

《电磁学与电动力学（上册）》2.18-2.21

其中 2.21 求两个电荷的受力，并说明是否相等
补充

高斯定理的应用

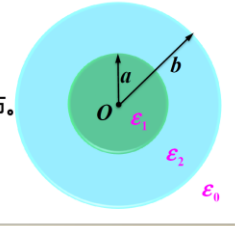
例：已知 球体： a, ϵ_1 ；均匀带电 Q_0 ；
球壳： b, ϵ_2 ；不带电；
球壳外：真空 ϵ_0 。

求电场、电位移、电势以及极化电荷分布。

- 对称性 $\rightarrow \vec{D} = D(r)\hat{r}$
- 选以 O 为球心、半径为 r 的球面为高斯面，由高斯定理得：

$$\vec{D} = \begin{cases} \frac{Q_0 \vec{r}}{4\pi a^3} & (r < a) \\ \frac{Q_0 \vec{r}}{4\pi r^3} & (r > a) \end{cases}$$

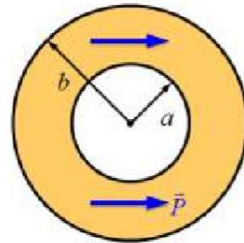
电位移与没有介质时完全一样：
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0 = \vec{D}_0$



Problem 1 (a) 设在半径为 a 和 b 的两个同心球壳之间充满均匀极化的介质，极化强度为 \vec{P} ，试求空间每一点的电场 $\vec{E}(\vec{r})$ ；

提示：利用课堂上得出的均匀极化介质球(半径为 R)的电场

$$\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} -\frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} & r < R \\ \frac{V}{4\pi\epsilon_0 r^3} [3(\vec{P} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{P}] & r > R \end{cases} \quad \text{where } V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

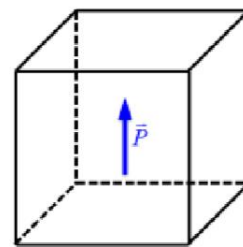


(b) 如果半径为 R 的球内充满极化介质，极化强度为 $\vec{P} = P_0 \hat{r}/r^2$ ，其中 P_0 为常数。试求空间各点的电位移矢量 $\vec{D}(\vec{r})$ 。

Problem 2 半径为 R 、相对介电常数为 ϵ_r 的介质球内分布有均匀的自由电荷 ρ_0 。

(a) 求极化强度 $\vec{P}(\vec{r})$ ；

(b) 求极化电荷分布，验证总的极化电荷是否与预期数值一致。



Problem 3 (请自行思考，不必写在作业本上) 图中所示为均匀极化的正方体介质，极化强度 \vec{P} 与其中一条边平行，试证明正方体中心的电场为 $\vec{E}(0) = -\vec{P}/3\epsilon_0$ (与均匀极化介质球在中心的电场相同)。

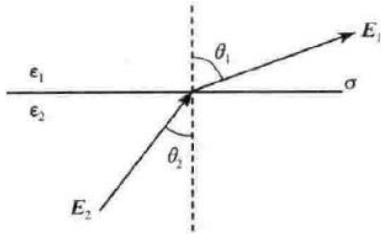
提示：最后利用立体角的定义简化计算。

Problem 4 (请自行思考，不必写在作业本上) 通常我们讲电场 $\vec{E} = \vec{F}_q/q$ ，即通过测量放在某个位置处的小电荷 q 受到的力 \vec{F}_q 来定义该处的电场强度。而为了避免对周围的物质产生极化或感应，会令检验电荷 $q \rightarrow 0$ 。但是，这样的实验实际上是不可行的。对于 \vec{E} 的更好的定义是利用 \vec{F}_q 以及放在同一位置的 $-q$ 受力 \vec{F}_{-q} ，即便周围有导体或者简单介质存在，这里也没必要令 $q \rightarrow 0$ 。试给出将 \vec{E} 与 \vec{F}_q 和 \vec{F}_{-q} 联系起来的表达式。

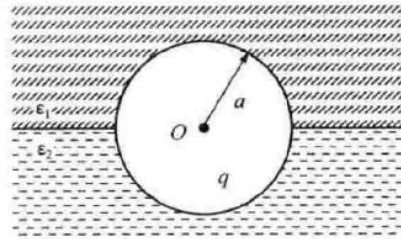
- 2.18 两介电常量分别为 ϵ_1 和 ϵ_2 的介质的接触面上有一层自由电荷, 面密度为 σ . 接触面两侧的电场强度分别为 E_1 和 E_2 , 与接触面法线的夹角分别是 θ_1 和 θ_2 , 如习题 2.18 图所示. 证明

$$\epsilon_2 \cot\theta_2 = \epsilon_1 \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_1 E_1 \cos\theta_1}\right) \cot\theta_1$$

- 2.19 如习题 2.19 图所示, 一导体球外充满两半无限电介质, 介电常量分别为 ϵ_1 和 ϵ_2 , 介质界面为通过球心的无限平面, 设导体球半径为 a , 总电荷为 q , 求空间电场分布和导体球表面的自由面电荷分布.



习题 2.18 图



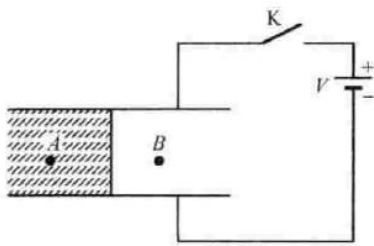
习题 2.19 图

- 2.20 把平行板电容器的两极板接到电源上(接通 K), 然后在电容器内左半区中放入介电常量为 ϵ 的电介质(见习题 2.20 图).

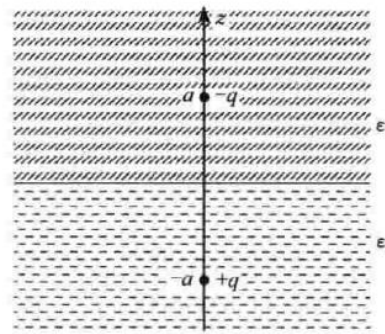
(1) 问 A、B 两点的场强哪个大? 各为没有介质时的多少倍?

(2) 如果在充电后, 先把电源断开(即断开 K), 再在左半区中放入介质, 电场强度如何变化?

- * 2.21 如习题 2.21 图所示, 整个空间以 $z=0$ 为界面, 上下分别充满介电常量为 ϵ_1 和 ϵ_2 的介质. 在 $z=a$ 处和 $z=-a$ 处分别放置电量为 $-q$ 和 $+q$ 的点电荷, 求 $-q$ 电荷受的作用力.



习题 2.20 图



习题 2.21 图