电磁学与电动力学上册 1.1-1.8&证明 ppt 中内容

1.1 把总电量为 Q 的同一种电荷分成两部分，一部分均匀分布在地球上，另一部分均匀分布在月球上，使它们之间的库仑力正好抵消万有引力. 已知 $1/(4\pi\varepsilon_0)=9.00\times10^9\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$，引力常数 $G=6.67\times10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$，地球质量为 $5.98\times10^{24}\,\mathrm{kg}$，月球质量为 $7.34\times10^{22}\,\mathrm{kg}$.

(1) 求 Q 的最小值；

(2) 如果电荷分配与质量成正比，求 Q.

1.2 真空中有一点电荷 Q 固定不动，另一质量为 m、电荷为 $-q$ 的质点，在它们之间的库仑力的作用下，绕 Q 做匀速圆周运动，半径为 r，周期为 T. 证明

$$\frac{r^3}{T^2}=\frac{qQ}{16\pi^3\varepsilon_0 m}$$

1.3 有三个点电荷，电量都是 $q=1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C}$，分别固定在边长为 $a=3.0\times10^{-10}\,\mathrm{m}$ 的正三角形三个顶点，在这三角形中心 O，有一个质量为 $m=2.3\times10^{-26}\,\mathrm{kg}$，电量为 $Q=-4.8\times10^{-19}\,\mathrm{C}$ 的粒子.

(1) 证明：这个粒子处在平衡位置(即作用在它上面的库仑力为零)；

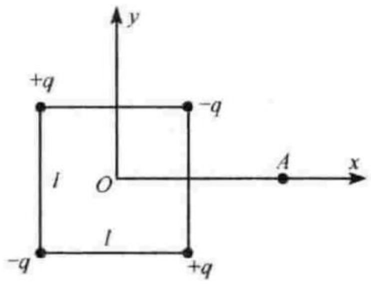
(2) 求这粒子以 O 为中心沿一轴线(该轴线过 O 并与三角形的平面互相垂直)做微小振动的频率 ν.

1.4 电量为 Q 的两个点电荷，相距 $2l$，在其连线的中垂面上放一点电荷 q_0，求证该点电荷在中垂面上受力的极大值的轨迹是一个圆，并给出该圆的半径.

1.5 习题 1.5 图中的 q 和 l 都已知，这样的四个点电荷称作平面电四极子. 图中 A 点与电四极子在同一平面内，它到电四极子中心 O 的距离为 x，AO 与正方形的两边平行.

(1) 求 A 点的电场强度 $\boldsymbol{E}$；

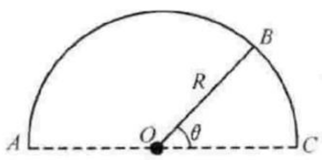
(2) 当 $x\gg l$ 时，$\boldsymbol{E}=?$.



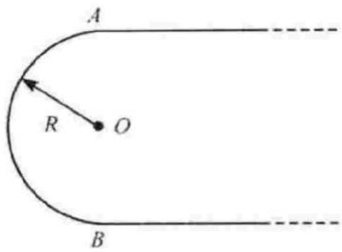
习题 1.5 图

1.6 如习题 1.6 图所示，电荷分布在半径为 R 的半圆环上，线电荷密度为 $\lambda_0\sin\theta$，λ_0 为常数，θ 为半径 OB 和直径 AC 间的夹角. 证明 AC 上任一点的电场强度都与 AC 垂直.

1.7 一无限长均匀带电导线，线电荷密度为 λ，一部分弯成半圆形，其余部分为两条无穷长平行直导线，两直线都与半圆的直径 AB 垂直，如习题 1.7 图所示，求圆心 O 处的电场强度.

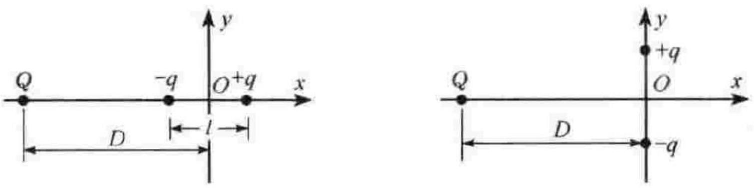


习题 1.6 图

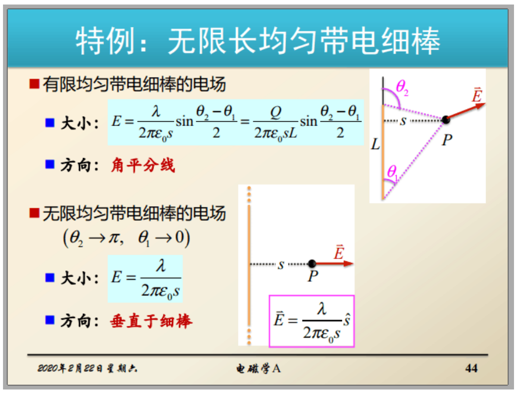


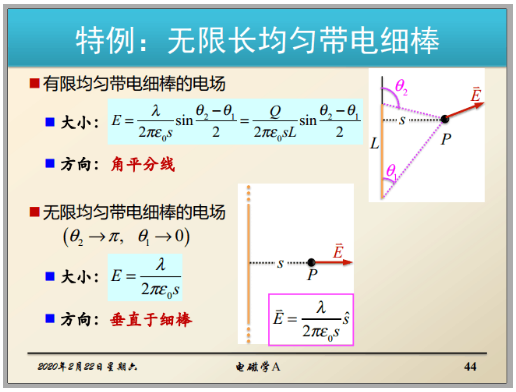
习题 1.7 图

1.8 把电偶极矩为 $\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l}$ 的电偶极子放在点电荷 Q 的电场内，$\boldsymbol{p}$ 的中心 O 到 Q 的距离为 D，如习题 1.8 图所示. 若 $\boldsymbol{p}$ 分别(1)平行于 OQ；(2)垂直于 OQ，求偶极子所受的力和力矩.



习题 1.8 图





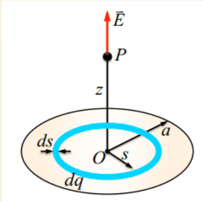
均匀带电圆盘轴线的电场

- 半径为 s 的环的电场：

$$\vec{E}_{环}=\frac{Qz}{4\pi\varepsilon_0\left(s^2+z^2\right)^{3/2}}\hat{z}$$

$$Q\mapsto dq=\sigma dS=\sigma\cdot 2\pi s ds$$

$$d\vec{E}=\frac{\sigma z s ds}{2\varepsilon_0\left(z^2+s^2\right)^{3/2}}\hat{z}$$



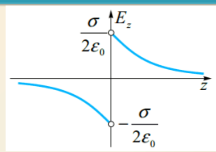
- 半径为 a 的环的电场：

$$\vec{E}=\int_0^a d\vec{E}=\hat{z}\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\int_0^a\frac{sds}{\left(z^2+s^2\right)^{3/2}}\Rightarrow\vec{E}=\hat{z}\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{|z|}-\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}\right)$$

特例 1：$z>>a$

- 对于有限的 a：

$$\vec{E}=\hat{z}\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{|z|}-\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}\right)$$



思考：$z=0$ 处的电场等于多大？方向如何？

- 如果 $a\to 0$ 对 (即 $z>>a$)：

$$\vec{E}=\hat{z}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{z}{|z|}-\left(1+\frac{a^2}{z^2}\right)^{-1/2}\right]\approx\hat{z}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\left(1-\frac{1}{2}\frac{a^2}{z^2}\right)\right]=\hat{z}\frac{\sigma a^2}{4\varepsilon_0 z^2}$$

$$\Rightarrow\vec{E}\approx\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\hat{z}$$

特例 2：$a\to\infty$

- 对于有限的 a：$\vec{E}=\hat{z}\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{|z|}-\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}\right)$

- 如果 $a\to\infty$ (即 $a>>z$，亦即对于**无限大均匀带电平面**)：

$$\lim_{a\to\infty}\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}}=0$$

$$\vec{E}=\hat{z}\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{z}{|z|}=\begin{cases}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}, & z>0\\ -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{z}, & z<0\end{cases}$$