

# 电磁学A第七次作业

2022年4月14日

## Question 1

如图，证明折射定律，并完成思考题。

### 3. 折射定律

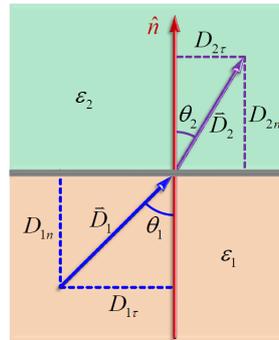
若两种简单介质的交界面上没有自由电荷分布，则有：

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{D_{1r}/D_{1n}}{D_{2r}/D_{2n}} = \frac{D_{1r}}{D_{2r}}$$

或者：

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{E_{1r}/E_{1n}}{E_{2r}/E_{2n}} = \frac{E_{2n}}{E_{1n}}$$

$$\rightarrow \frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$



思考：图中  $\epsilon_1 > \epsilon_2$ ，

(1)  $D_1$  和  $D_2$  哪个更大？

(2)  $E_1$  和  $E_2$  哪个更大？

## Question 2

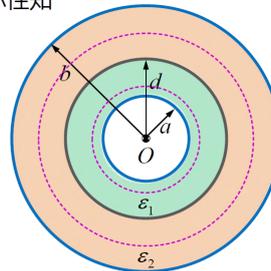
【例】球形电容器充满两种介质，分界面半径为  $d$ ，求电容。

【解】设内导体带电为  $Q_0$ 。由对称性知

$$\vec{D}(\vec{r}) = D(r)\hat{r}$$

选以  $O$  为球心、半径为  $r$  的球面为高斯面，由高斯定理得：

$$\vec{D} = \begin{cases} \frac{Q_0}{4\pi r^2} \hat{r}, & a < r < b \\ 0, & r < a \text{ or } r > b \end{cases}$$

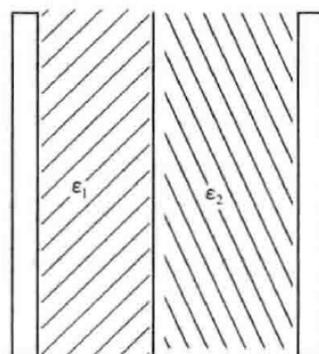


【注】电位移与无介质时相同： $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0 = \vec{D}_0$

## Question 3

课后习题2.12-2.21

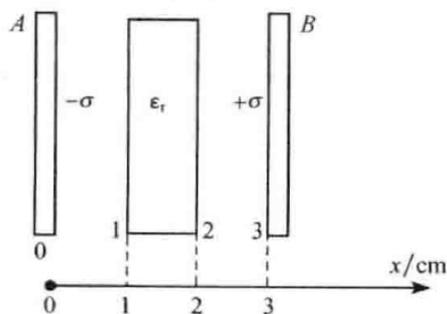
- 2.12 如习题 2.12 图所示,一平行板电容器两极板的面积都是  $2.0\text{m}^2$ ,相距为  $5.0\text{mm}$ . 两板加上  $10^4\text{V}$  电压后,撤去电源,再在其间填满两层均匀介质,一层厚  $2.0\text{mm}$ ,相对介电常量为  $\epsilon_{r1} = \epsilon_1/\epsilon_0 = 5.0$ ;另一层厚  $3.0\text{mm}$ , $\epsilon_{r2} = \epsilon_2/\epsilon_0 = 2.0$ . 略去边缘效应.



习题 2.12 图

- (1) 求各介质中电极化强度  $\mathbf{P}$  的大小;
  - (2) 当电容器紧靠介质 2 的极板接地(即电势为零)时,另一极板(正极板)的电势是多少? 两介质接触面上的电势是多少?
- 2.13 圆柱电容器是由半径为  $R_1$  的直导线和与它同轴的导体圆筒构成,圆筒内半径为  $R_2$ ,长为  $l$ ,其间充满了介电常量为  $\epsilon$  的介质. 设沿轴线单位长度上,导线带电量为  $\lambda_0$ ,圆筒带电量为  $-\lambda_0$ . 略去边缘效应,求:
- (1) 介质中的电场强度  $\mathbf{E}$ 、电位移矢量  $\mathbf{D}$ 、极化强度  $\mathbf{P}$ 、极化电荷体密度  $\rho'$  和介质表面的极化电荷面密度  $\sigma'$ ;
  - (2) 两极板的电势差  $U$ ;
  - (3) 电容  $C$ .
- 2.14 半径为  $a, b (a < b)$  的同心导体球壳之间充满非均匀介质,介电常量为  $\epsilon = \epsilon_0 / (1 + kr)$ ,其中  $k$  为常数,  $r$  为径向距离. 内球壳表面有电荷  $Q$ ,外球壳接地. 计算
- (1) 系统的电容;
  - (2) 介质内的极化电荷密度;
  - (3) 球面上极化电荷面密度.
- 2.15 有一半半径为  $R$  的金属球,外面包有一层相对介电常量为  $\epsilon_r = 2$  的均匀电介质,壳内外半径分别为  $R$  和  $2R$ ,介质内均匀分布着电量为  $q_0$  的自由电荷,金属球接地. 求介质球壳外表面的电势.

- 2.16 平行板电容器两极板相距  $3.0\text{cm}$ ,其间放有一层相对介电常量为  $\epsilon_r = 2$  的介质,位置与厚度如习题 2.16 图所示. 已知极板上电荷密度为  $\sigma = 8.85 \times 10^{-10}\text{C} \cdot \text{m}^{-2}$ ,略去边缘效应,求:



习题 2.16 图

- (1) 极板间各处  $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{D}$  的值;
  - (2) 极板间各处的电势(设 A 板的电势  $V_A = 0$ ).
- 2.17 球形电容器由半径为  $R_1$  的导体和与它同心的导体球壳构成,壳的内半径为  $R_2$ ,其间有两层均

匀介质,分界面的半径为  $r$ ,内、外层介质的介电常量分别为  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$ .

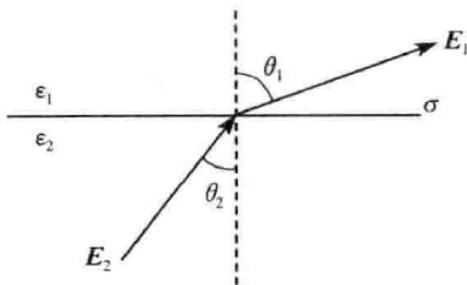
(1) 求电容  $C$ ;

(2) 当内球带电荷  $-Q$  时,求介质表面上极化电荷的面密度.

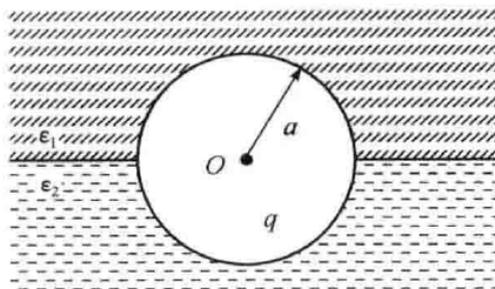
- 2.18 两介电常量分别为  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  的介质的接触面上有一层自由电荷,面密度为  $\sigma$ .接触面两侧的电场强度分别为  $E_1$  和  $E_2$ ,与接触面法线的夹角分别是  $\theta_1$  和  $\theta_2$ ,如习题 2.18 图所示.证明

$$\epsilon_2 \cot\theta_2 = \epsilon_1 \left(1 - \frac{\sigma}{\epsilon_1 E_1 \cos\theta_1}\right) \cot\theta_1$$

- 2.19 如习题 2.19 图所示,一导体球外充满两半无限电介质,介电常量分别为  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$ ,介质界面为通过球心的无限平面.设导体球半径为  $a$ ,总电荷为  $q$ ,求空间电场分布和导体球表面的自由面电荷分布.



习题 2.18 图



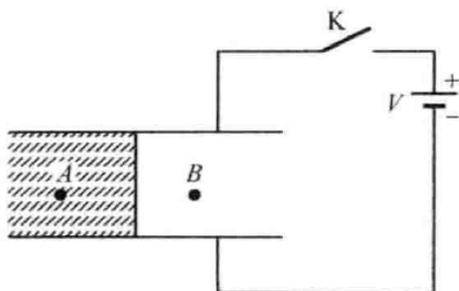
习题 2.19 图

- 2.20 把平行板电容器的两极板接到电源上(接通  $K$ ),然后在电容器内左半区中放入介电常量为  $\epsilon$  的电介质(见习题 2.20 图).

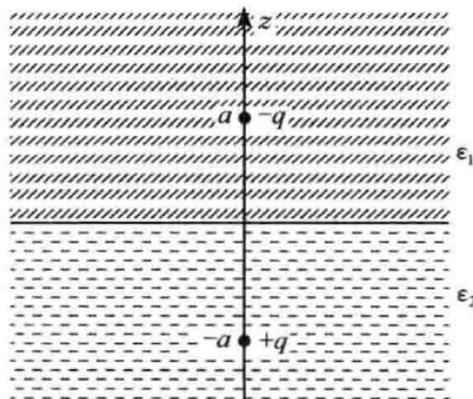
(1) 问  $A$ 、 $B$  两点的场强哪个大? 各为没有介质时的多少倍?

(2) 如果在充电后,先把电源断开(即断开  $K$ ),再在左半区中放入介质,电场强度如何变化?

- \* 2.21 如习题 2.21 图所示,整个空间以  $z=0$  为界面,上下分别充满介电常量为  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  的介质.在  $z=a$  处和  $z=-a$  处分别放置电量为  $-q$  和  $+q$  的点电荷,求  $-q$  电荷受的作用力.



习题 2.20 图



习题 2.21 图