

电磁学 A 第一次作业

2022 年 2 月 24 日

1 证明矢量点乘定义的合理性（在正交坐标下不依赖于坐标系的选取）。

2 证明以下公式：

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C} = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{B} \cdot \vec{C})\vec{A} \quad (1)$$

$$\vec{A} = (\hat{n} \cdot \vec{A}) \cdot \hat{n} + (\hat{n} \times \vec{A}) \times \hat{n} \quad (2)$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C} = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} = \pm V \quad (3)$$

V 是矢量 $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ 张成的六面体的体积。

3 证明以下公式 (补充)：

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C}) \quad (4)$$

$$\vec{A} \times [\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})] = \vec{B}[\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})] - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D}) \quad (5)$$

$$[\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})] + [\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A})] + [\vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B})] = 0 \quad (6)$$

4 计算

分别计算 $\varphi = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 对 x, y, z 的偏导数。

5 证明:

$$\vec{r} \cdot d\vec{r} = r dr \quad (7)$$

6 证明:

矢量场:

$$\vec{F} = \frac{1}{r^2} \hat{r} \quad (8)$$

证明其散度为:

$$\nabla \cdot \vec{F} = 4\pi\delta(r) \quad (9)$$

7 计算

对于下列矢量场 $\vec{F}$, 计算 $\nabla \cdot \vec{F}$ 。

$$\vec{F} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad (10)$$

$$\vec{F} = -x\hat{x} - y\hat{y} - z\hat{z} \quad (11)$$

$$\vec{F} = \hat{y} \quad (12)$$

8 计算

对于下列矢量场 $\vec{F}$, 计算 $\nabla \times \vec{F}$ 。

$$\vec{F} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z} \quad (13)$$

$$\vec{F} = -y\hat{x} + x\hat{y} \quad (14)$$

$$\vec{F} = x\hat{y} \quad (15)$$

9 计算

$$\nabla(\varphi\phi)=? \quad (16)$$

$$\nabla \cdot (\varphi \vec{A})=? \quad (17)$$

$$\nabla \times (\varphi \vec{A})=? \quad (18)$$

$$\nabla(\vec{A} \cdot \vec{B})=? \quad (19)$$

$$\nabla \cdot (\vec{A} \times \vec{B})=? \quad (20)$$

$$\nabla \times (\vec{A} \times \vec{B})=? \quad (21)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \varphi)=? \quad (22)$$

$$\nabla \times (\nabla \varphi)=? \quad (23)$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A})=? \quad (24)$$

φ, ϕ 为标量场, $\vec{A}, \vec{B}$ 为矢量场。