

补充：

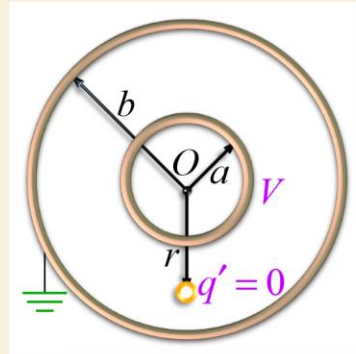
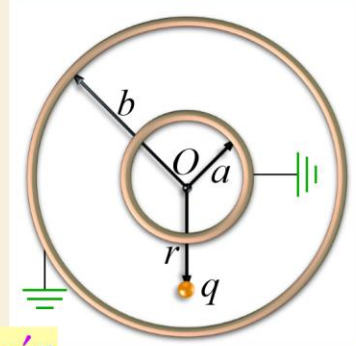
例：两个半径分别为 a 和 $b (>a)$ 的同心导体球壳接地，一个点电荷 q 位于两球壳之间，到球心的距离为 r ($a < r < b$)。试确定每个球壳上的感应电荷量。

■ 直接利用格林互易原理

$$Q_a \phi'_a + Q_b \phi'_b + q \phi' = Q'_a \phi_a + Q'_b \phi_b + q' \phi = q' \phi$$

■ 选择系统的第二种可能静电状态：
内球壳电势为 V ，外球壳接地，
且 r 处无电荷

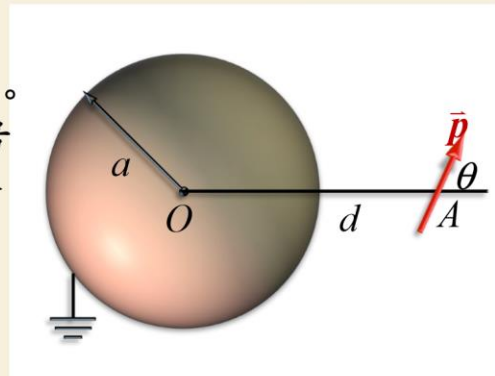
$$Q_a V + q \phi' = 0 \quad \longrightarrow \quad Q_a = -\frac{\phi'}{V} q$$



例：半径为 a 的接地导体球外 A 点处有一电偶极子 p ， A 到球心 O 的距离为 d ， p 与 OP 夹角为 θ 。试求导体球表面的感应电荷总量。

解：设导体球感应电荷总量为 Q_a 。
将电偶极子视为相距 l 的等量异号点电荷 $\pm q$ ，相对于 O 点的位矢分别为

$$\vec{r}_+ = \vec{r}_0 + \frac{1}{2} \vec{l}, \quad \vec{r}_- = \vec{r}_0 - \frac{1}{2} \vec{l}$$



由格林互易原理

$$\phi'_a Q_a + \phi'_+ q - \phi'_- q = \phi_a Q'_a + \phi_+ q'_+ + \phi_- q'_- = \phi_+ q'_+ + \phi_- q'_-$$

取 $q'_+ = q'_- = 0, Q'_a = Q_0 \quad \longrightarrow \quad \phi'_a = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 a}, \quad \phi'_\pm = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 r_\pm}$

例：设有三个相同的导体球，球心位于等边三角形的三个顶点处。已知导体球电势分别为 $(\varphi, 0, 0)$ 时，带电量分别为 (q, q_0, q_0)

(1) 如果每个球的电势均为 φ' ，试问各球所带电量 q' 是多少？

(2) 如果各球所带电量为 $(q'', 0, 0)$ ，试问每个球的电势是多少？

解：(1) 直接利用格林互易原理

$$q' \cdot \varphi + q' \cdot 0 + q' \cdot 0 = q \cdot \varphi' + q_0 \cdot \varphi' + q_0 \cdot \varphi' \quad \longrightarrow \quad q' = (q + 2q_0) \frac{\varphi'}{\varphi}$$

(2) 对称性意味着各球所带电量为 $(q'', 0, 0)$ ，电势为 $(\varphi'', \varphi_0, \varphi_0)$

$$q \cdot \varphi'' + q_0 \cdot \varphi_0 + q_0 \cdot \varphi_0 = q'' \cdot \varphi + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 0 \quad \longrightarrow \quad q\varphi'' + 2q_0\varphi_0 = q''\varphi$$

利用(1)的结论又有

$$q' \cdot \varphi'' + q' \cdot \varphi_0 + q' \cdot \varphi_0 = q'' \cdot \varphi' + 0 \cdot \varphi' + 0 \cdot \varphi' \quad \longrightarrow \quad q'\varphi'' + 2q'\varphi_0 = q''\varphi'$$

由此得到
$$\varphi_0 = \frac{q_0 q''}{(q_0 - q)(q + 2q_0)} \varphi, \quad \varphi'' = -\frac{(q + q_0) q''}{(q_0 - q)(q + 2q_0)} \varphi$$

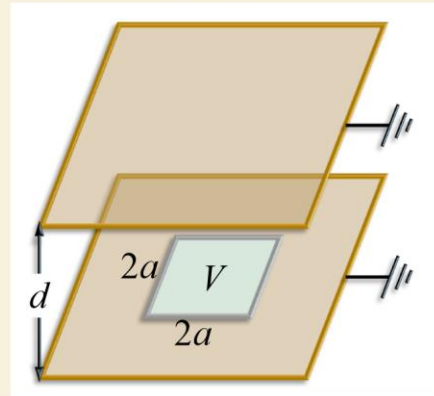
例： $z = 0$ 平面上由 $-a \leq x, y \leq a$ 定义的正方形区域是维持电势为 V 的导体，平面的其余部分是接地导体，两部分彼此绝缘。 $z = d$ 平面也是接地导体。试求整个 $z = 0$ 平面上感应电荷。

解：设上导体平面用1标志，除去正方形的下导体平面用2标志，正方形用3标志，有

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0, \quad \varphi_3 = V$$

下面利用格林互易关系求解 $z = 0$ 平面上的感应电荷 $Q = Q_2 + Q_3$

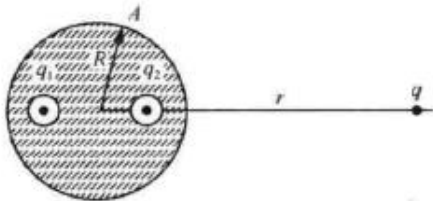
$$Q_1 \varphi'_1 + Q_2 \varphi'_2 + Q_3 \varphi'_3 = Q'_1 \varphi_1 + Q'_2 \varphi_2 + Q'_3 \varphi_3 = Q'_3 V$$



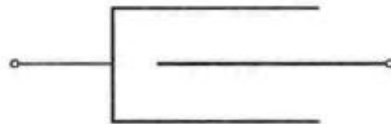
2.6 一电容器由三片面积都是 6.0cm^2 的锡箔构成,相邻两箔间的距离都是 0.10mm ,外边两箔片联在一起构成为一极,中间箔片作为另一极,如习题 2.6 图所示.

(1) 求电容 C ;

(2) 若在这电容器上加 220V 的电压,外箔片电势高于中间箔片,问外箔片和中间箔片上的面电荷密度各是多少?

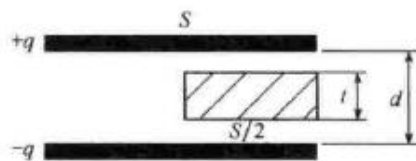


习题 2.5 图



习题 2.6 图

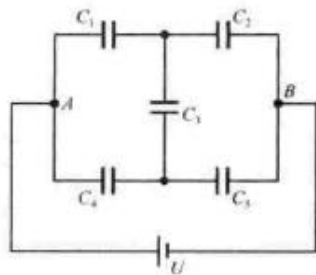
2.7 如习题 2.7 图所示,一平行板电容器中间插入一厚度为 t 的导体板,导体板的面积为电容器极板面积的一半.求插入后的电容值.



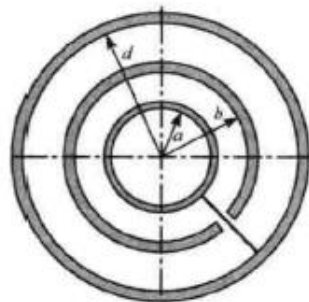
习题 2.7 图

2.8 有 5 个电容器,如习题 2.8 图所示方式连接, $C_1 = C_5 = 2\mu\text{F}$, $C_2 = C_3 = C_4 = 1\mu\text{F}$,并接到电压为 $U = 600\text{V}$ 的电源上,求每个电容器上的电压值.

2.9 如习题 2.9 图所示,三个共轴的金属圆筒,长度都是 l ,半径分别为 a 、 b 和 d ,里外两筒用导线联在一起作为一极,中间圆筒作为另一极.略去边缘效应.求电容 C .



习题 2.8 图



习题 2.9 图