  - 散射几率大体与电离杂质浓度成正比;
  - 温度越高,电离杂质散射越弱.

★ 晶格散射

① 晶格振动理论简要

晶格振动—晶体中的原子在其平衡位置附近作微振动.

ⓐ 格波—晶格振动可以分解成若干基本振动, 对应的基本波动,即为格波.

格波能够在整个晶体中传播.

格波的波矢q, $q=1/\lambda$

- 当晶体中有N个原胞,每个原胞中有n个原子,则晶体中有3nN个格波,分为3n支.
- 3n支格波中,有3支声学波, (3n-3) 支光学波
- 晶格振动谱—格波的色散关系υ~ q

  纵声学波(LA), 横声学波(TA)

  纵光学波(LO), 横光学波(TO)
- 格波的能量是量子化的:

$$E = (n + \frac{1}{2})h\nu$$

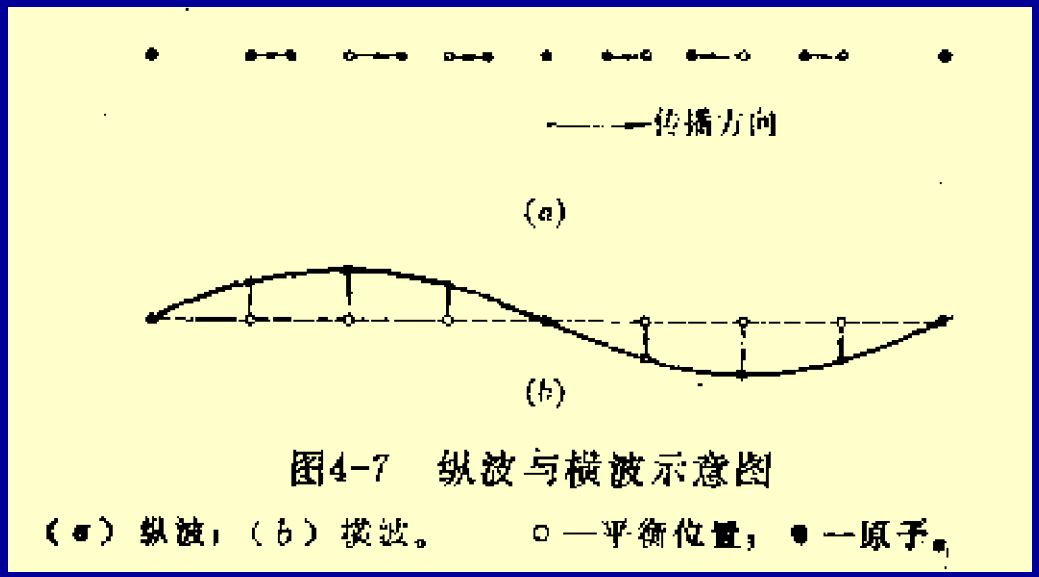


图4-7 纵波与横波示意图

（a）纵波；（b）横波。 ○—平衡位置；●—原子。

纵波

横波

图4-7

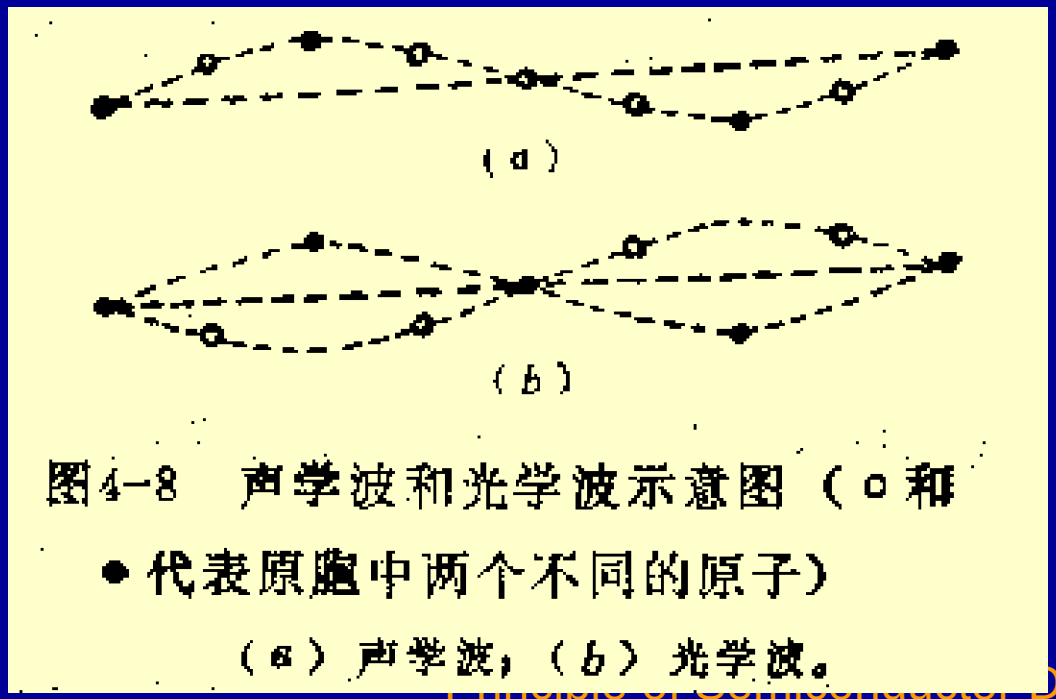


图4-8 声学波和光学波示意图（○和●代表原胞中两个不同的原子）

（a）声学波；（b）光学波。

声学波

光学波

图4-8

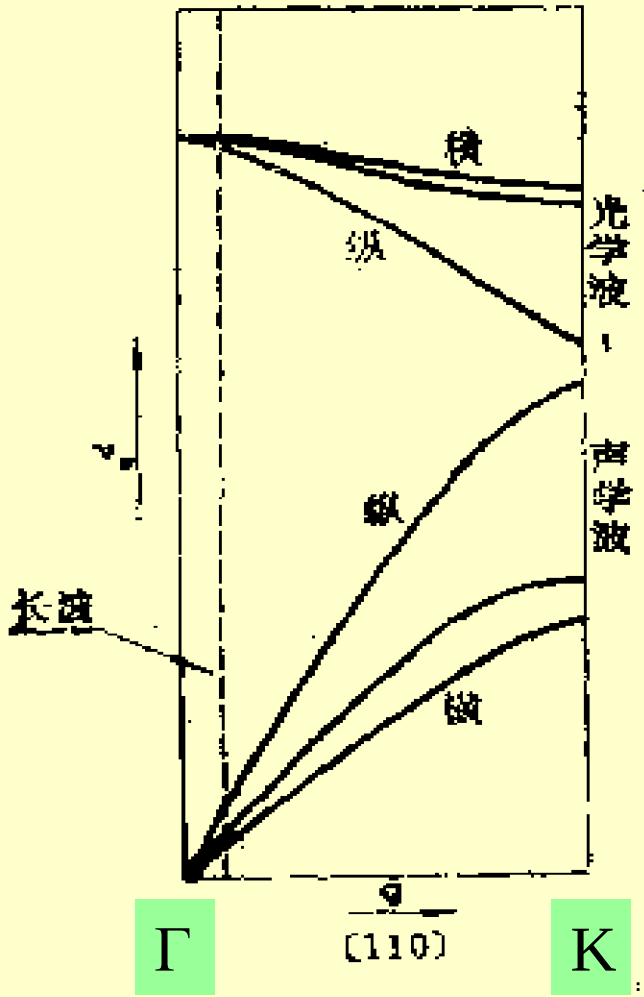


图4-6 金刚石晶格振动沿〔110〕方向传播的格波的频率与波矢的关系

图4-6
金刚石结构,
3支声学波,
(1支LA,2支TA)
3支光学波
(1支LO,2支TO)

ⓑ声子--格波的能量子

能量 hυ，准动量 hq

- 温度为T时，频率为υ的格波的
  - 平均能量为

$$\bar{E} = \frac{1}{2}h\nu + \bar{n}h\nu$$

  - 平均声子数

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

ⓒ电子和声子的相互作用:

能量守恒,准动量守恒.

对单声子过程(电子与晶格交换一个声子,"+"—吸收声子,"-"—发射声子):

$$\hbar k' - \hbar k = \pm \hbar q$$

$$E' - E = \pm h\nu_a \ (\hbar\omega_a)$$

式中，k和k′ 分别为散射前后电子的波矢;

E 和E′ 分别为散射前后电子的能量。

②声学波散射：(弹性散射)，

对能带具有单一极值的半导体,或多极值半导体中电子在一个能谷内的散射

- 主要起散射作用的是长波
- 长声学波中,主要起散射作用的是纵波（与声学波形变势相联系）

$$P_S \propto T^{\frac{3}{2}}$$

- 声学波散射几率随温度的升高而增加

纵声学波造成原子分布疏密变化

纵光学波形成空间带正,负电区域

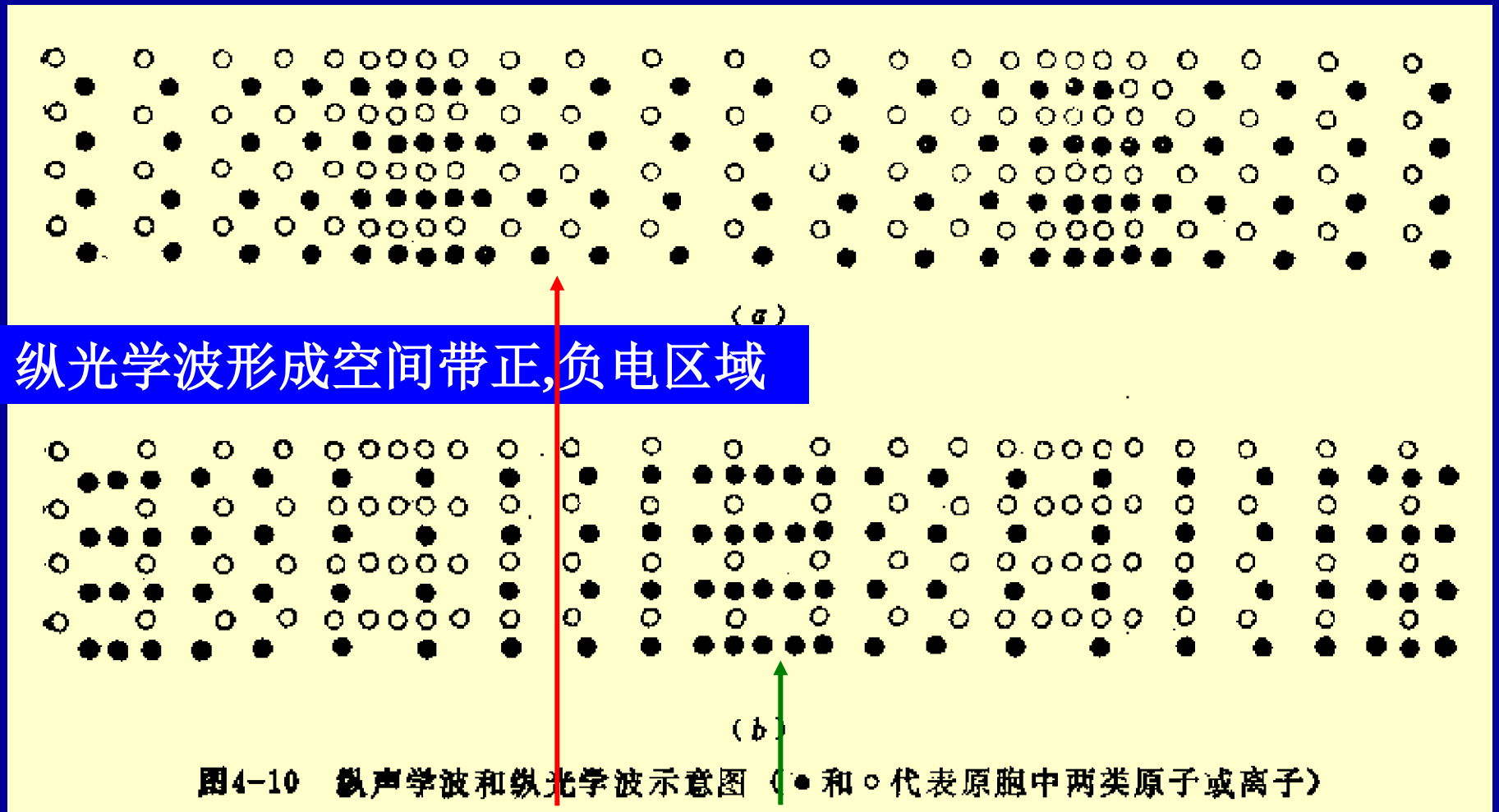


图4-10 纵声学波和纵光学波示意图（●和○代表原胞中两类原子或离子）

（a）纵声学波；（b）纵光学波。

③光学波散射：(非弹性散射)，

- 对极性半导体,长纵光学波有重要的散射作用.（与极性光学波形变势相联系）
- 当温度较高,有较大的光学波散射几率

$$P_o \propto \bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

★ 其他因素引起的散射

- 等同能谷间的散射

  ——电子与短波声子发生相互作用

- 中性杂质散射
- 位错散射

§1-5 载流子输运理论

稳态输运方程

- 漂移过程 迁移率，电阻率，霍耳效应
- 扩散过程 扩散系数
- 电流密度方程 爱因斯坦关系

非稳态输运效应

- 强电场效应
- 碰撞电离问题
- 速度过冲现象

稳态输运方程

- 讨论稳态输运现象使用的DD模型

漂移—扩散方程的近似理论

载流子在外电场和浓度梯度场的作用下，定向运动，形成电流。

漂移过程

1. 迁移率μ：表征漂移速度与电场的关系,

$$V_d=\mu E$$

其中，比例系数为迁移率，表示单位场强下电子的平均漂移速度（$cm^2/V\ s$)。

2. 漂移电流的表达式：

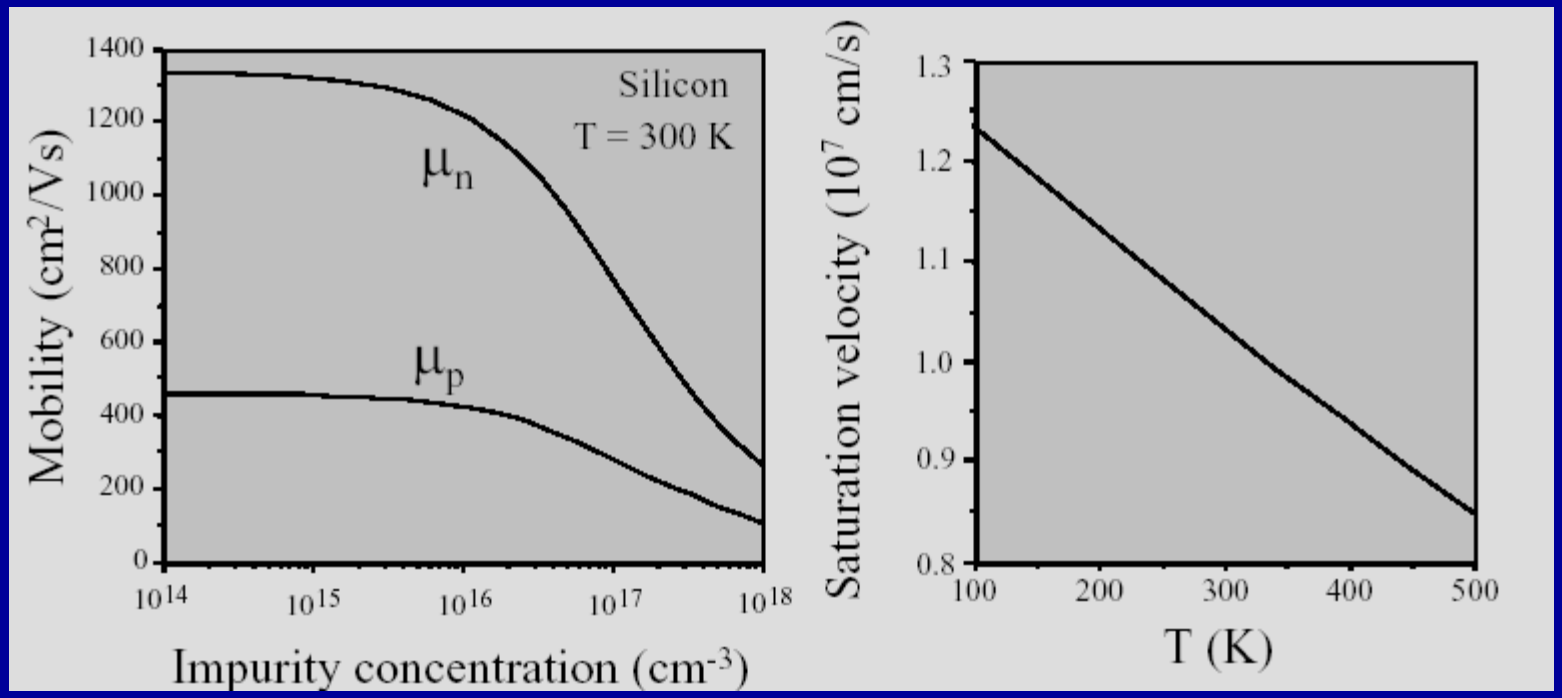
$$I=-nqV_d\times 1\times s$$

3. 电流密度的表达式：

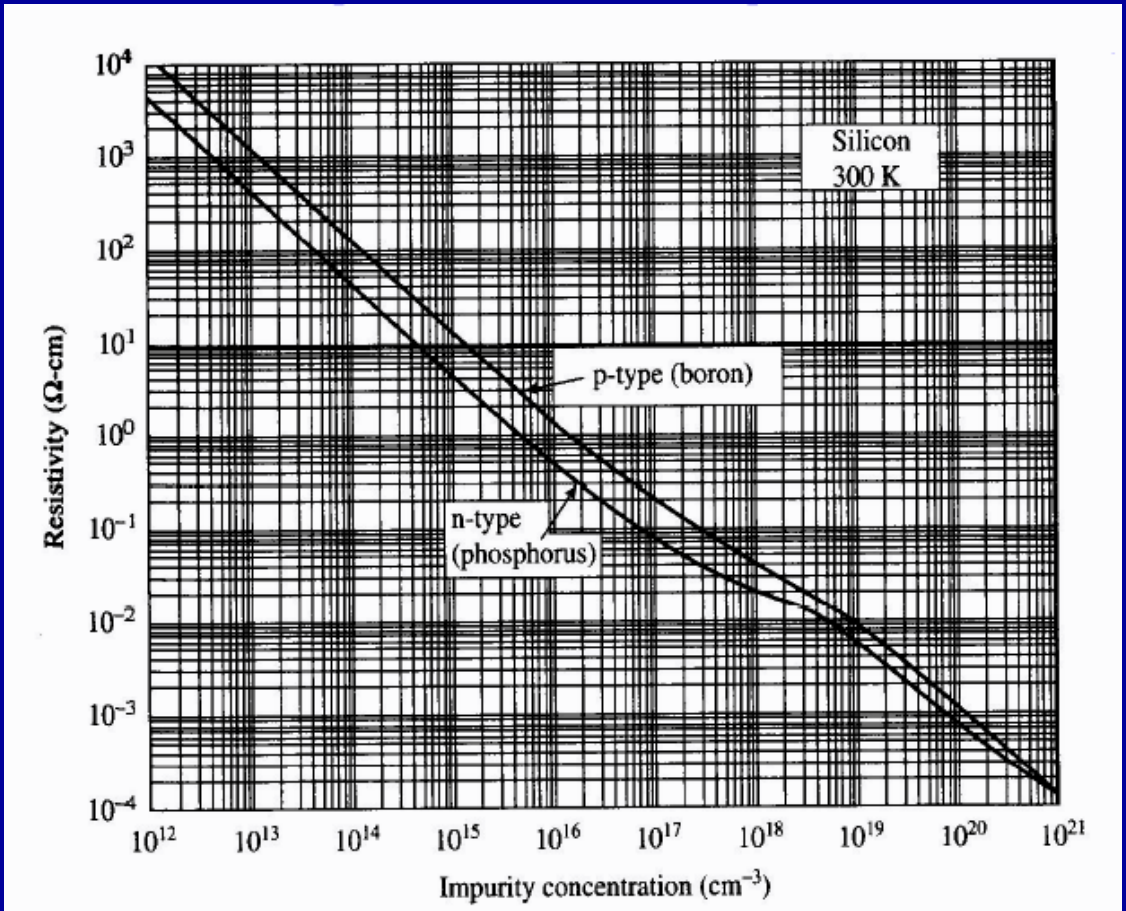
$$J=-nqV_d=-nq\mu E$$

室温下Si: $\mu_n=1350\ cm^2/V\ s$, $\mu_p=500 cm^2/V\ s$

Si中迁移率和杂质浓度的关系



Si的电阻率与掺杂水平的关系



$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{q(\mu_n n + \mu_p p)}$$

霍耳效应

P型半导体：

洛伦兹力 $F = qv \times B$

霍耳电场 $q\xi_y = qv_x B_Z \quad or \quad \xi_y = v_x B_Z$

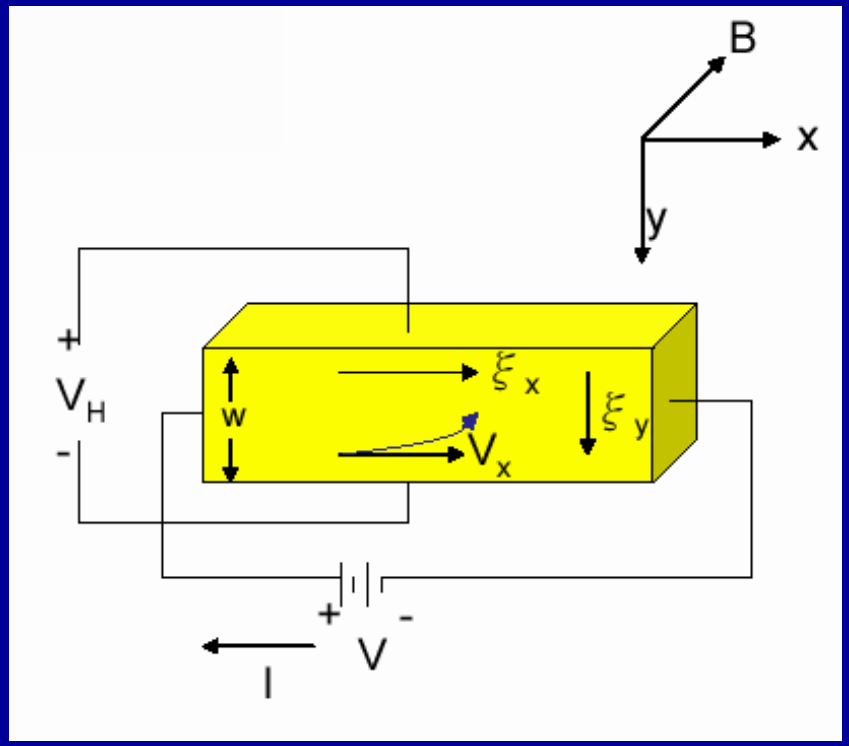
霍耳电压 $V_H = \xi_y W$

$$\xi_y = \left[\frac{J_P}{qp}\right] BZ = R_H J_P B_Z$$

$$R_H = \frac{1}{qp}$$ 霍耳系数

N型半导体：

$$R_H = -\frac{1}{qn}$$



扩散过程

- 扩散系数

载流子浓度存在空间上的变化时，载流子从高浓度区向低浓度区运动，即在浓度梯度场的作用下，作定向运动，这样产生的电流分量称为扩散电流。

扩散系数：$D_n=v_{th}*l$

载流子电子的扩散电流 $Jn= qD_n dn/dx$

载流子空穴的扩散电流 $Jp= -qD_p dp/dx$

电流密度方程

$$J_n = q\mu_n n\varepsilon + qD_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p = q\mu_p p\varepsilon - qD_p \frac{dp}{dx}$$

$$J = J_n + J_p$$

Einstein关系式

$$D_n = \frac{kT}{q}\mu_n$$

连续性方程和泊松方程

- 连续性方程：在半导体材料中同时存在载流子的漂移、扩散、复合和产生时，描述这些作用的总体效应的基本方程。
- 连续性方程基于粒子数守恒，即单位体积内电子增加的速率等于净流入的速率和净产生率之和。

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} + G_n - U_n$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} + G_p - U_p$$

小注入下少子的一维连续性方程：

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = n_p \mu_n \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \mu_n \varepsilon \frac{\partial n_p}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} + G_n - \frac{n_p - n_{p0}}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -p_n \mu_p \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} - \mu_p \varepsilon \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} + G_p - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

其中，n_p为p型半导体中的电子浓度，p_n为n型半导体中的电子浓度。

泊松方程：

$$\nabla^2\psi = -\frac{\rho}{\varepsilon_S}$$

式中，ε_S为半导体的介电常数

ρ称为空间电荷密度

$$\varepsilon_S = \varepsilon_0\varepsilon_{Si}$$

$$\rho = q(p - n + N_D^+ - N_A^-)$$

讨论：

- 原则上，在适当的边界条件下，方程存在唯一解，但是由于复杂，要进行一定的简化和物理近似，在三种重要情况下可以求解这组连续性方程。

（1）稳态单边注入

（2）表面少数载流子

（3）海恩斯－肖克莱实验

（Haynes－Shockley ）

（1）稳态单边注入

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = 0 = D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

半无限长边界条件:

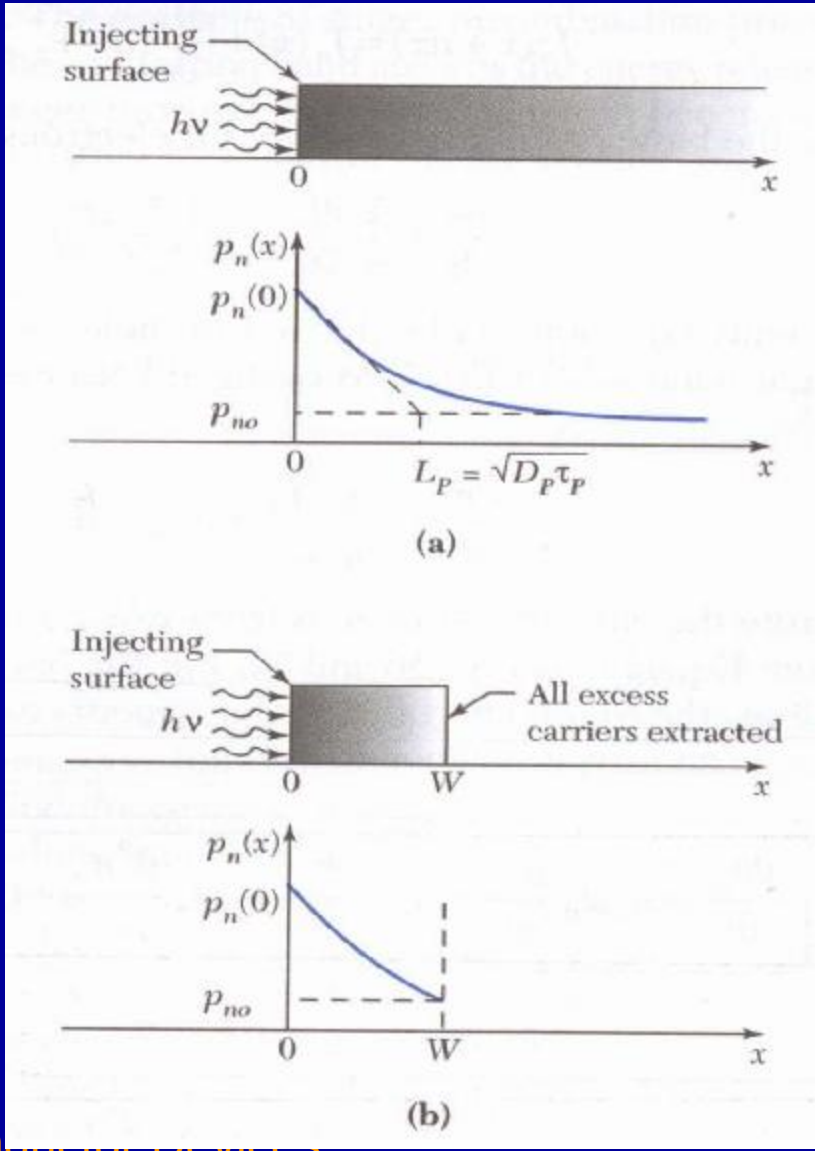
$$p_n(x=0) = p_n(0) = C,\ p_n(x=\infty) = p_{n0}$$

$$\Rightarrow p_n(x) = p_{n0} + [p_n(0) - p_{n0}]e^{-x/L_p}$$

$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$ 扩散长度

有限长边界条件:

$$x = W \Rightarrow p_n(W) = p_{n0}$$



在x＝W处，过剩的少数载流子全部抽出，方程的解为：

$$p_n(x) = p_{n0} + \left[p_n(0) - p_{n0}\right]\left[\frac{\sinh\left[\frac{W-x}{L_p}\right]}{\sinh(W/L_p)}\right]$$

则 x＝W处的电流密度方程可由扩散电流表达式给出：

$$J_p = -qD_p \frac{\partial p_n}{\partial x}\Big|_W = q\left[p_n(0) - p_{n0}\right]\frac{D_p}{L_p}\frac{1}{\sinh(W/L_p)}$$

（2）表面少子注入

一端存在表面复合，从半导体内流向表面的空穴电流密度为qUs。表面复合使得表面处的载流子浓度降低，存在空穴浓度梯度，产生扩散电流，其值就等于表面复合电流。稳态时可得连续性方程。

边界条件：

$x = 0$

$$qD_p \frac{dp_n}{dx}\Big|_{x=0} = qU_S = qS_{lr}[p_n(0) - p_{n0}]$$

$x \to \infty$

$$p_n = p_{n0} + \tau_p G_L$$

（3）Haynes-Shockley实验

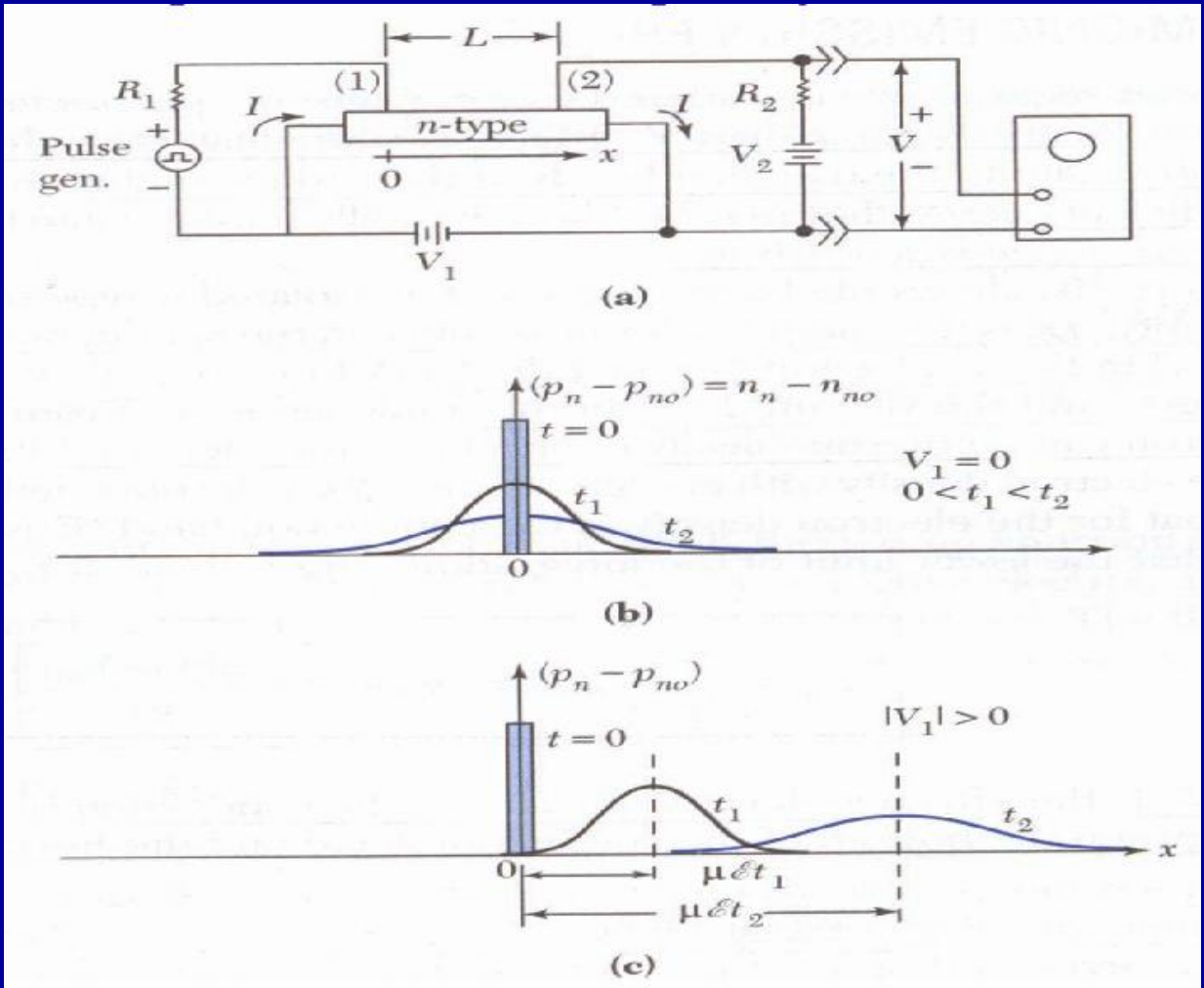
局部光脉冲在半导体样品中产生过剩载流子，连续性方程如下:

$$\frac{\partial p_n}{\partial t} = -\mu_p \xi \frac{\partial p_n}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_p}$$

$$p_n(x,t) = \frac{N}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp\left[-\frac{x^2}{4D_p t} - \frac{t}{\tau_p}\right] + p_{n0}$$

加外场时：

$$p_n(x,t) = \frac{N}{\sqrt{4\pi D_p t}} \exp[-\frac{(x-\mu_p \varepsilon t)^2}{4D_p t} - \frac{t}{\tau_p}] + p_{n0}$$

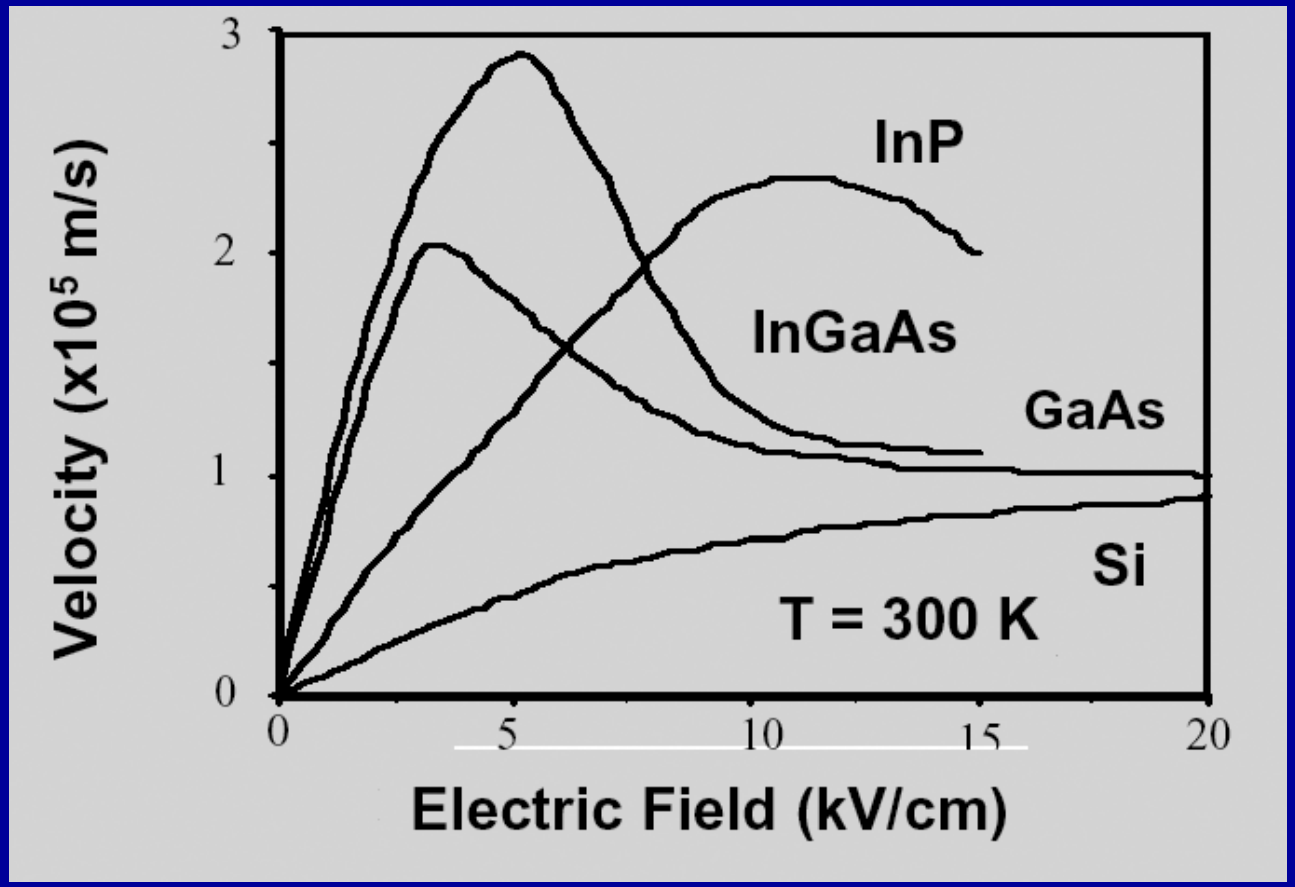


Haynes-Shockley 实验：最早演示了少数载流子漂移和扩散的实验装置

非稳态输运效应

- 大尺寸器件和低频器件：稳态输运方程。
- 深亚微米器件：将出现非稳态输运效应，量子效应将成为主导，需要量子力学进行解释微观粒子的输运特性和输运方程，如单电子隧穿现象、库仑阻塞效应、热载流子效应、载流子速度过冲现象等。

强电场效应


Velocity (x10^5 m/s)
3
2
1
0
InP
InGaAs
GaAs
Si
T = 300 K
0
5
10
15
20
Electric Field (kV/cm)

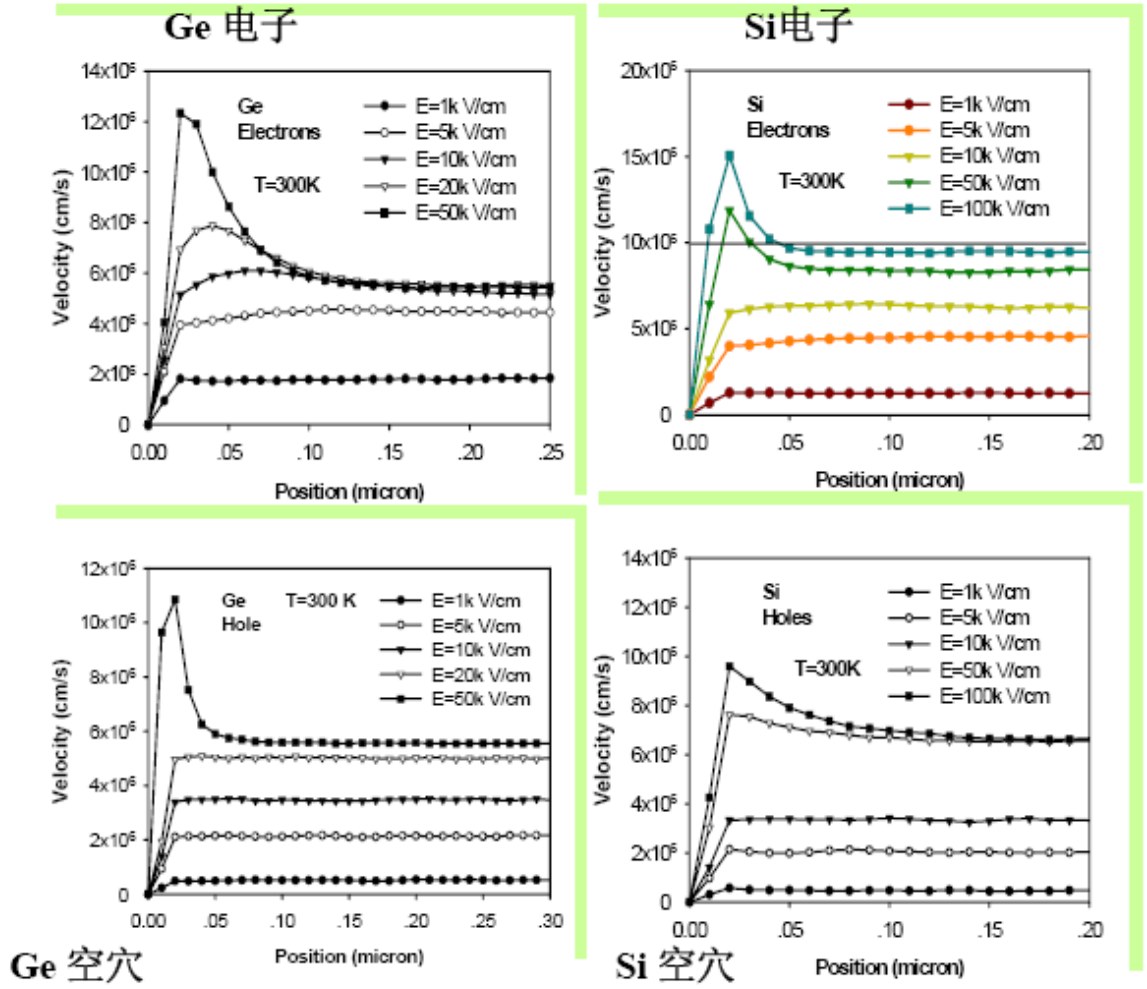
速度过冲现象

- 速度过冲现象：

  在电场对于载流子的加速时间小于能量弛豫时间的尺度内，漂移速度将随时间变化。Si和GaAs中电子在时间阶梯电场作用下漂移速度随时间的变化，在加上电场后0.1ps时间内，漂移速度急剧上升达到一个极大值，并逐渐减小，并趋于稳定值，这种现象称为速度过冲。

速度过冲现象

半导体中的速度过冲现象



速度过冲现象

强电场作用下的非稳输运现象，也是强场效应之一，速度过冲效应是其具体表现形式之一

- 在强电场作用下，载流子的平均能量显著增加，电场作用下的分布函数相对于平衡时的改变不再是小量；
- 载流子由一个平均能量稳定值变到另一个能量稳定稳定值（对应于一个新的分布）需要一定的时间（能量弛豫时间）；
- 速度过冲效应是载流子在强场作用下，出现非稳输运的具体表现形式。载流子出现速度过冲现象时，载流子的漂移速度远远超过平均漂移速度的效应。