作业 8

1. 设 A 是一个 $n \times m$ 实数矩阵，证明 $C(A) = C(AA^\top)$。

2. 设 A 是一个 $n \times m$ 实数矩阵，$\mathbf{x} \in R^m$, 证明 $A\mathbf{x} = 0 \Leftrightarrow A^\top A\mathbf{x} = 0$.

3. 设 A 是一个 $n \times m$ 实数矩阵, 证明 $A(A^\top A)^- A^\top A = A$，其中 $(A^\top A)^-$ 为 $A^\top A$ 的任一广义逆。

4.（选）通常，正交矩阵的定义如下

   “如果一个 n 阶实方阵 A 满足 $A^\top A = I_n$ 且 $AA^\top = I_n$, 则 A 称为是一个正交矩阵.”

   事实上，该定义中的两个条件有一个是多余的。试证明如下事实：

   “若 A 是一个 $n \times n$ 实方阵，假设 $A^\top A = I_n$, 则必有 $AA^\top = I_n$”。