

电磁学A第十次作业

2022年5月5日

Question 1

【例】试求长为 L 、载有电流 I 的一段直导线在距离导线 s 处的磁场。

【解】 $\vec{B} = \hat{\phi} \frac{\mu_0 I}{4\pi s} \int_{A_1}^{A_2} \frac{\sin \theta dl'}{R^2}$

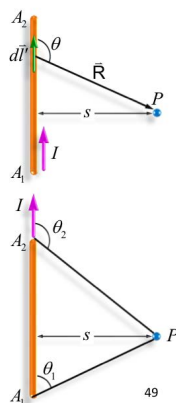
由于

$$l' = -s \cot \theta \Rightarrow dl' = \frac{s}{\sin^2 \theta} d\theta$$

因此

$$\vec{B} = \hat{\phi} \frac{\mu_0 I}{4\pi s} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \hat{\phi} \frac{\mu_0 I}{4\pi s} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$



无限长载流直导线的磁感应强度

Question 2

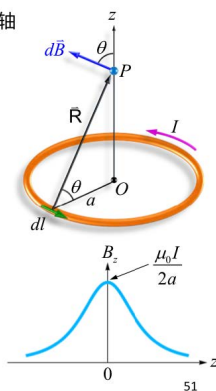
【例】试求半径为 a 的圆环电流 I 在轴线上距离圆心为 z 的 P 点的磁场。

【解】由对称性知对称轴上磁场只有 z 分量，因此：

$$\vec{B} = B\hat{z} = \hat{z} \oint_C dB \cos \theta$$

$$= \hat{z} \frac{\mu_0 I \cos \theta}{4\pi R^2} \oint_C dl$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I a^2}{2R^3} \hat{z} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(z^2 + a^2)^{3/2}} \hat{z}$$

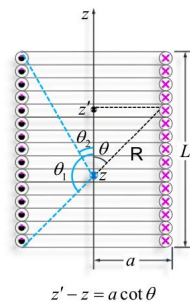


Question 3

【例】试求长为 L 、半径为 a 的载流密绕螺旋管轴线上的磁场。设单位长度上的匝数为 n ，每匝线圈中的电流强度为 I 。

【解】面电流密度为 $K = nI$ ， z' 处圆电流 $dI' = nI dz'$ 在 z 处产生的磁场为

$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu_0 a^2 dI'}{2R^3} = \frac{\mu_0 n I a^2 dz'}{2R^3} \\ &= -\frac{\mu_0 n I}{2} \sin \theta d\theta \\ &= \frac{\mu_0 n I}{2} d \cos \theta \\ \Rightarrow B &= \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \end{aligned}$$



55

Question 4

【例】试求截面均匀的无限长密绕螺线管的磁感应强度。设单位长度线圈的匝数为 n ，每匝线圈中的电流强度为 I 。

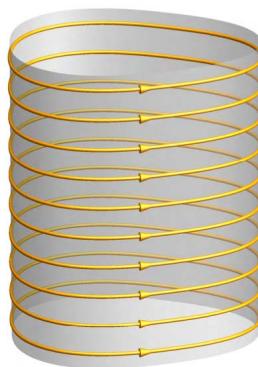
【解】由对称性知，柱坐标系下

$$\vec{B} = B(s, \phi, z) \hat{z}$$

只需计算 xy 平面上任一点处的磁感应强度即可：

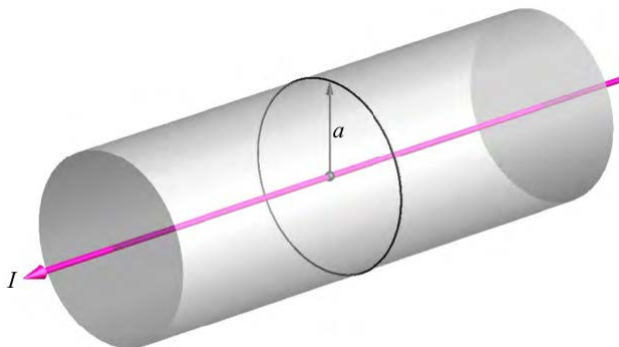
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{\vec{K} \times \vec{R}}{R^3} dS$$

其中，面电流密度 $\vec{K} = nI$ 。计算时只需保留被积函数中平行于 z 轴的分量即可。



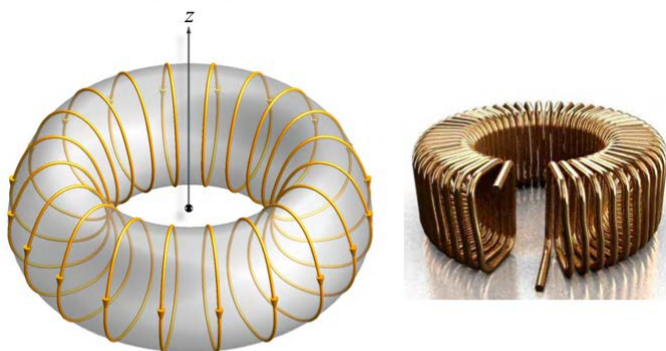
Question 5

【例】一圆形的直导线，截面半径 a ，电流 I 均匀地流过导体的截面，求导线内外的磁场分布。



Question 6

【例】试求截面均匀的密绕螺绕管 (Toroidal solenoid) 的磁场。设总匝数为 N ，每匝线圈中的电流强度为 I 。



【注】在到对称轴不同距离处，单位长度的匝数不同，因而螺绕管表面的面电流并不均匀，内侧面电流密度更大。

18

Question 7

【例】电流均匀地通过无限大的平面导体薄板，求空间的磁感应强度。面电流密度设为 K 。

【解】如图建立坐标系 (y 轴正向为电流方向)。

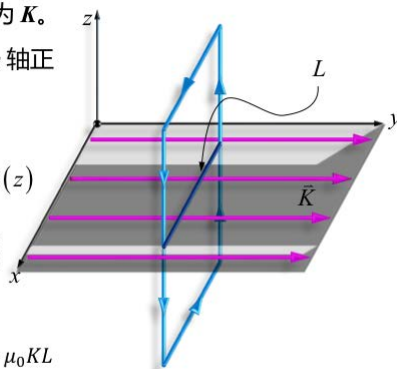
由对称性，有

$$\vec{B} = B(z)\hat{x}, \quad B(-z) = -B(z)$$

选择上下底边平行于 x 轴、且关于 xy 平面对称的矩形回路，由安培环路定理有

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2B(z) \cdot L = \mu_0 K L$$

$$\Rightarrow B(z) = \frac{1}{2} \mu_0 K$$



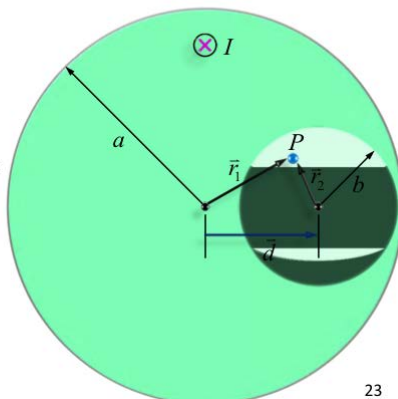
21

Question 8

【例】在半径为 a 的圆柱形长直导线中挖有一个半径为 b 的空管部分 ($a > 2b$)，两轴线平行，相距为 d ，当电流仍均匀分布在管的截面上且电流强度为 I 时，求空管内的磁感应强度。

【解】空管的存在使电流分布失去对称性，采用“填补法”将空管部分等效于同时存在电流密度为 $+j$ 和 $-j$ 的电流，因二空间任一点的电场由二个圆柱形长直导线的磁场叠加而成。

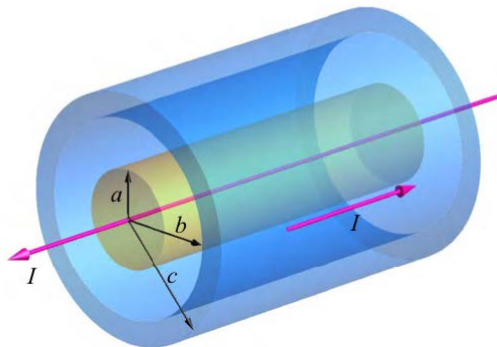
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$



23

Question 9

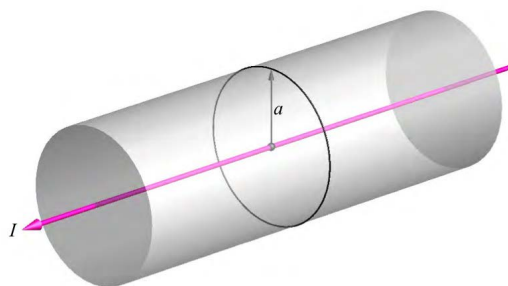
【例】一同轴电缆，中心是半径为 a 的圆柱形导线，外部是内半径为 b 、外半径为 c 的圆筒，内外导体电流相向流动，电流强度为 I ，求各个区域的磁场。



25

Question 10

【例】一圆形的直导线，截面半径 a ，电流 I 均匀地流过导体的截面。试求磁矢势。



44

Question 11

【例】求均匀磁场 B_0 的矢量势。

【例】无限长直导线通有稳恒电流 I ，试求磁矢势。

【例】试求无限长圆截面螺线管的矢量势。

【例】试求载流线圈在远离线圈的任一点 P 处产生的 B 。

Question 12

课本习题：5.2、5.4、5.5、5.8、5.9、5.12、5.15、5.16、5.17