



第六章 信号的运算和处理

郭圆月

2024年12月10日





目录

§6.1 基本运算电路

§6.2 模拟乘法器及其在运算电路中的应用

§6.3 有源滤波电路

§6.4 电子信息系统预处理中所用放大电路





§ 6.1 基本运算电路

- 集成运放的应用首先表现在它能够构成各种运算电路上。
- 在运算电路中，集成运放必须工作在线性区，在深度负反馈条件下，利用反馈网络能够实现各种数学运算。
- 基本运算电路包括：

比例、加减、积分、微分、对数、指数、乘除





§ 6.1.1 基本运算电路概述

■ 研究的 问题

- (1) 运算电路：运算电路输出电压是输入电压某种运算的结果，如加、减、乘、除、乘方、开方、积分、微分、对数、指数等。
- (2) 描述方法：运算关系式 $u_O = f(u_I)$
- (3) 分析方法：“虚短”和“虚断”是基本出发点。

■ 学习运算电路的基本要求

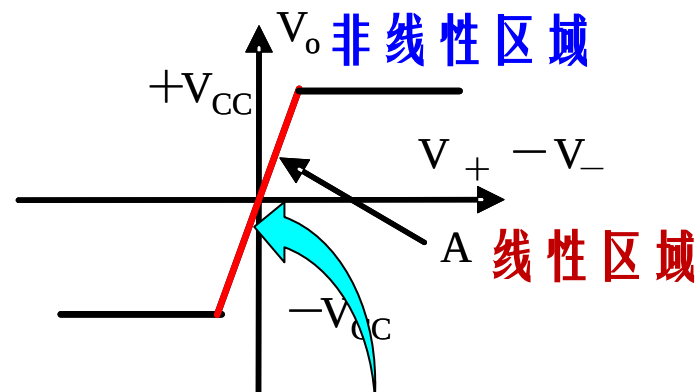
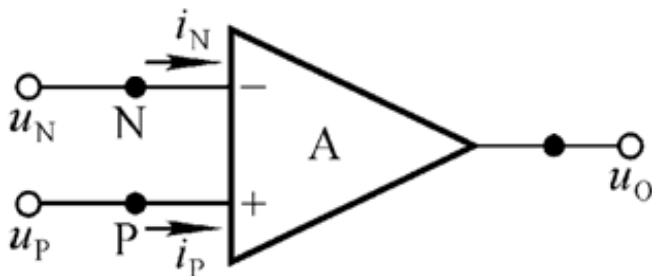
- (1) 识别电路；
- (2) 掌握输出电压和输入电压运算关系式的求解方法。





§ 6.1.1 集成运放的电压传输特性

■ 差模电压传输特性



➤ 工作区：

线性区：
$$\begin{cases} V_o = A_{od} (V_+ - V_-) \leftarrow \text{差模放大} \\ |V_o| < V_{CC} \end{cases}$$

饱和区：
$$\begin{cases} V_+ > V_- \Rightarrow V_o = +V_{CC} \\ V_+ < V_- \Rightarrow V_o = -V_{CC} \end{cases}$$

非常小





§ 6.1.1 集成运放的理想模型

1. 理想运放的参数特点

a) A_{od} 、 r_{id} 、 f_H 、 $CMRR$ 均为 ∞ ；输出 r_o 为 0。

b) 输入失调电压 V_{os} ：零输入时，非零输出。

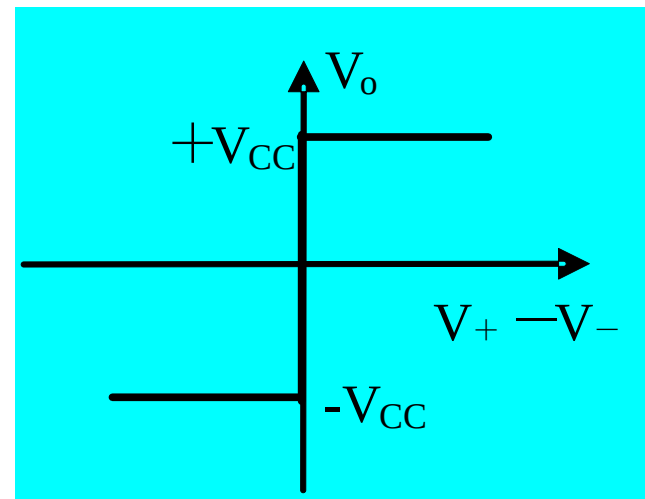
非零输出电压折合（除以电压增益）到输入端的电压； $V_{os}=0$

c) 输入失调电流 I_{os} ：零输入时，两个输入端

基极偏置电流之差。 $I_{os}=|I_{B+}-I_{B-}|=0$

d) 温漂、噪声均为 0。

理想化处理



线性工作范围： $V_+ = V_-$

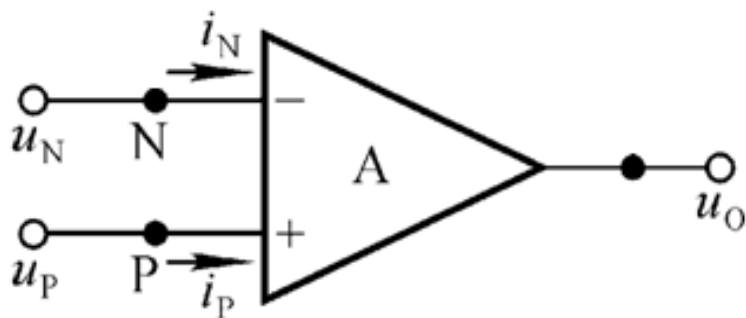
即没有线性工作区





§ 6.1.1 集成运放的理想模型

2. 理想运放的分析方法：

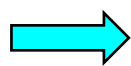


因为 u_O 为有限值， $A_{od} = \infty$ ，所以
 $u_N - u_P = 0$ ，即

$u_N = u_P$虚短路

因为 $r_{id} = \infty$ ，所以

$i_N = i_P = 0$虚断路



线性运放应用电路分析出发点！



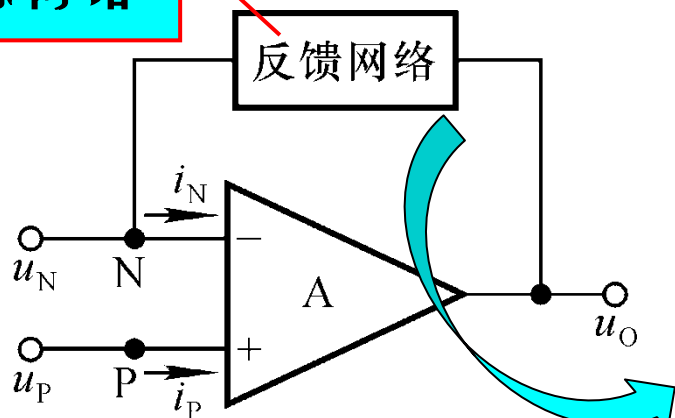


§ 6.1.1 集成运放的电压传输特性

■ **电路特征**：引入电压负反馈。

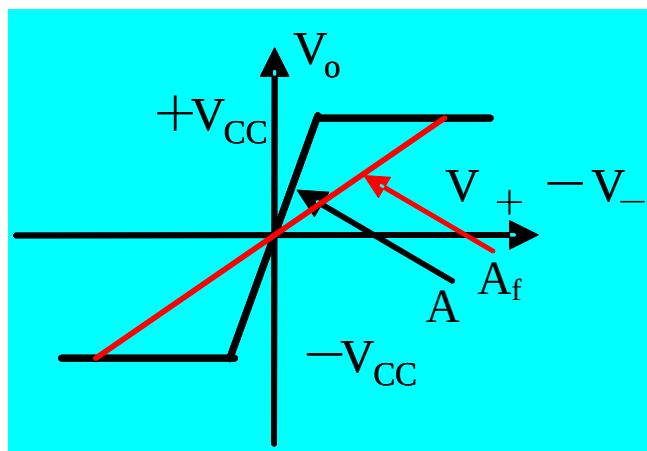
➤ 集成运放增益较高，线性区差模输入电压动态范围极小，不能**开环直接使用**，必须外加**负反馈网络**构成闭环系统，才能实现对集成运放的线性应用；

无源网络



开环应用呢？

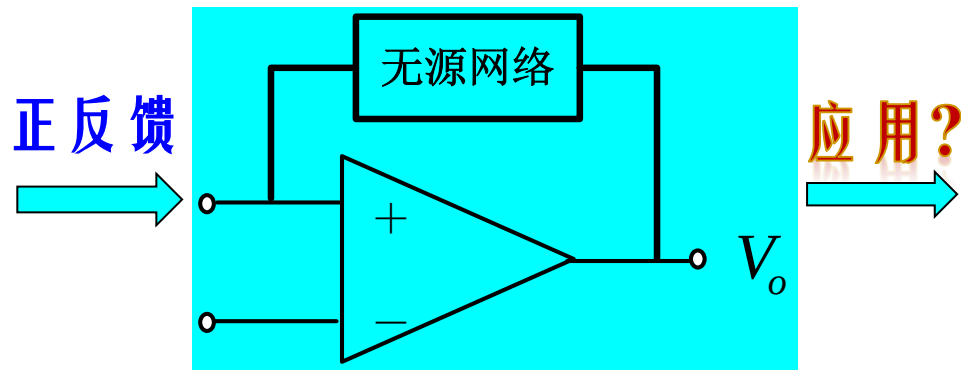
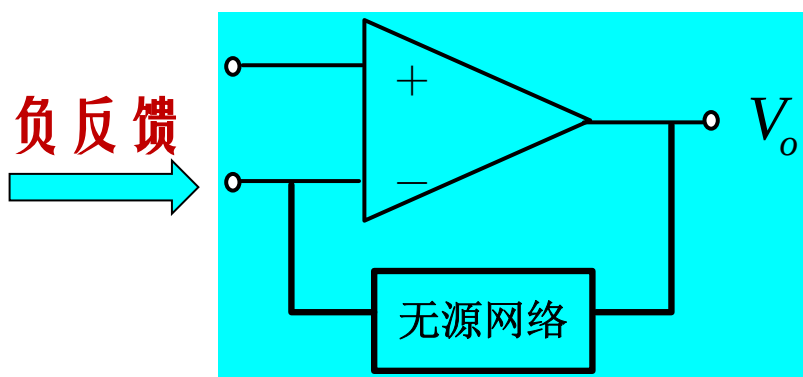
负反馈展宽线性区





§ 6.1.1 理想运放反馈极性判断

- **负反馈**：通过无源网络连接理想运放的输出和**反相输入端**；
- **正反馈**：通过无源网络连接理想运放的输出和**同相输入端**；



深度负反馈放大器：集成运放工作在线性区时，满足深度负反馈条件，则利用反馈网络能够实现各种数学运算；





§ 6.1.2 比例运算电路

1、反相比例运算电路

反相输入

$$i_N = i_P = 0 \quad \text{-- 虚断}$$

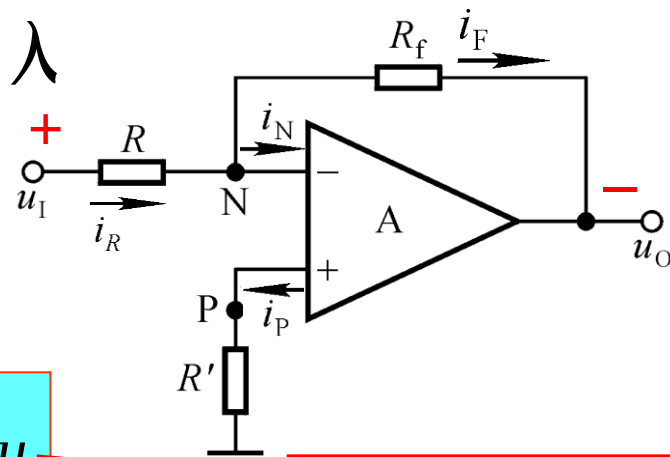
$$u_N = u_P = 0 \quad \text{-- 虚短、虚地}$$

在节点N:

$$i_F = i_R = \frac{u_I}{R}$$

$$u_O = -i_F R_f = -\frac{R_f}{R} \cdot u_I$$

反相比例运算



1) 电路引入了哪种组态的负反馈？有无共模信号？电压并联负反馈

1) 电路的输入、输出电阻为多少？

3) $R' = ?$ 为什么？ $R' = R // R_f$

保证输入级的对称性

4) 若要 $R_i = 100k\Omega$ ，比例系数为 -100 ， $R = ?$ $R_f = ?$

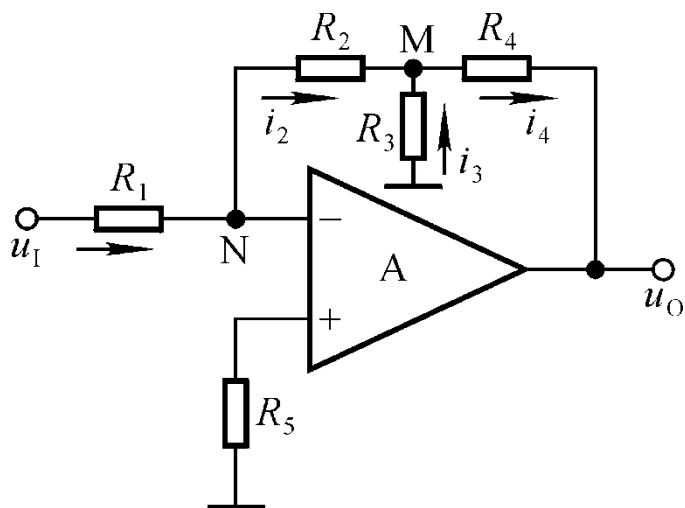
R_f 太大，噪声大。如何利用相对小的电阻获得 -100 的比例系数？





1. T形反馈网络反比例运算电路

■ 利用 R_4 中有较大电流来获得较大数值的比例系数。



$$i_2 = i_1 = \frac{u_I}{R_1}$$

$$u_M = -\frac{R_2}{R_1} \cdot u_I$$

$$u_O = u_M - (i_2 + i_3)R_4 \quad i_3 = -\frac{u_M}{R_3}$$

$$u_O = -\frac{R_2 + R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2 // R_4}{R_3}\right) \cdot u_I$$

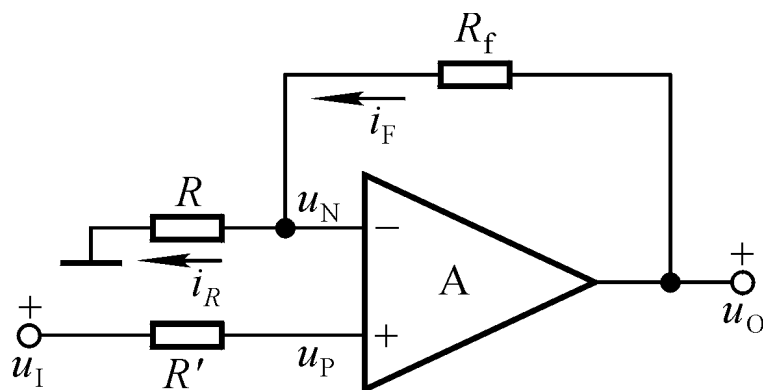
若要求 $R_i = 100\text{k}\Omega$ ，则 $R_1 = ?$

若比例系数为 -100 ， $R_2 = R_4 = 100\text{k}\Omega$ ，则 $R_3 = ?$





2. 同相比例运算



同相比例运算

$$\begin{aligned} u_N &= u_P = u_I \\ u_O &= \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot u_N \\ u_O &= \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot u_I \end{aligned}$$

1) 电路引入了哪种组态的负反馈?

电压串联负反馈

2) 输入电阻为多少?

3) 电阻 $R' = ?$ 为什么? $R' = R \parallel R_f$

4) 共模抑制比 $K_{CMR} \neq \infty$ 时会影响运算精度吗? 为什么?

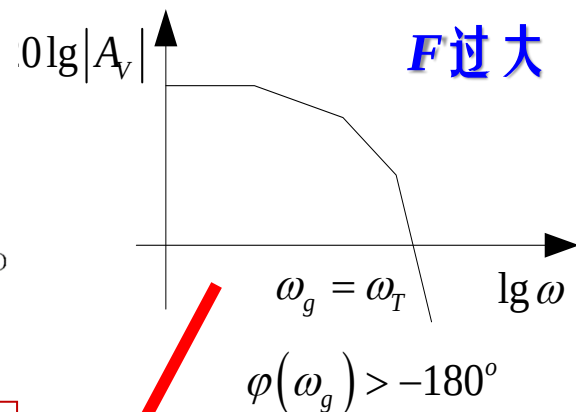
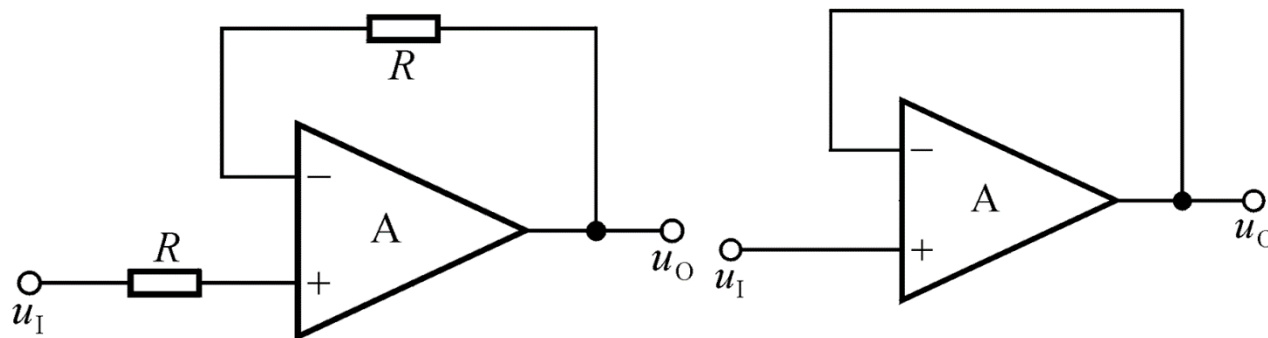
运算关系的分析方法: 虚短+虚断+节点电流法





2. 特例：电压跟随器

■ 同相输入比例运算电路的特例：全反馈电路



$$u_O = u_N = u_P = u_I$$

单位增益电路： $A_v=1$

1) $\dot{F} = ?$

2) $R_i = ? R_o = ?$

3) $u_{Ic} = ?$

$$\begin{cases} F = 1 \\ R_i = \infty \\ R_o = 0 \\ u_{Ic} = u_I \end{cases}$$

该电路很容易满足自激振荡的幅度和相位条件，需加相位补偿以防自激！

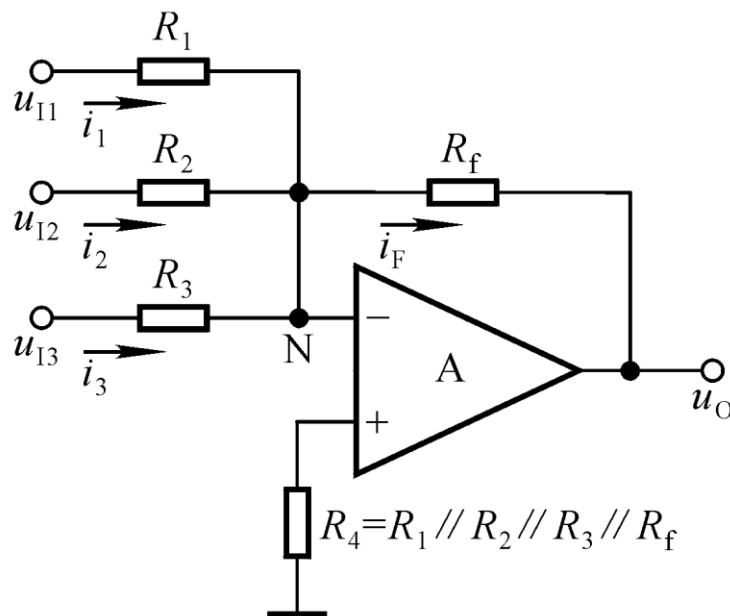




§ 6.1.3 加减运算电路

1. 反相求和

方法一：节点电流法



外电阻平衡条件必不可少？

$$u_N = u_P = 0$$

$$i_F = i_{R1} + i_{R2} + i_{R3}$$

$$= \frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3}$$

约束条件？

$$u_O = -i_F R_f = -R_f \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right)$$

该电路实现了对多路输入信号的反相比例相加，比例系数可由各电阻决定

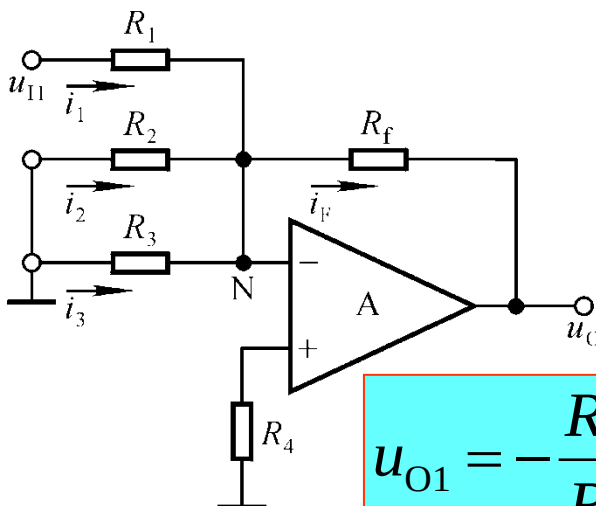
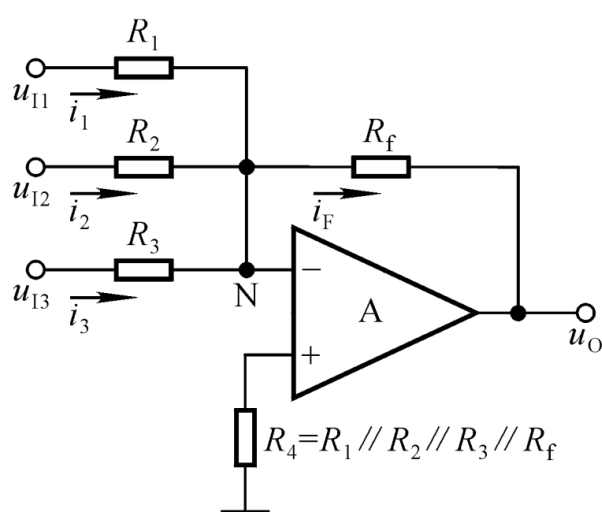




1. 反相求和

方法二：利用叠加原理

首先求解每个输入信号单独作用时的输出电压，然后将所有结果相加，即得到所有输入信号同时作用时的输出电压。



$$u_{O1} = -\frac{R_f}{R_1} \cdot u_{I1}$$

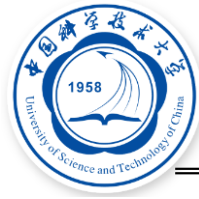
同理可得

$$u_{O2} = -\frac{R_f}{R_2} \cdot u_{I2}$$

$$u_{O3} = -\frac{R_f}{R_3} \cdot u_{I3}$$

$$u_O = u_{O1} + u_{O2} + u_{O3} = -\frac{R_f}{R_1} \cdot u_{I1} - \frac{R_f}{R_2} \cdot u_{I2} - \frac{R_f}{R_3} \cdot u_{I3}$$

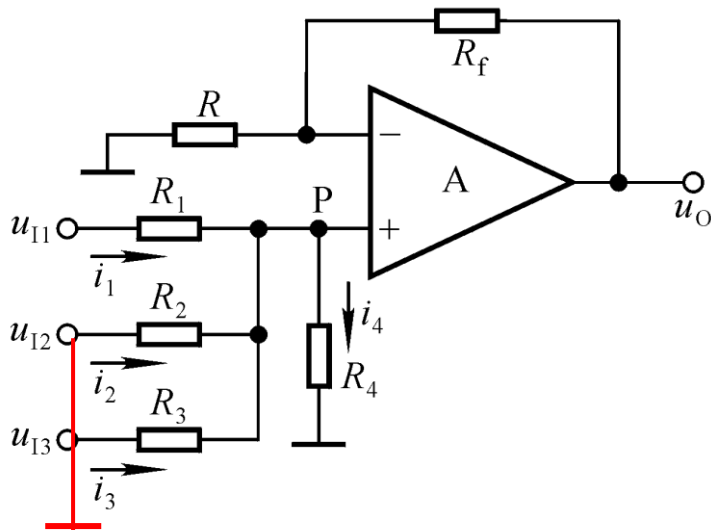




2. 同相求和

设 $R_1 // R_2 // R_3 // R_4 = R // R_f$ 利用叠加原理求解：

令 $u_{I2} = u_{I3} = 0$ ，求 u_{I1} 单独作用时的输出电压



$$u_{O1} = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \cdot \frac{R_2 // R_3 // R_4}{R_1 + R_2 // R_3 // R_4} \cdot u_{I1}$$

同理可得， u_{I2} 、 u_{I3} 单独作用时的 u_{O2} 、 u_{O3} ，形式与 u_{O1} 相同， $u_O = u_{O1} + u_{O2} + u_{O3}$ 。物理意义清楚，计算麻烦！

在求解运算电路时，应选择合适的方法，使运算结果简单明了，易于计算。

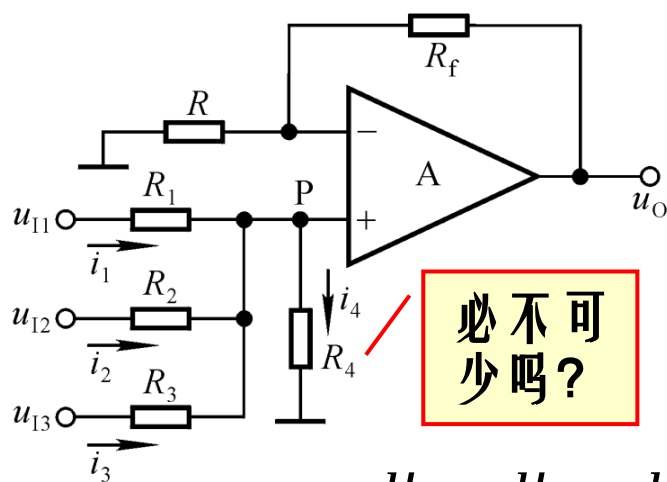




2. 同相求和

设 $R_1 // R_2 // R_3 // R_4 = R // R_f$

$$i_1 + i_2 + i_3 = i_4$$



$$\frac{u_{I1} - u_P}{R_1} + \frac{u_{I2} - u_P}{R_2} + \frac{u_{I3} - u_P}{R_3} = \frac{u_P}{R_4}$$

$$\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) u_P$$

$$u_P = R_P \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right) \quad (R_P = R_1 // R_2 // R_3 // R_4)$$

$$u_O = \left(1 + \frac{R_f}{R} \right) \cdot u_P = \frac{R + R_f}{R} \cdot R_P \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right) \cdot \frac{R_f}{R_f}$$

$$u_O = R_f \cdot \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right)$$

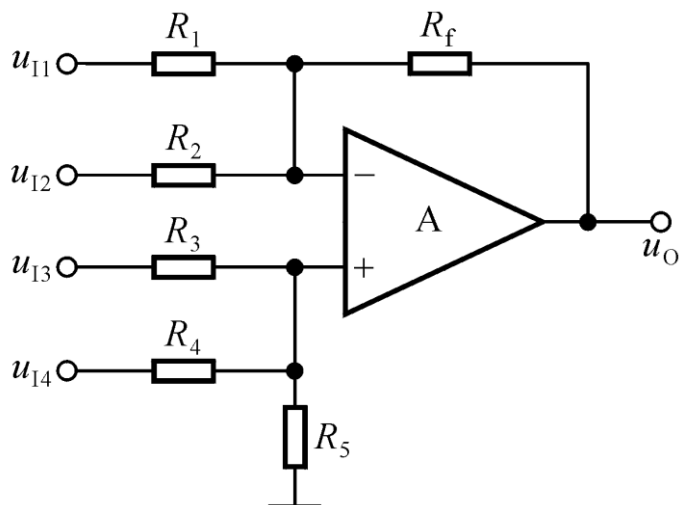
与反相求和运算电路的结果差一负号





3. 加减运算

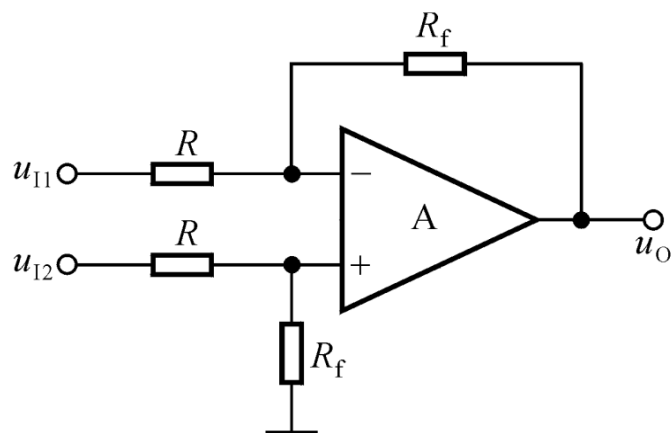
利用求和运算电路的分析结果 设 $R_1 // R_2 // R_f = R_3 // R_4 // R_5$



利用叠加原理

$$u_O = R_f \cdot \left(\frac{u_{I3}}{R_3} + \frac{u_{I4}}{R_4} - \frac{u_{I1}}{R_1} - \frac{u_{I2}}{R_2} \right)$$

若 $R_1 // R_2 // R_f \neq R_3 // R_4 // R_5$, $u_O = ?$



$$u_O = \frac{R_f}{R} \cdot (u_{I2} - u_{I1})$$

实现了差分
放大电路

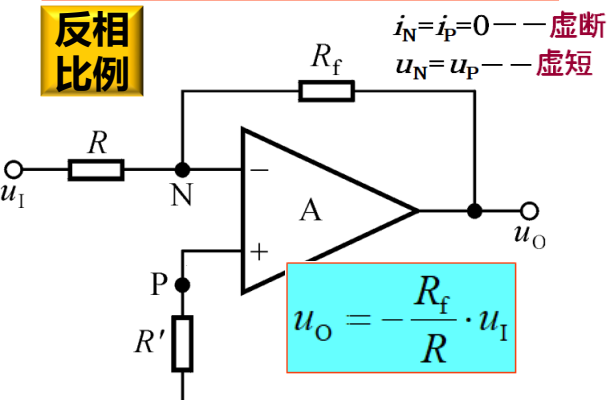




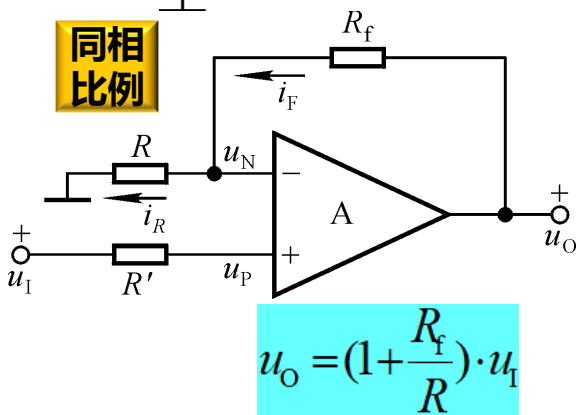
回顾：基本运算电路

比例运算电路

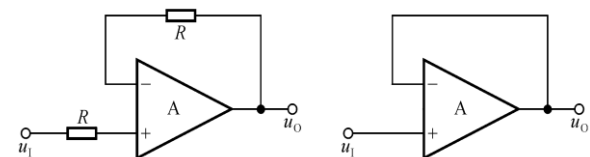
反相比例



同相比例

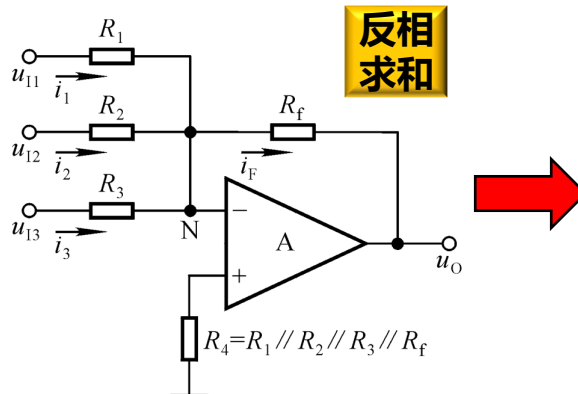


特例：电压跟随器



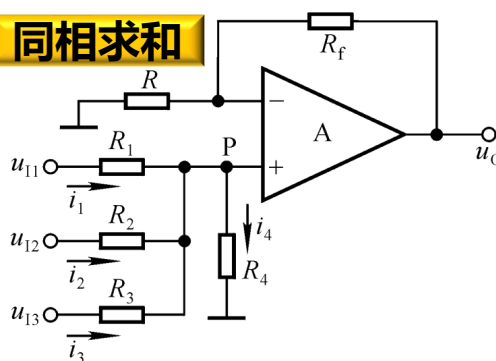
求和运算电路

反相求和



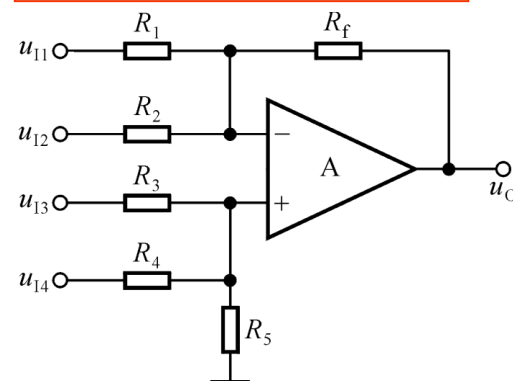
$$u_O = -R_f \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right)$$

同相求和



$$u_O = R_f \cdot \left(\frac{u_{I1}}{R_1} + \frac{u_{I2}}{R_2} + \frac{u_{I3}}{R_3} \right)$$

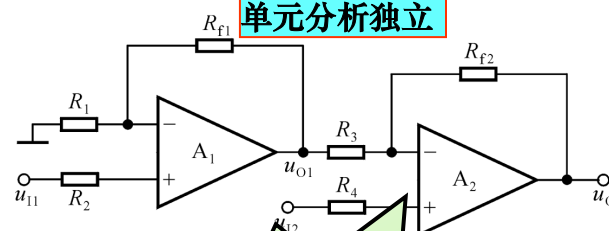
加减运算电路



$$u_O = R_f \cdot \left(\frac{u_{I3}}{R_3} + \frac{u_{I4}}{R_4} - \frac{u_{I1}}{R_1} - \frac{u_{I2}}{R_2} \right)$$

多级运算电路

单元分析独立



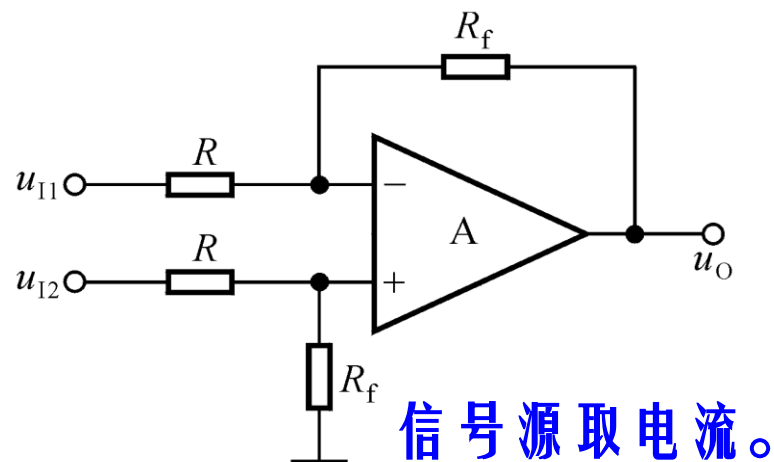
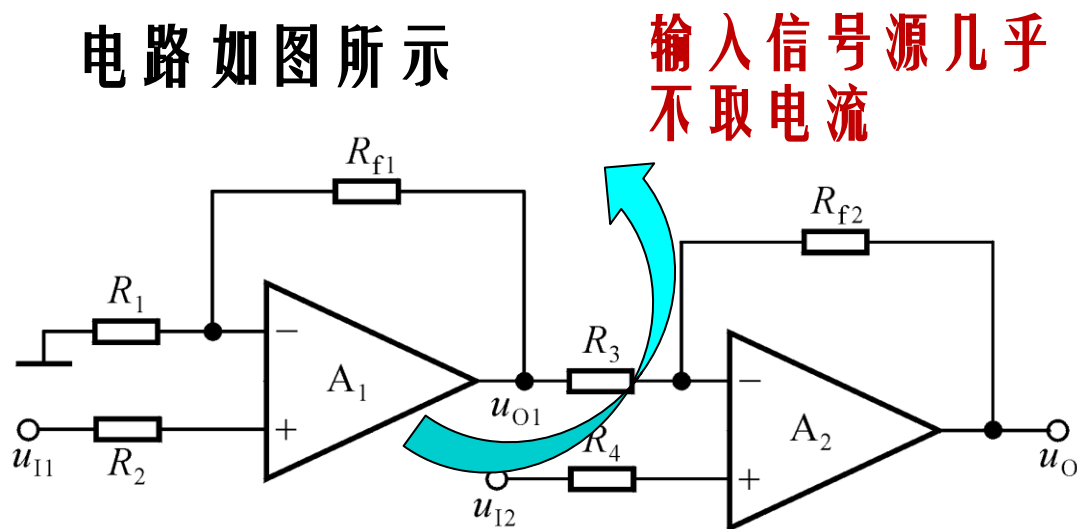
积分、微分、指数
对数、乘除分析





讨论一

电路如图所示



(1) 组成哪种基本运算电路？与用一个运放组成的完成同样运算的电路的主要区别是什么？

(2) 为什么在求解第一级电路的运算关系时可以不考虑第二级电路对它的影响？

第一级是第二级的理想电压源。





例题

例：理想运放电路如图所示，当 $V_i = 1V$ ，求 V_o 。

解：1) 运放状态分析：

⇒ 两运放工作于线性区

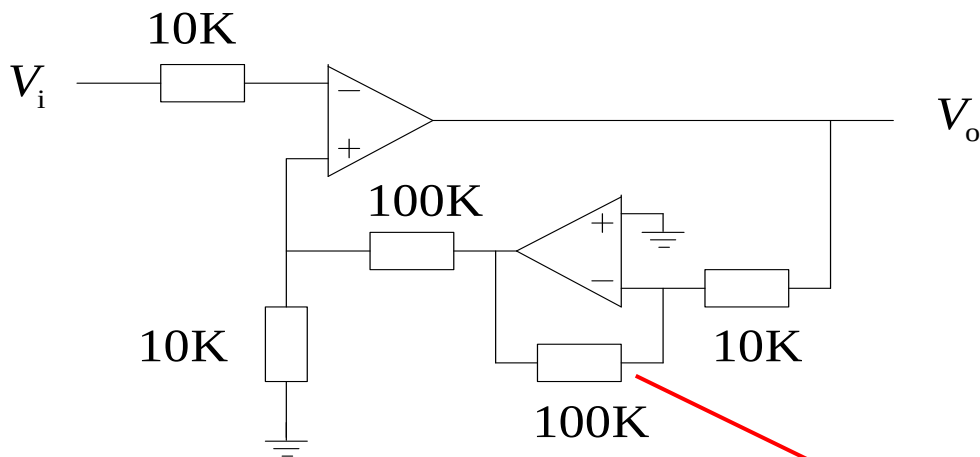
⇒ 电压串联负反馈

2) $V_i = V_N = V_P$

$$V_P = -V_o \cdot \frac{100}{10} \cdot \frac{10}{100 + 10} = -V_o \cdot \frac{10}{11} = V_i$$

$$\Rightarrow V_o = -1.1V$$

先反相比例再分压



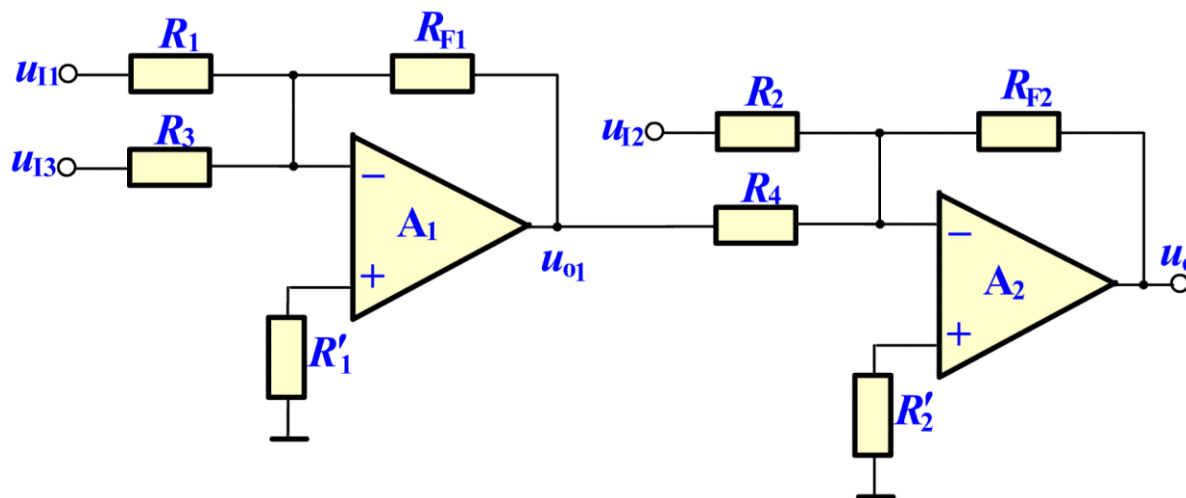
反相比例





例题

例：用集成运放实现以下运算关系 $u_O = 0.2u_{I1} - 10u_{I2} + 1.3u_{I3}$



解： $u_{O1} = -\left(\frac{R_{F1}}{R_1} u_{I1} + \frac{R_{F1}}{R_3} u_{I3}\right) = -(0.2u_{I1} + 1.3u_{I3})$

$$u_O = -\left(\frac{R_{F2}}{R_4} u_{O1} + \frac{R_{F2}}{R_2} u_{I2}\right) = -(u_{O1} + 10u_{I2})$$





例题

$$u_{O1} = -\left(\frac{R_{F1}}{R_1} u_{I1} + \frac{R_{F1}}{R_3} u_{I3}\right) = -(0.2u_{I1} + 1.3u_{I3})$$

$$u_O = -\left(\frac{R_{F2}}{R_4} u_{O1} + \frac{R_{F2}}{R_2} u_{I2}\right) = -(u_{O1} + 10u_{I2})$$

比较得： $\frac{R_{F1}}{R_1} = 0.2$ ， $\frac{R_{F1}}{R_3} = 1.3$ ， $\frac{R_{F2}}{R_4} = 1$ ， $\frac{R_{F2}}{R_2} = 10$

选 $R_{F1} = 20 \text{ k}\Omega$ ，得： $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ ， $R_3 = 15.4 \text{ k}\Omega$ ；

选 $R_{F2} = 100 \text{ k}\Omega$ ，得： $R_4 = 100 \text{ k}\Omega$ ， $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ 。

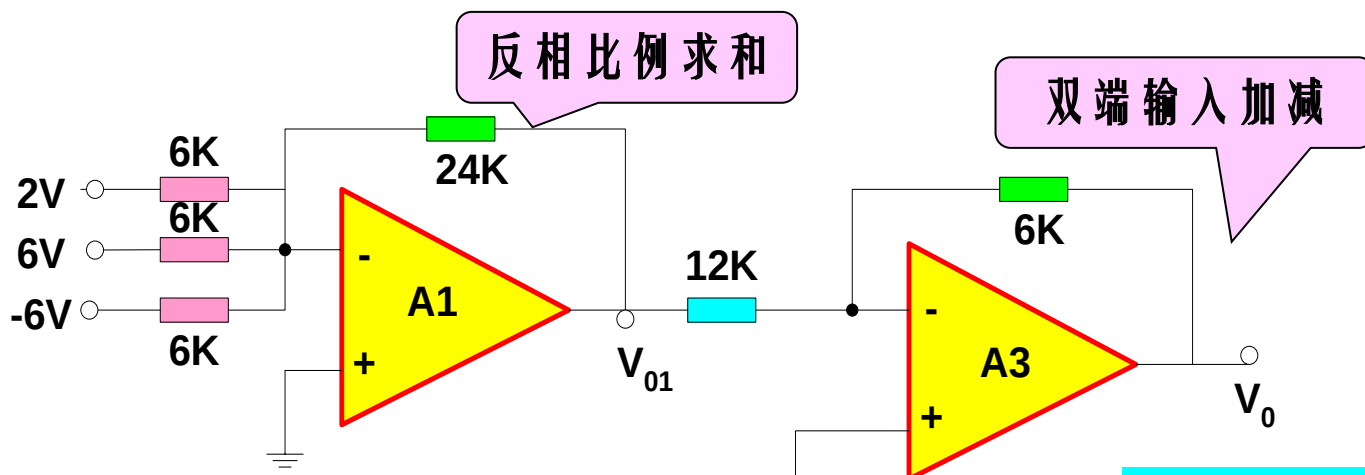
$$R'_1 = R_1 // R_3 // R_{F1} = 8 \text{ k}\Omega$$

$$R'_2 = R_2 // R_4 // R_{F2} = 8.3 \text{ k}\Omega$$





例题



$$\frac{2}{6} + \frac{-6}{6} + \frac{6}{6} = \frac{-V_{01}}{24}$$

$$V_{01} = -8V$$

$$V_{02} = \left(1 + \frac{4}{2}\right) \times (-3) = -9V$$

$$\frac{V_{01} - V_{02}}{12} = \frac{V_{02} - V_0}{6} \quad V_0 = -9.5V$$

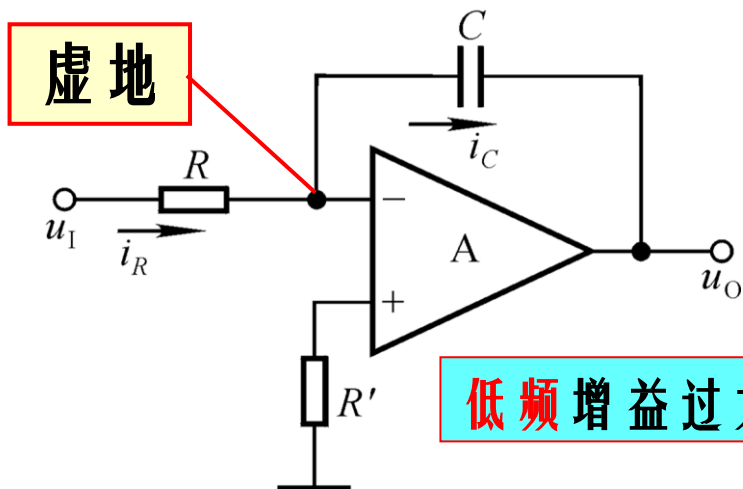
同相比例





§ 6.1.4 积分运算电路和微分运算电路

1. 反相积分运算电路 (C取代 R_f)



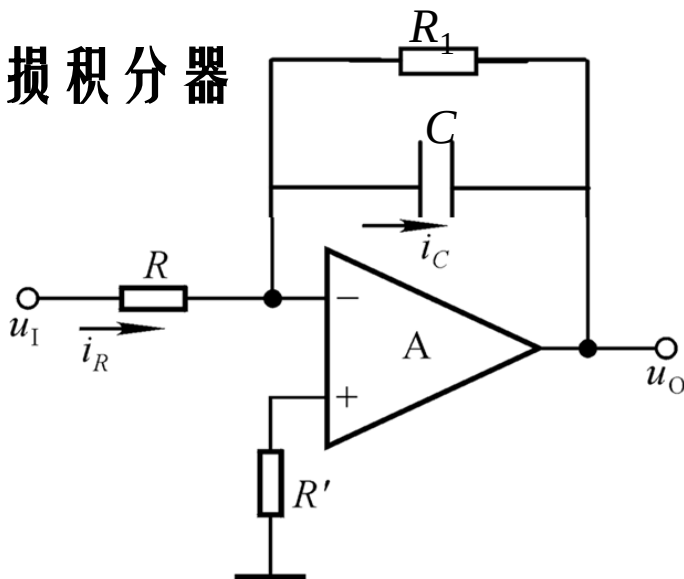
$$i_C = i_R = \frac{u_I}{R} \quad u_O = -u_C = -\frac{1}{C} \int \frac{u_I}{R} dt$$

$$u_O = -\frac{1}{RC} \int u_I(t) dt$$

$$u_O = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_I dt + u_O(0)$$

低频增益过大

■ 有损积分器



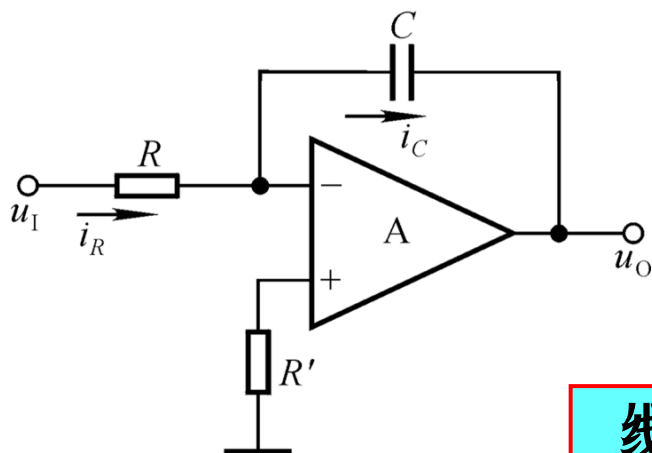
$$u_O = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_I(t) e^{-\frac{t}{R_1 C}} dt + u_O(0)$$

$$\text{工作区条件: } \omega > \frac{1}{R_1 C}$$





1. 利用积分运算基本关系实现不同功能



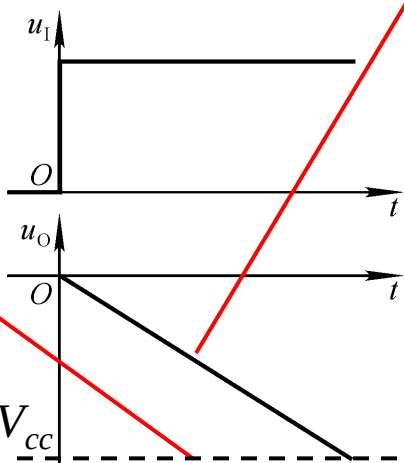
1) 输入为阶跃信号时的输出电压波形?

2) 输入为方波时的输出电压波形?

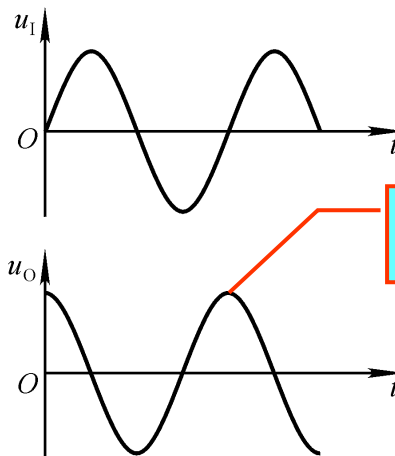
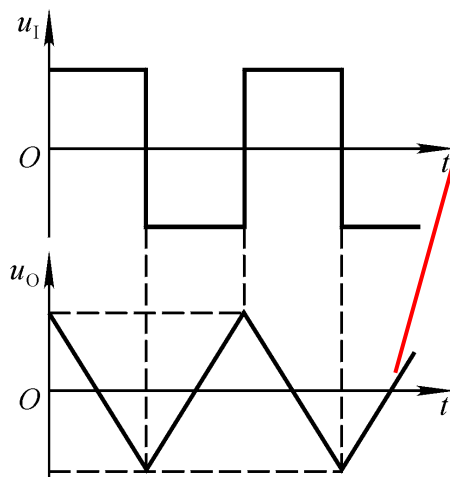
3) 输入为正弦波时的输出电压波形?

线性积分，延时

波形变换



受 $-V_{CC}$
限制



90° 移相

$$\left. \begin{array}{l} u_I(t) = E > 0 \\ u_o(0) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow u_o(t) = -\frac{1}{RC} \int u_I(t) dt = -\frac{E}{RC} t$$

时间常数 $\tau = RC$





典型题解

题：已知 $V_{O(0)}=0$ ，画 V_{01} 、 V_0 波形。

$$V_{01} = -4V_S$$

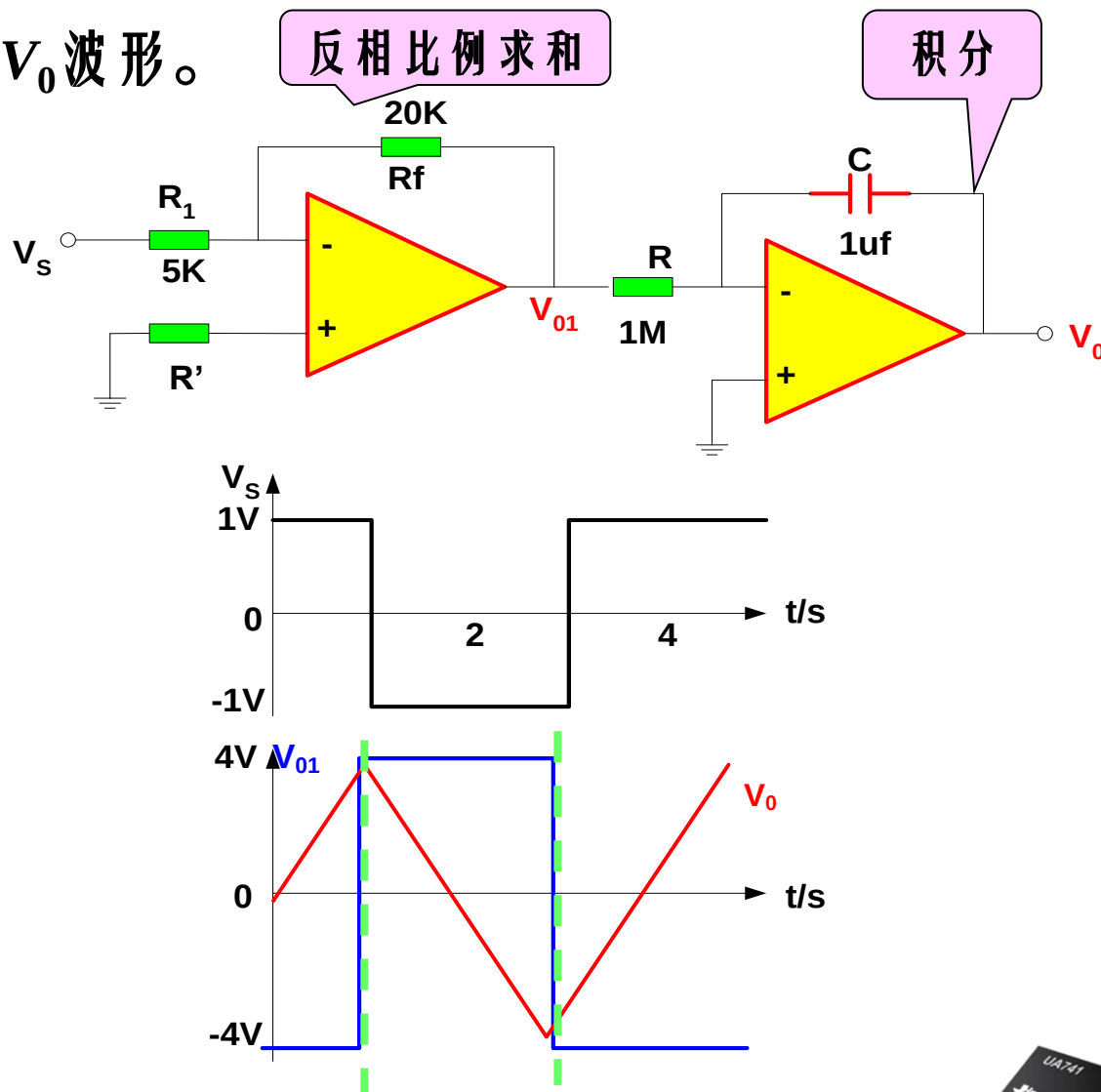
$$V_0 = -\frac{1}{RC} \int V_{01} dt$$
$$= -\int V_{01} dt$$

t=0 时， $V_0=0$

t=1 时， $V_0=4V$

t=3 时， $V_0=-4V$

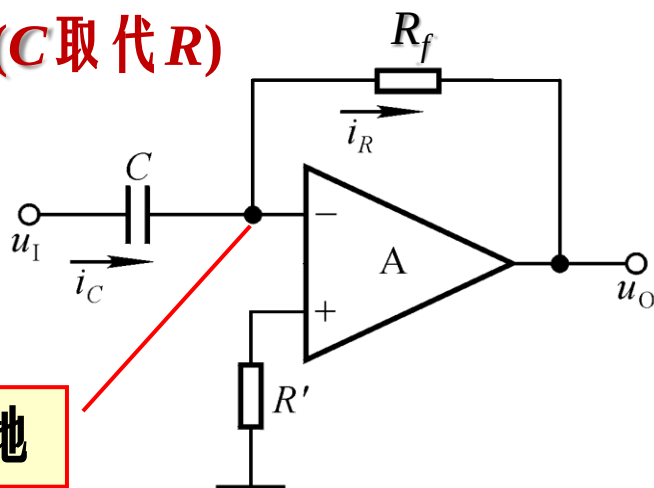
t=5 时， $V_0=4V$





2. 微分运算电路

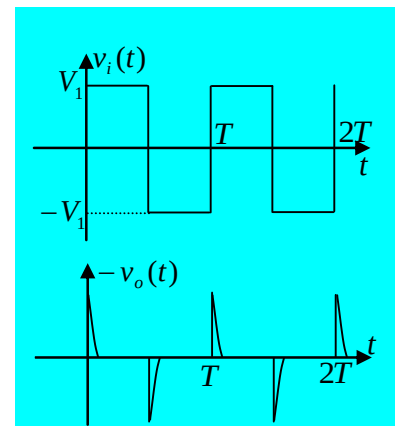
→(C取代R)



虚地

$$i_R = i_C = C \frac{du_I}{dt}$$

$$u_O = -i_R R = -RC \frac{du_I}{dt}$$

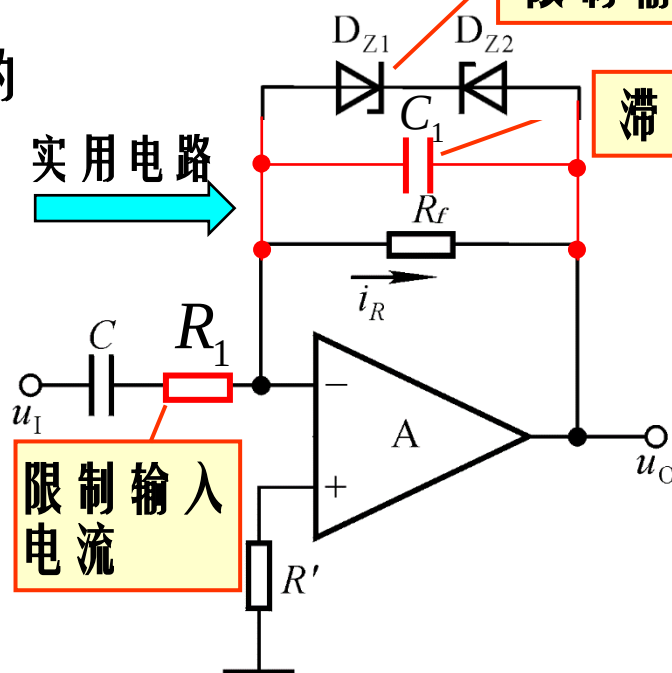


为了克服集成运放的

阻塞现象和自激振荡，
实用电路应采取措施。

运放由于某种原因
进入非线性区而不能
自动恢复的现象

实用电路



限制输出电压幅值

滞后补偿

限制输入
电流

怎么识别微分运算电路？

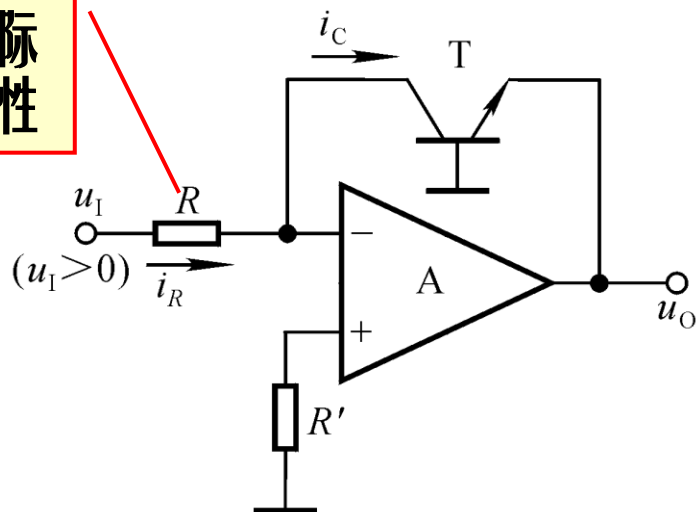




6.1.5 对数运算电路和指数运算电路

1. 对数运算 (PN结取代 R_f)

实际极性



$$i_C = i_R = \frac{u_I}{R}$$

利用PN结端电压与电流的关系

$$i_C \approx i_E \approx I_S e^{\frac{u_{BE}}{U_T}}$$

$$\ln i_C = \ln \frac{u_I}{R} = \ln I_S + \frac{u_{BE}}{U_T}$$

$$u_O = -u_{BE} \approx -U_T \ln \frac{u_I}{I_S R}$$

关注温度的影响!

实用电路中常常采取措施消除 I_S 对运算关系的影响

对输入电压的极性和幅值有何要求?

晶体管类型限制其极性

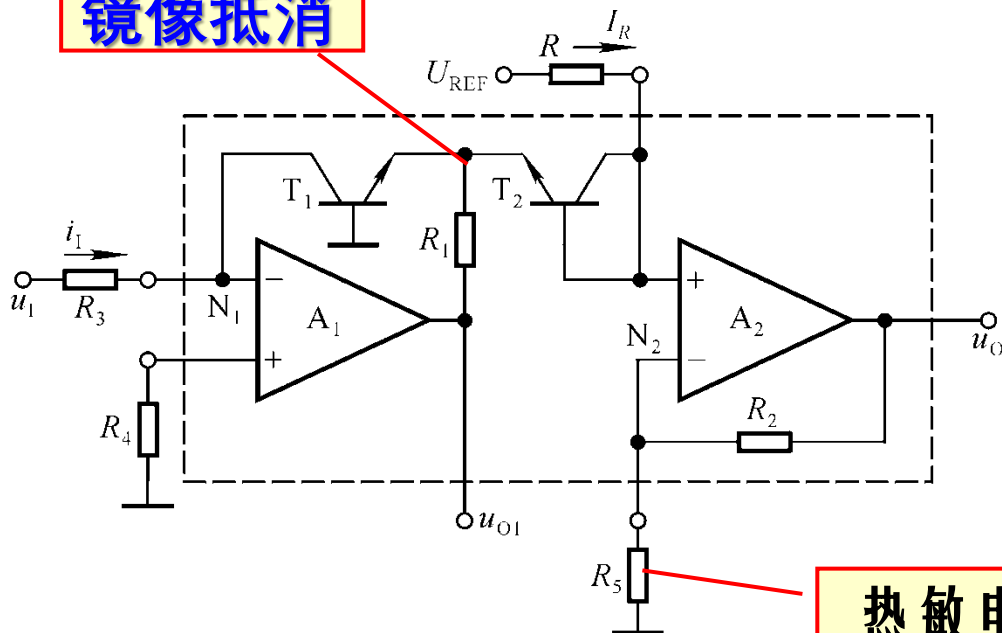
I_{CM} 和集成运放的功耗限制其幅值





1. 温度补偿的对数运算电路

镜像抵消



$$i_{C1} = i_1 = \frac{u_I}{R_3} \approx I_S e^{\frac{u_{BE1}}{U_T}}$$

$$u_{BE1} \approx U_T \ln \frac{u_I}{I_S R_3}$$

同理, $u_{BE2} \approx U_T \ln \frac{I_R}{I_S}$

热敏电阻? 温度系数为正? 为负?

$$u_{N2} = u_{P2} = u_{BE2} - u_{BE1} \approx -U_T \ln \frac{u_I}{I_R R_3} \quad U_T = kT/q$$

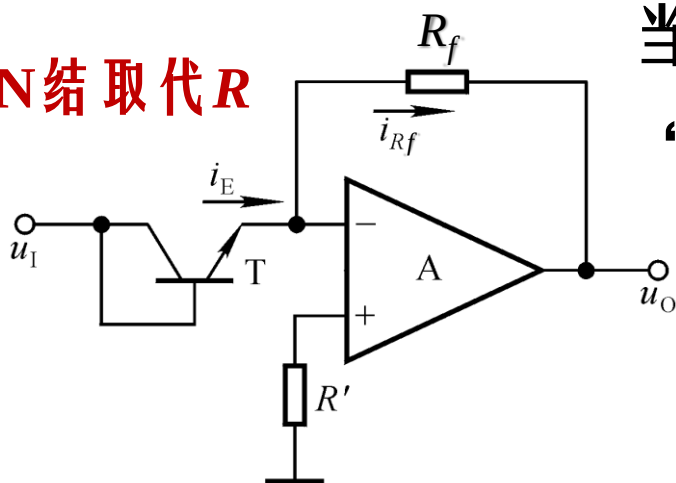
$$u_O = \left(1 + \frac{R_2}{R_5}\right) u_{N2} \approx -\left(1 + \frac{R_2}{R_5}\right) U_T \ln \frac{u_I}{I_R R_3}$$





2. 指数运算电路

→PN结取代R



当 $u_I > 0$ 时，根据集成运放反相输入端“虚地”及“虚断”的特点，可得：

$$u_I = u_{BE} \quad i_{R_f} = i_E \approx I_S e^{\frac{u_I}{U_T}}$$

$$u_O = -i_{R_f} R_f \approx -I_S R_f e^{\frac{u_I}{U_T}}$$

➤ 对输入电压的极性和幅值有何要求？

关注温度的影响！

晶体管类型限制
其极性

I_{CM} 和集成运放的
功耗限制其幅值





2. 温度补偿的指数运算电路

- 在集成运算电路中，利用二只晶体管特性的对称性，消去 I_S 对运算关系的影响；并且，采用热敏电阻补偿 U_T 的变化。

在忽略 T_1 管基极电流的情况下，P 点的电位

$$u_p \approx \frac{R_3}{R_1 + R_3} u_I$$

T_1 管的集电极电流

$$i_{C1} = I_{REF} \approx I_S e^{\frac{u_{BE1}}{U_T}}$$

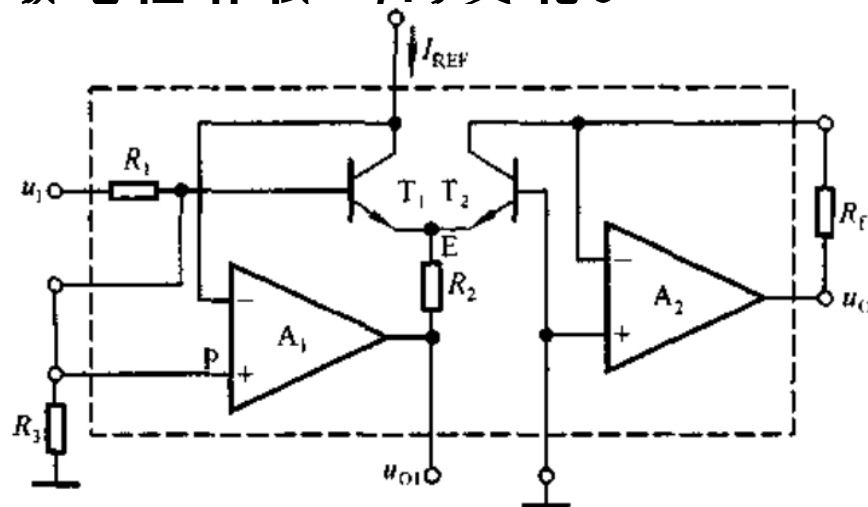
E 点电位

$$u_E = u_p - u_{BE1} = -u_{BE2}$$

输出电压

$$u_{BE2} = -u_p + u_{BE1}$$

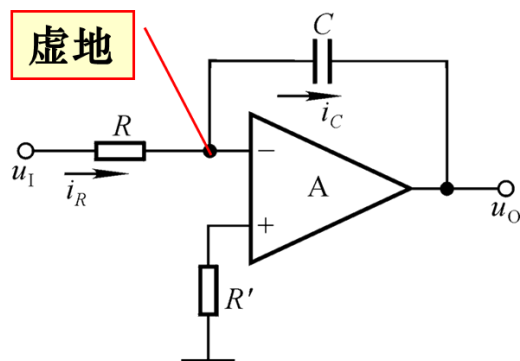
$$u_O = i_{C2} R_f = I_S e^{\frac{u_{BE2}}{U_T}} R_f = I_S e^{\frac{u_{BE1}}{U_T}} e^{-\frac{R_3}{R_1 + R_3} \frac{u_I}{U_T}} R_f = I_{REF} e^{-\frac{R_3}{R_1 + R_3} \frac{u_I}{U_T}} R_f$$





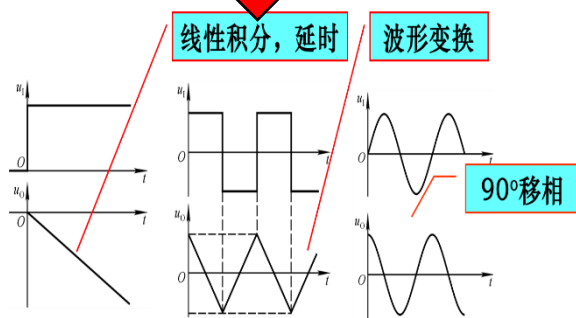
回顾：基本运算电路

积分运算电路

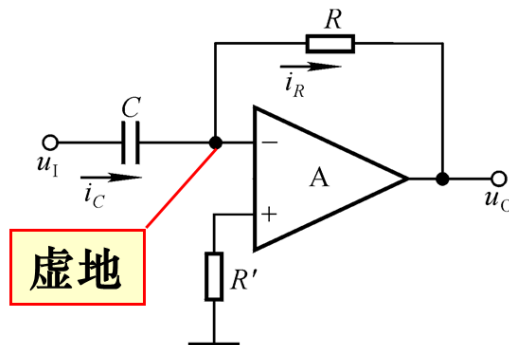


$$u_O = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} u_I dt + u_O(t_1)$$

应用
功能

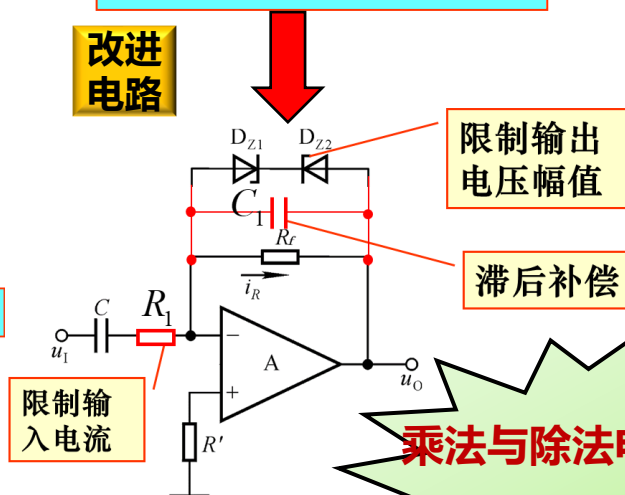


微分运算电路



$$u_O = -i_R R = -RC \frac{du_I}{dt}$$

改进
电路



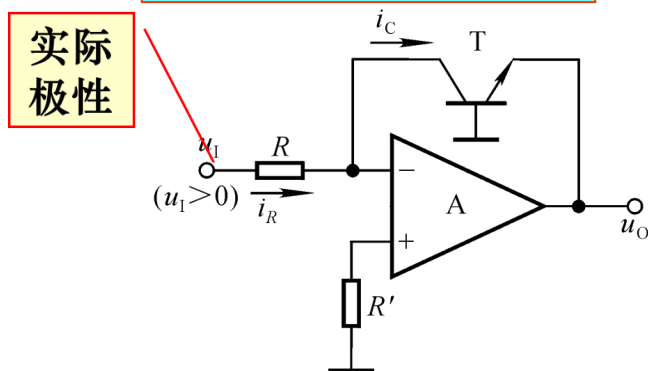
限制输出
电压幅值

滞后补偿

限制输入
电流

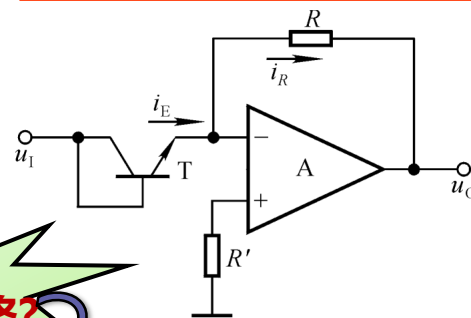
乘法与除法电路?

对数运算电路



$$u_O = -u_{BE} \approx -U_T \ln \frac{u_I}{I_S R}$$

指数运算电路





6.1.6 利用对数和指数电路实现的乘除电路

■ **乘法电路**的输出电压正比于其两个输入电压的乘积，即

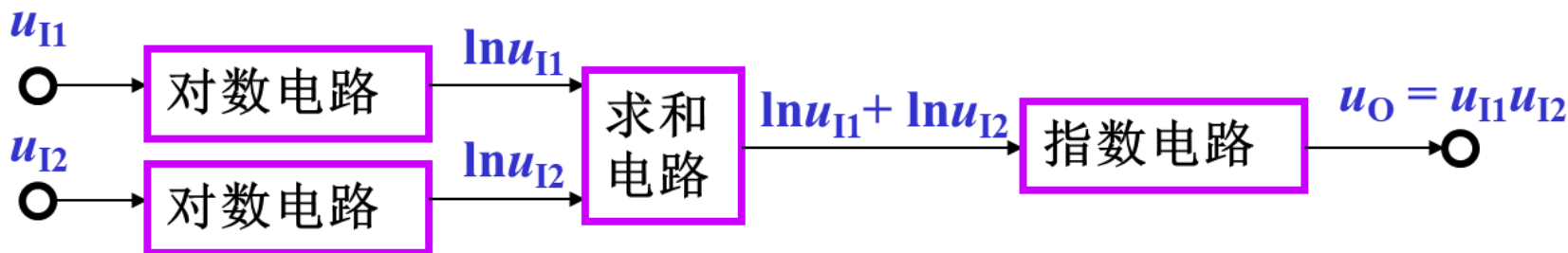
$$u_o = u_{I1} u_{I2} \quad \text{求对数，得：}$$

$$\ln u_o = \ln(u_{I1} u_{I2}) = \ln u_{I1} + \ln u_{I2}$$

再求指数，得：

$$u_o = e^{\ln u_{I1} + \ln u_{I2}} = u_{I1} u_{I2}$$

所以利用对数电路、求和电路和指数电路，可得乘法电路的方块图：





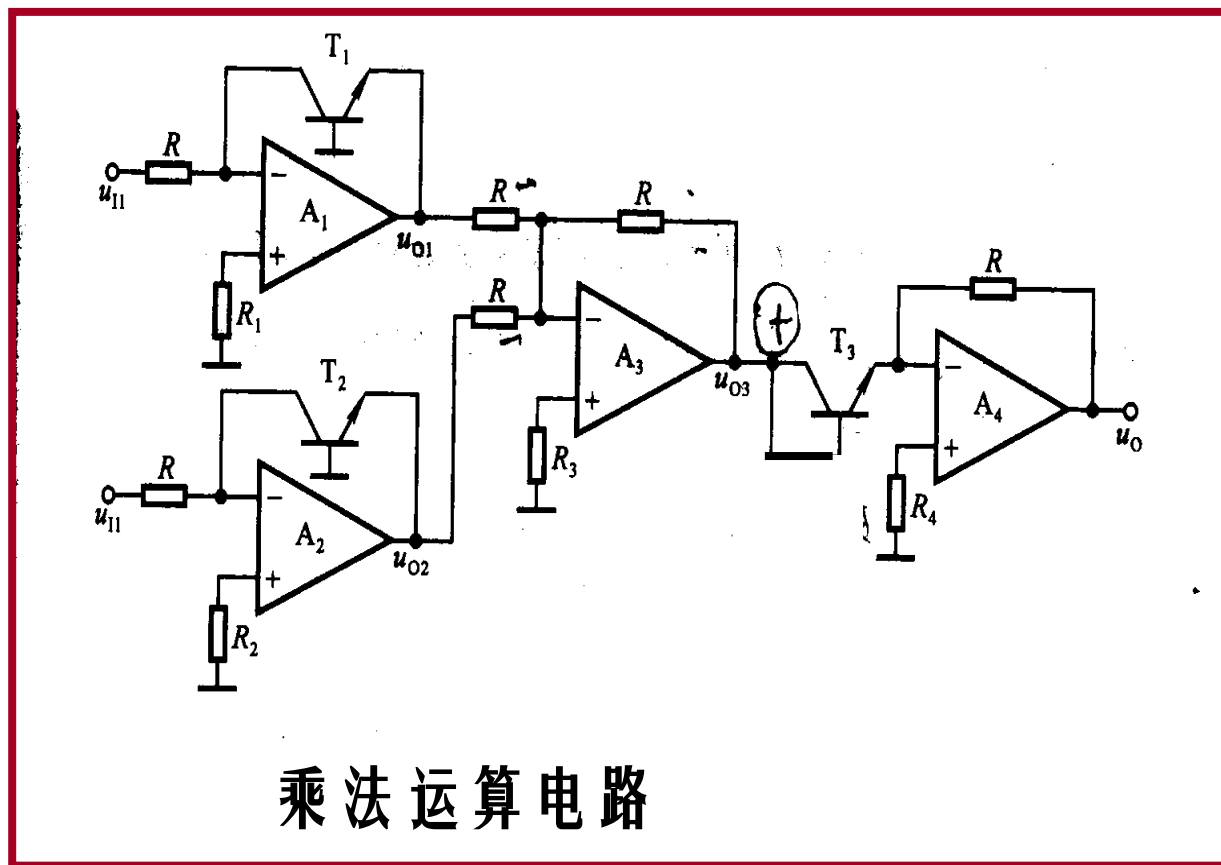
6.1.6 利用对数和指数电路实现的乘除电路

■ 乘法运算电路

所示电路中,有

$$u_{O1} \approx -U_T \ln \frac{u_{I1}}{I_S R}$$

$$u_{O2} \approx -U_T \ln \frac{u_{I2}}{I_S R}$$



$$u_{O3} = -(u_{O1} + u_{O2}) \approx U_T \ln \frac{u_{I1} u_{I2}}{(I_S R)^2} \quad u_O = -I_S R e^{\frac{u_{O3}}{U_T}} = \frac{u_{I1} u_{I2}}{I_S R}$$





6.1.6 利用对数和指数电路实现的乘除电路

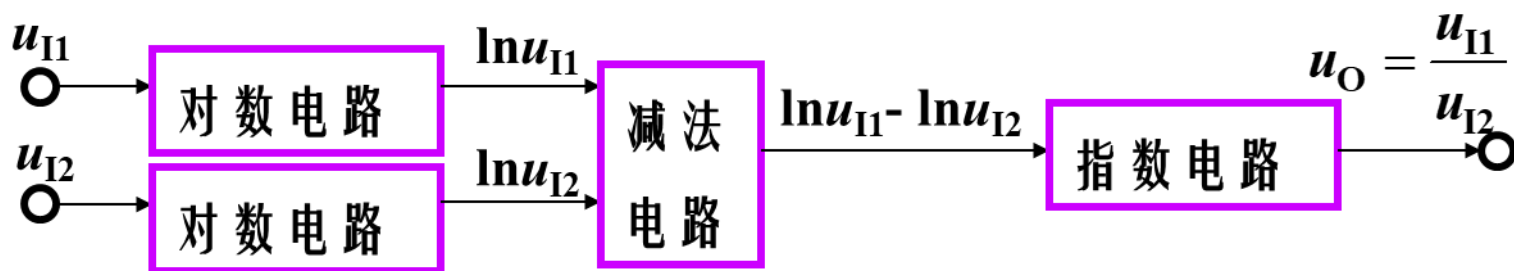
同理：除法电路的输出电压正比于其两个输入电压相

除所得的商，即： $u_O = \frac{u_{I1}}{u_{I2}}$ 求对数，得：

$$\ln u_O = \ln \frac{u_{I1}}{u_{I2}} = \ln u_{I1} - \ln u_{I2}$$

再求指数，得： $u_O = e^{\ln u_{I1} - \ln u_{I2}} = \frac{u_{I1}}{u_{I2}}$

所以只需将乘法电路中的求和电路改为减法电路即可得到除法电路的方块图：





§ 6.3 有源滤波电路

2024年12月10日





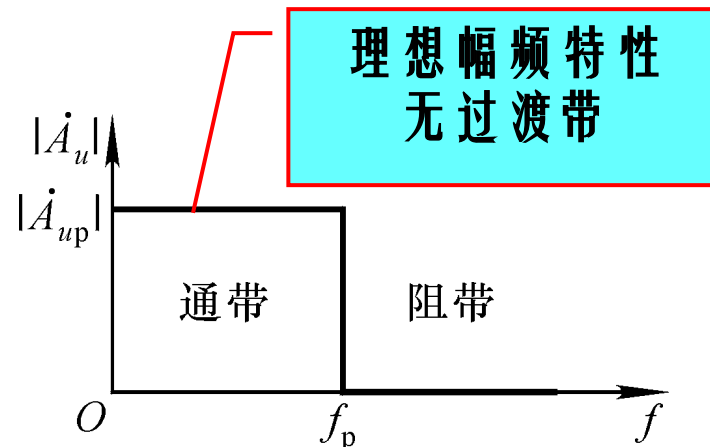
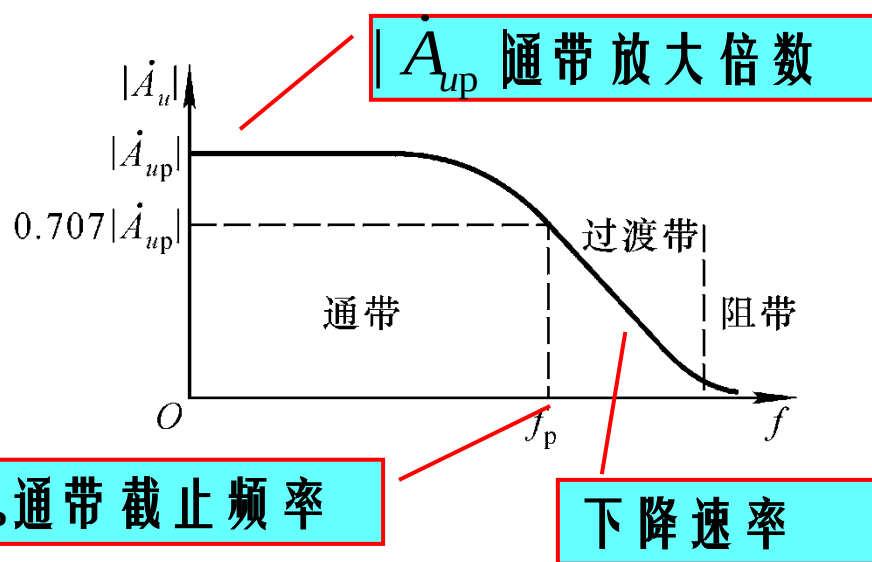
6.3.1 滤波电路的基础知识

■ 滤波电路的功能

使指定频段的信号顺利通过，其它频率的信号被衰减。

■ 滤波电路的种类

➤ 低通滤波器 (LPF)



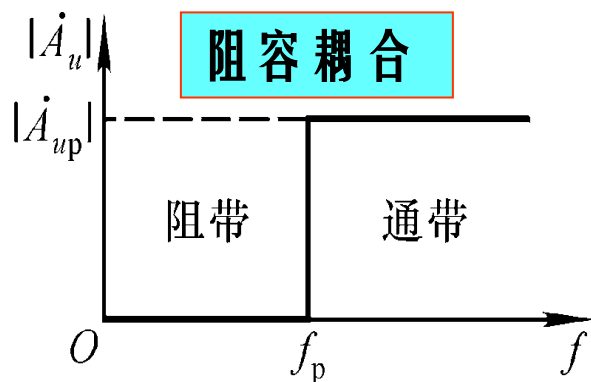
用幅频特性描述滤波特性，
要研究 $\dot{A}_{up}$ 、 $\dot{A}_u(f_p)$ 、下降速率。



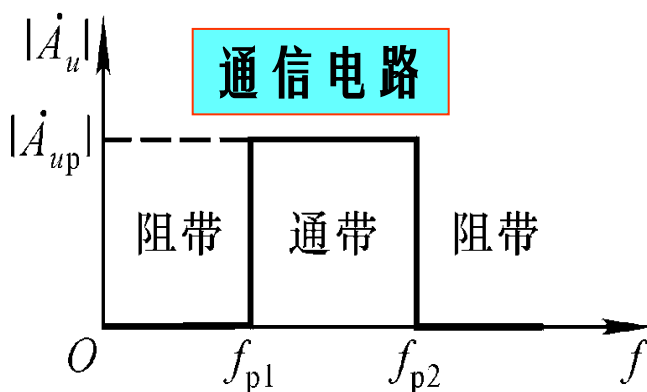
6.3.1 滤波电路的基础知识

理想滤波器的幅频特性

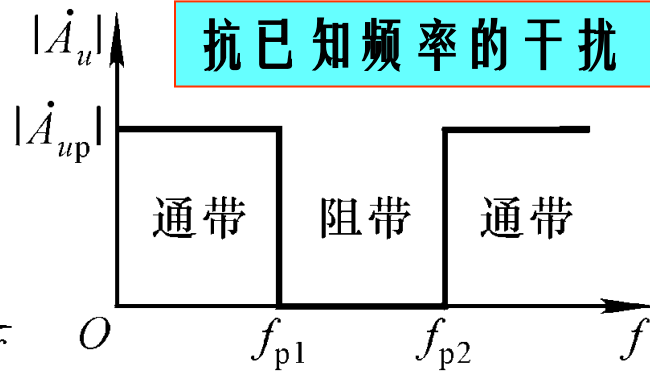
高通滤波器 (HPF)



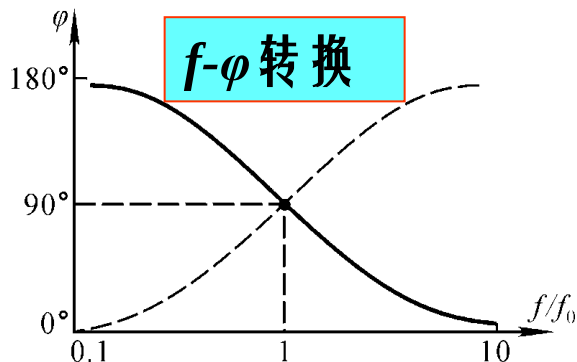
带通滤波器 (BPF)



带阻滤波器 (BEF)



全通滤波器



实用的高通、带通和低通滤波器的幅频特性一定存在过渡带，过渡带越窄，滤波特性越好。

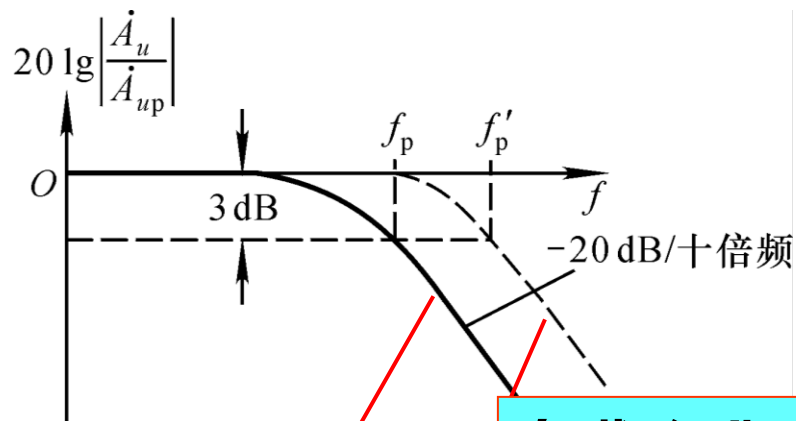
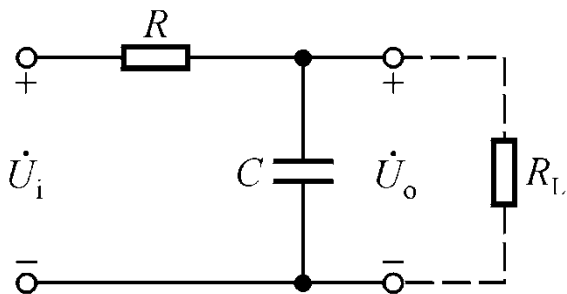




6.3.1 滤波电路的基础知识

■ 无源滤波电路和有源滤波电路

► 无源滤波电路



空载时

带负载时

负载变化，通带放大倍数和截止频率均变化。

带负载能力差

通带截止频率

空载: $\dot{A}_{up} = 1$ $f_p = \frac{1}{2\pi RC}$

$$\dot{A}_u = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_p}}$$

带载: $\dot{A}_{up} = \frac{R_L}{R + R_L}$

$$f'_p = \frac{1}{2\pi (R // R_L) C}$$

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{A}_{up}}{1 + j \frac{f}{f'_p}}$$





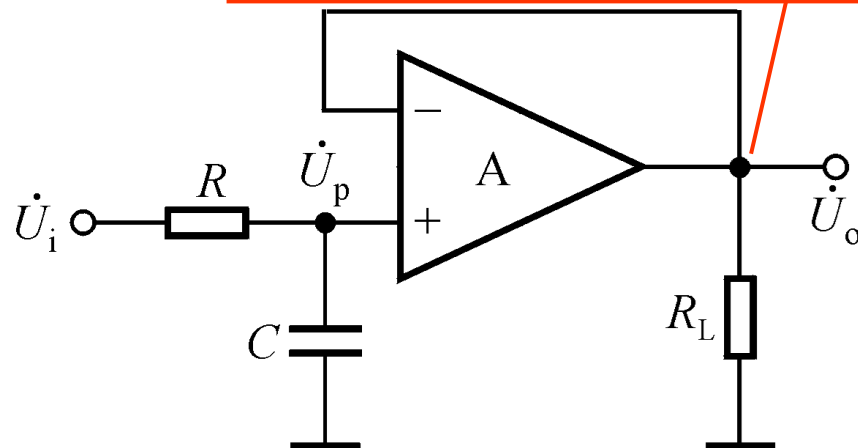
6.3.1 滤波电路的基础知识

■ 无源滤波电路和有源滤波电路

► 有源滤波电路

- 无源滤波电路的滤波参数随负载变化；有源滤波电路的滤波参数不随负载变化。

用电压跟随器隔离滤波电路与负载电阻



- 无源滤波电路可用于高电压大电流，如直流电源中的滤波电路；有源滤波电路是信号处理电路，其输出电压和电流的大小受有源元件自身参数和供电电源的限制。





6.3.1 滤波电路的基础知识

■ 有源滤波电路的传递函数

➤ 有源滤波电路的复频域分析；

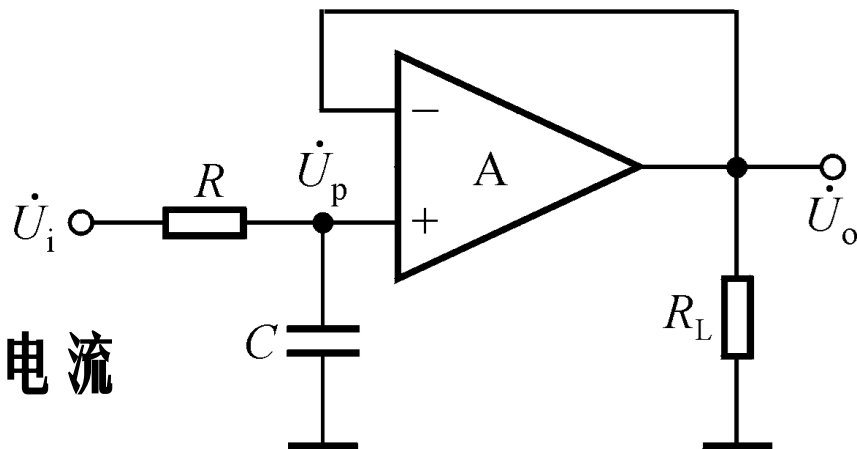
➤ 通过“拉氏变换”将时域电压、电流变换成复频域“象函数” $U(s)$ 和 $I(s)$ ；

➤ 各元件的复阻抗： $R(S) = R$ ； $Z_C(S) = 1/SC$ ； $Z_L(S) = SL$

➤ 所示电路输出量和输入量之比称为传输函数：

$$\dot{A}_u(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \frac{U_p(s)}{U_i(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC}$$

负载无关

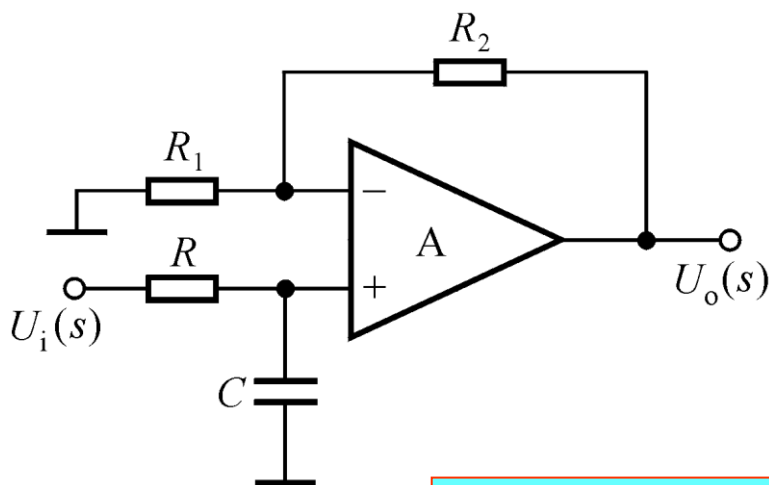




6.3.2 低通滤波器

■ 同相输入低通滤波器

➤ 一阶电路低通滤波器



$$\dot{A}_{up} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

频率趋于0时的放大
倍数为通带放大倍数

$$f_p = \frac{1}{2\pi RC}$$

决定于RC环节

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{A}_{up}}{1 + j\frac{f}{f_p}}$$

表明进入高频段
的下降速率为
-20dB/十倍频

复频域传递函数：

$$A_u(s) = \frac{U_o(s)}{U_i(s)} = \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right) \frac{1/sC}{R + 1/sC} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{1}{1 + sRC}$$

求解传递函数时，只需将放大倍数中的 $j\omega$ 用 s 取代即可；
 s 的方次称为阶数。

一阶电路

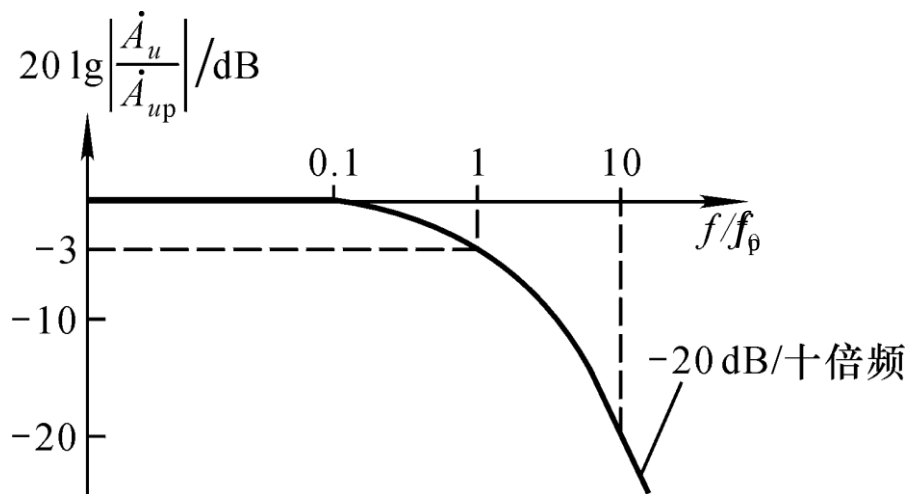
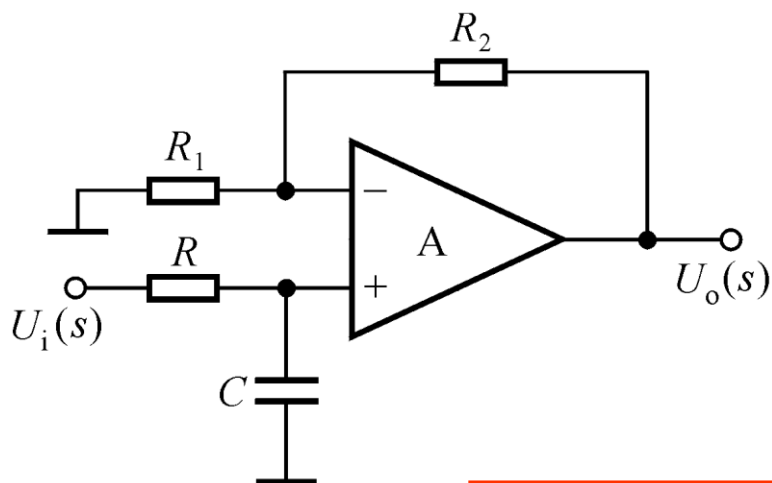




6.3.2 低通滤波器

■ 同相输入低通滤波器

► 一阶电路：幅频特性



$$\dot{A}_{up} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

通带电压放大倍数

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{A}_{up}}{1 + j \frac{f}{f_p}} \quad \left(f_p = \frac{1}{2\pi RC} \right)$$

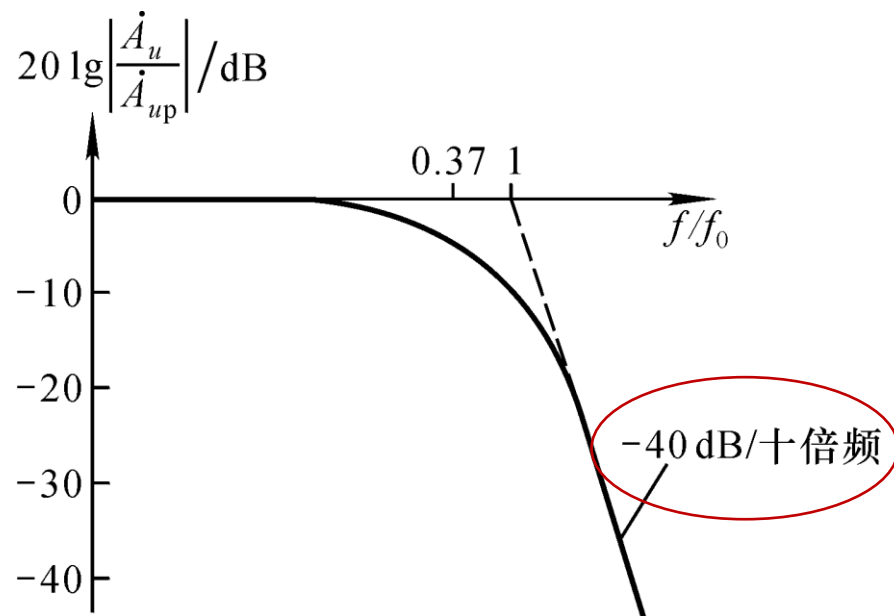
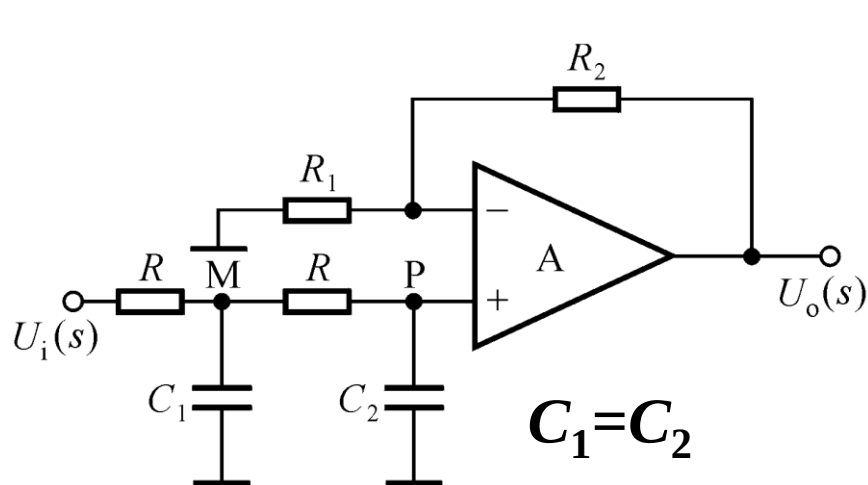
为了使过渡带变窄，需采用多阶滤波器，即增加 RC 环节。





6.3.2 低通滤波器

简单二阶LPF电路：双RC环节



$$\dot{A}_u = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{U_p(s)}{U_m(s)} \cdot \frac{U_m(s)}{U_i(s)}$$

$$= \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + 3j \frac{f}{f_0}}$$

$$\text{特征频率 } f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\text{截止频率 } f_p \approx 0.37f_0$$

问题：在 $f = f_0$ 附近，输出幅度衰减大， f_p 远离 f_0

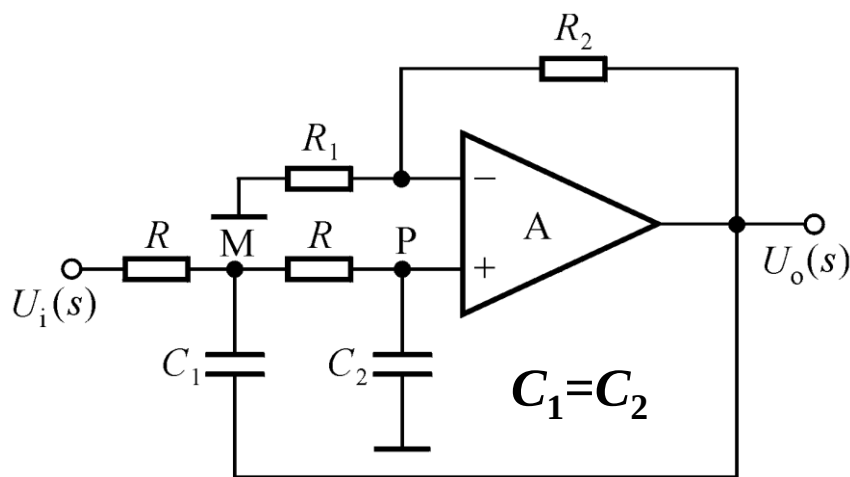




6.3.2 低通滤波器

■ 压控电压源二阶低通滤波电路

为使 $f_p = f_0$ ，且在 $f = f_0$ 时幅频特性按 $-40\text{dB}/十倍频$ 下降。



$f \rightarrow 0$ 时， C_1 断路，正反馈断开，放大倍数为通带放大倍数。

$f \rightarrow \infty$ ， C_2 短路，正反馈不起作用，放大倍数 $\rightarrow 0$ 。

引入正反馈

因而有可能在 $f = f_0$ 时放大倍数等于或大于通带放大倍数。
对于不同频率的信号正反馈的强弱不同。

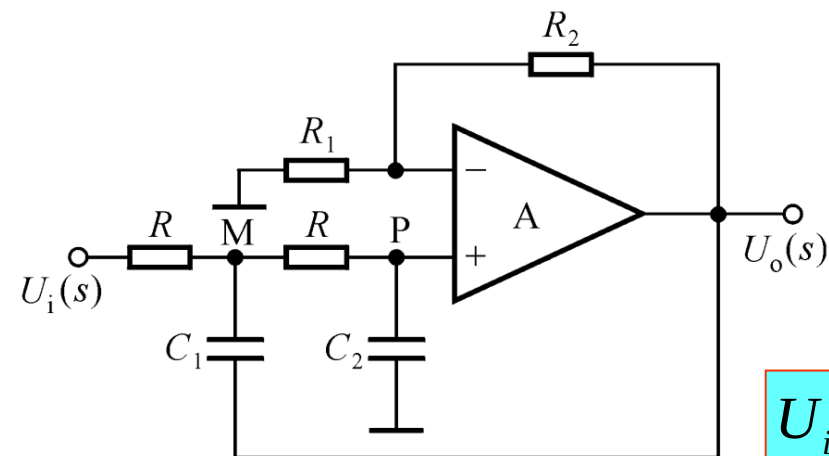




6.3.2 低通滤波器

■ 压控电压源二阶低通滤波电路

设 $C_1 = C_2 = C$, 列节点电流方程:



P点

$$\frac{U_m(s) - U_p(s)}{R} = \frac{U_p(s)}{\frac{1}{sC}}$$

M点

$$\frac{U_i(s) - U_m(s)}{R} = \frac{U_m(s) - U_o(s)}{\frac{1}{sC}} + \frac{U_m(s) - U_p(s)}{R}$$

$$\dot{A}_u = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot \frac{U_p(s)}{U_i(s)}$$

$$\dot{A}_{up} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{A}_{up}}{1 + [3 - \dot{A}_{up}]sRC + (sRC)^2}$$

A_{up} 小于3, 电路
稳定, 不自激;

$$\text{令 } s = j\omega, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

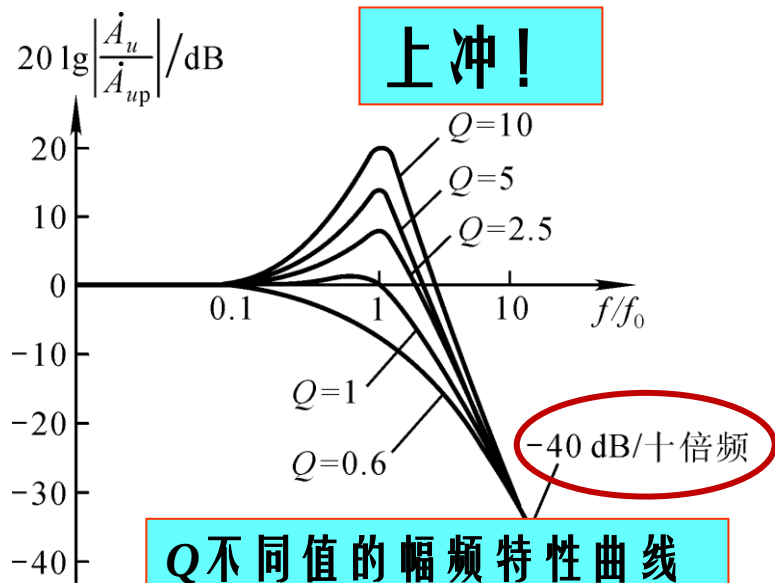
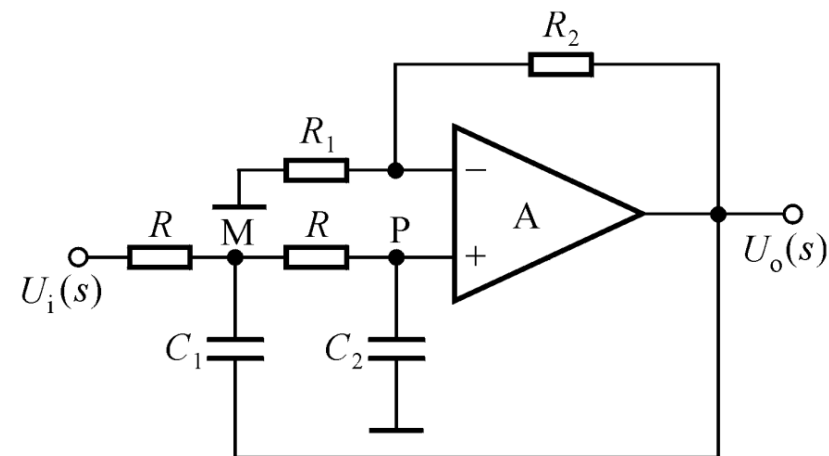
$$\dot{A}_u = \frac{\dot{A}_{up}}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + j[3 - \dot{A}_{up}]\frac{f}{f_0}}$$





6.3.2 低通滤波器

■ 压控电压源二阶低通滤波电路



$$\dot{A}_u = \frac{\dot{A}_{up}}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + j[3 - \dot{A}_{up}]\frac{f}{f_0}}$$

$$\text{令 } Q = \left| \frac{1}{3 - \dot{A}_{up}} \right|$$

则 $f = f_0$ 时，有：

$$\Rightarrow \left| \dot{A}_u \right|_{f=f_0} = \left| \frac{\dot{A}_{up}}{3 - \dot{A}_{up}} \right| = Q \left| \dot{A}_{up} \right|$$

$$\Rightarrow Q = \left| \dot{A}_u \right|_{f=f_0} / \left| \dot{A}_{up} \right|$$

兼具带宽与
衰减斜率!

即 Q 是 $f = f_0$ 时的电压放大倍数与通带放大倍数之比。

$$\text{当 } 2 \leq \left| \dot{A}_{up} \right| < 3 \text{ 时, } \left| \dot{A}_u \right|_{f=f_0} \geq \left| \dot{A}_{up} \right|$$



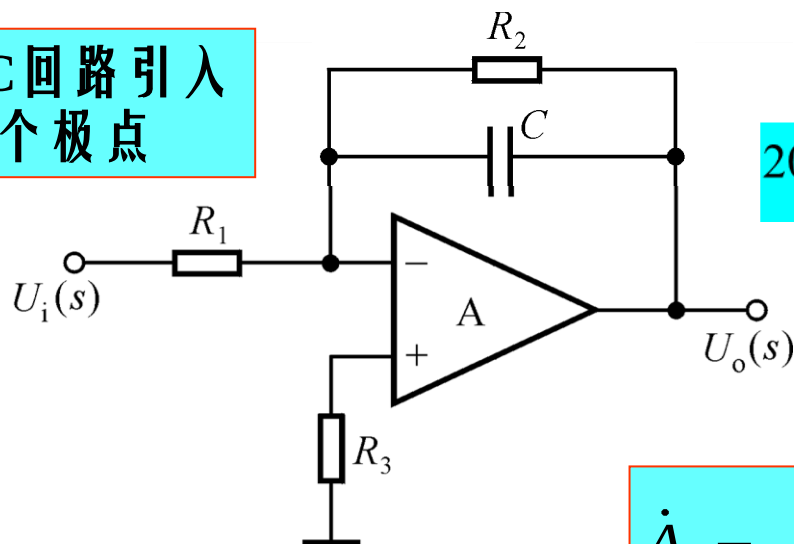


6.3.2 低通滤波器

■ 反相输入低通滤波器

► 一阶滤波电路

RC回路引入一个极点



$$20\lg|-R_2/R_1|$$

$$20\lg|\dot{A}_u|$$

$$f_1$$

$$f_H$$

需有电阻构成的负反馈网络来确定通带放大倍数。

$$f_p = f_0 = \frac{1}{2\pi R_2 C}$$

积分运算电路的电压放大倍数为 $\dot{A}_u = -\frac{1/j\omega C}{R_1} = -\frac{1}{j\omega R_1 C}$ 即 $f \rightarrow 0, |\dot{A}_u| \rightarrow \infty$ 。

加 R_2 后

$$\dot{A}_u = -\frac{R_2 \parallel \frac{1}{j\omega C}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

令信号频率 $f=0$, 求出通带放大倍数

$$\dot{A}_{up} = -R_2/R_1$$



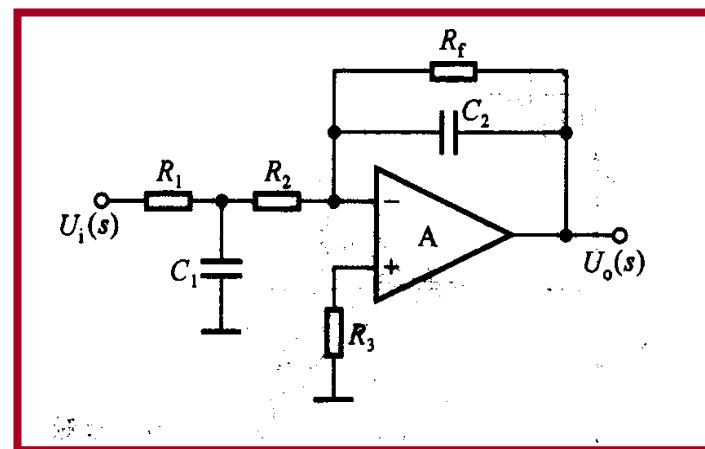
6.3.2 低通滤波器

■ 反相输入低通滤波器

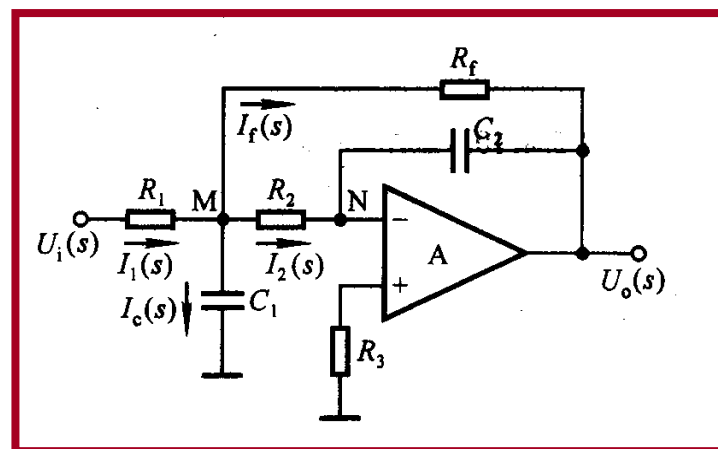
➤ 二阶滤波电路

在一阶电路的基础上，增加RC环节，可使滤波器的过渡带变窄，衰减斜率的值加大。

为了改善 f_0 附近的频率特性，也可采用多路反馈的方法。



反相输入简单二阶低通滤波电路



无限增益多路反馈二阶低通滤波电路





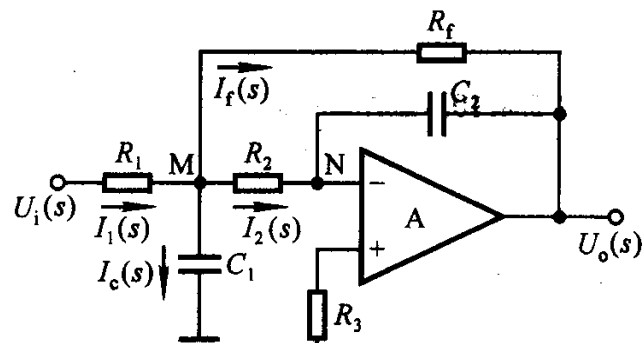
6.3.2 低通滤波器

■ 反相输入低通滤波器

➤ 二阶滤波电路

当 $f=0$ 时，有 C_1 、 C_2 开路，通带增益为：

$$\dot{A}_{up} = -\frac{R_f}{R_1}$$



无限增益多路反馈二阶低通滤波电路

列M节点电流方程：

$$I_1(s) = I_f(s) + I_2(s) + I_{C1}(s)$$

$$\frac{U_i(s) - U_m(s)}{R_1} = \frac{U_m(s) - U_o(s)}{R_f} + \frac{U_m(s)}{R_2} + U_m(s)sC_1$$
$$U_o(s) = -\frac{1}{sR_2C_2} \cdot U_m(s)$$

联立

$$\dot{A}_u(s) = \frac{\dot{A}_{up}(s)}{1 + sC_2R_2R_f\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_f}\right) + s^2C_1C_2R_2R_f}$$

特征频率

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1C_2R_2R_f}}$$

电路稳定，不自激；

品质因数

$$Q = (R_1 \parallel R_2 \parallel R_f) \sqrt{\frac{C_1}{R_2R_fC_2}}$$



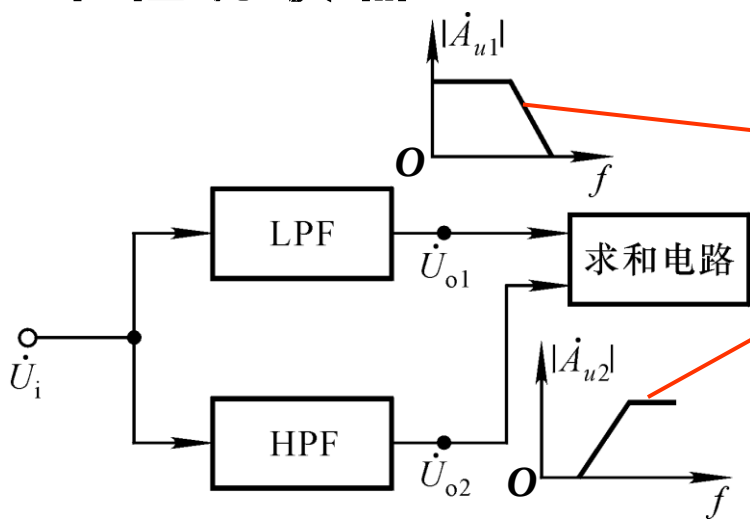
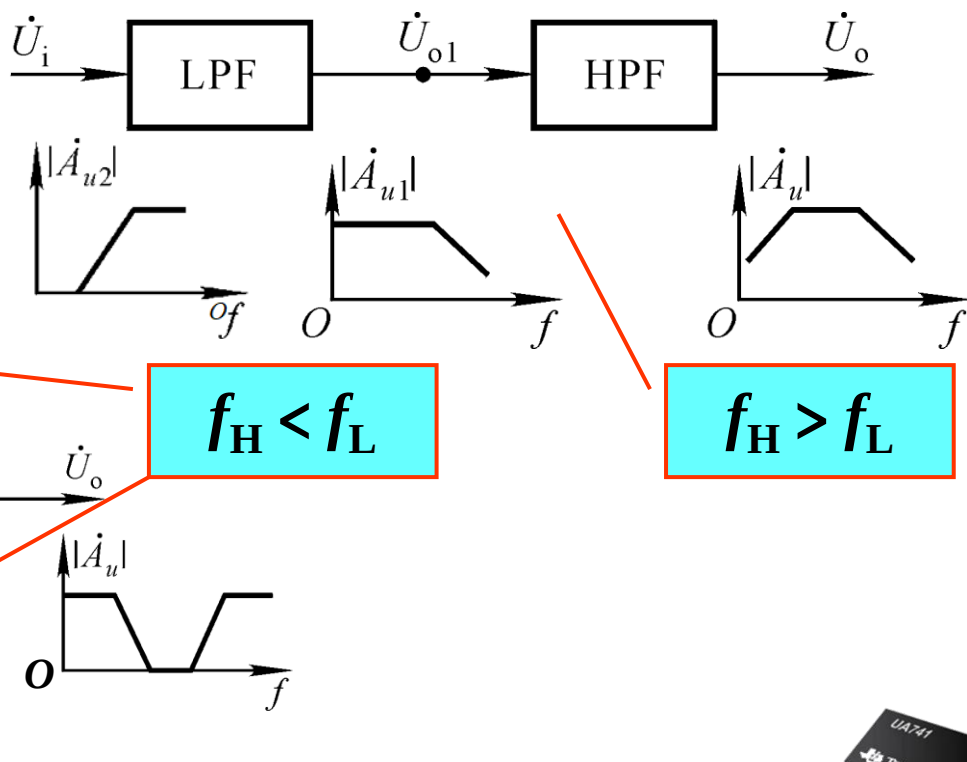
6.3.3 其他滤波电路

1. 高通滤波器 (HPF)

与LPF有对偶性，将LPF的电阻和电容互换，就可得一阶HPF、简单二阶HPF、压控电压源二阶HPF电路。

2. 带通滤波器 (BPF)

3. 带阻滤波器 (BEF)





6.3.3 其他滤波电路

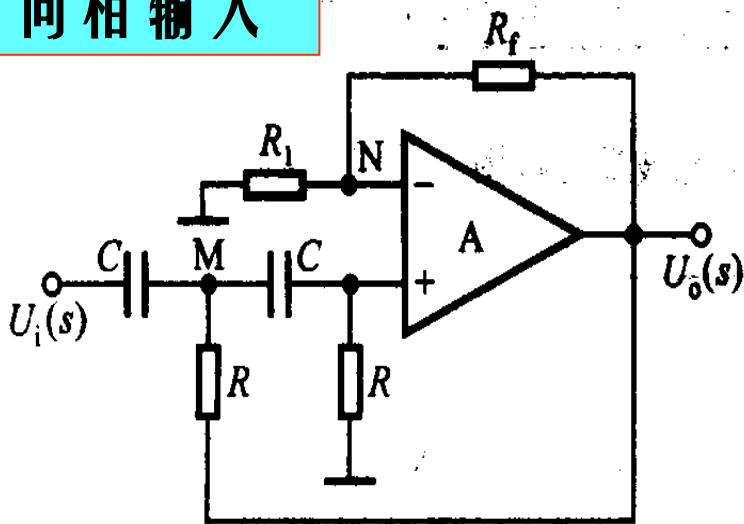
1. 高通滤波器 (HPF)

高通滤波电路与低通滤波电路具有对称性；

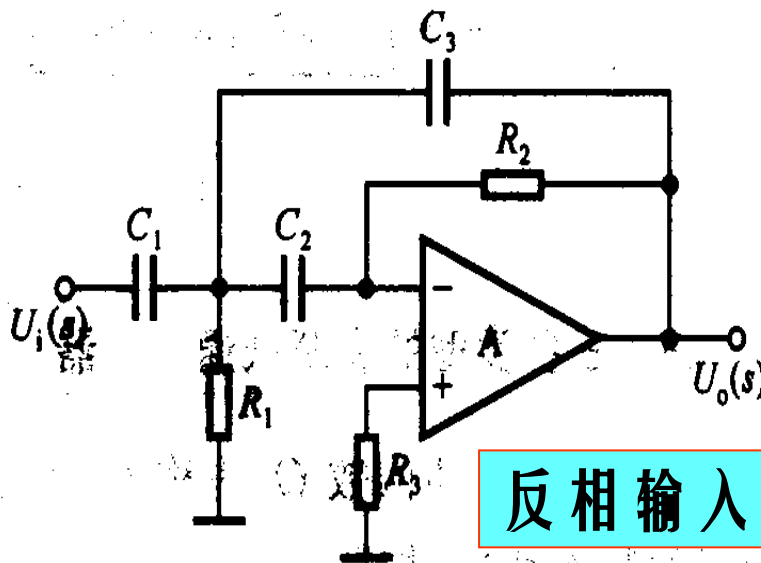
1. 压控电压源二阶
高通滤波电路

2. 无限增益多路反馈
二阶高通滤波电路

同相输入



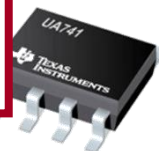
(a)



反相输入

(b)

图 二阶高通滤波电路



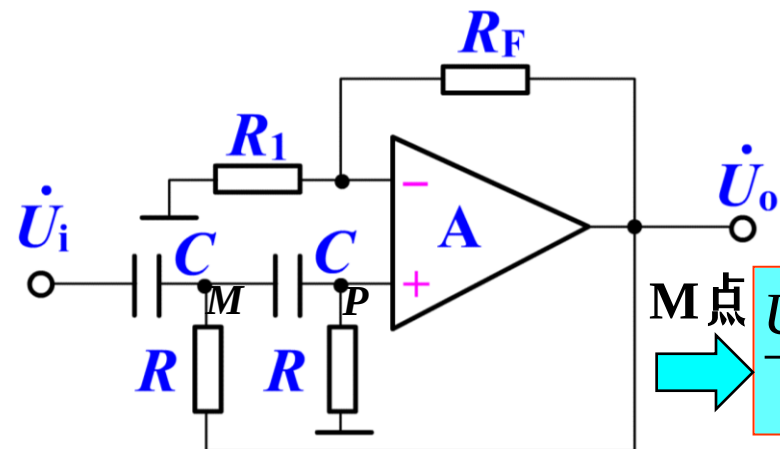


6.3.3 其他滤波电路

1. 同相二阶有源高通滤波器

当 $f \rightarrow \infty$ 时，有 C 短路，通带增益为：

$$\dot{A}_{up} = \frac{U_o}{U_i} = \frac{U_o}{U_p} = 1 + \frac{R_f}{R_1}$$



列 M、P 节点电流方程：

$$\text{M 点} \quad \frac{U_i(s) - U_m(s)}{1/sC} = \frac{U_m(s) - U_o(s)}{R} + \frac{U_m(s) - U_p(s)}{1/sC}$$

$$\text{P 点} \quad \frac{U_m(s) - U_p(s)}{1/sC} = \frac{U_p(s)}{R}$$

联立

传递函数

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i} = \frac{(j\omega RC)^2 A_{up}}{1 + (3 - A_{up})j\omega RC + (j\omega RC)^2}$$

$$\text{令特征频率 } f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$= \frac{A_{up}}{1 - \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 - j\frac{1}{Q} \cdot \frac{f_0}{f}}$$

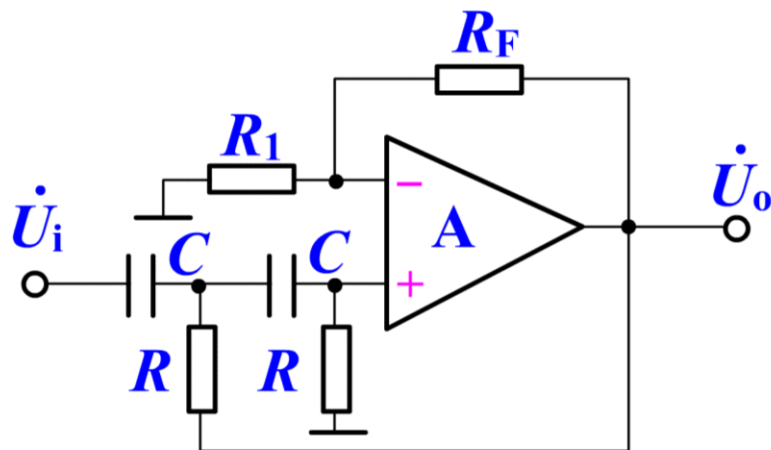
$$\text{品质因数 } Q = \frac{1}{3 - A_{up}}$$





6.3.3 其他滤波电路

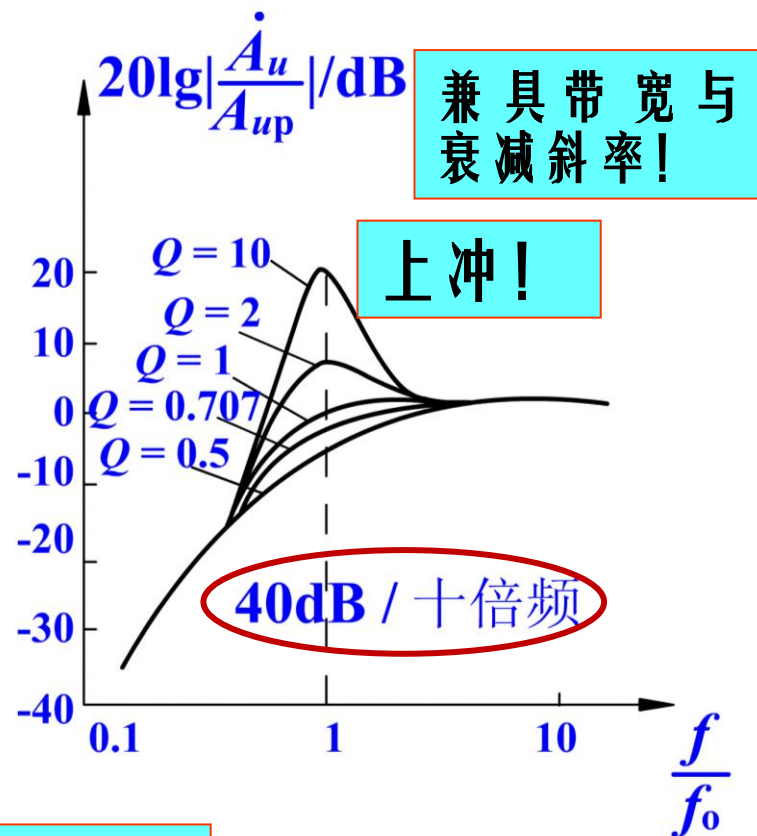
1. 同相二阶有源高通滤波器



$$\dot{A}_u = \frac{A_{up}}{1 - \left(\frac{f_0}{f}\right)^2 - j\frac{1}{Q} \cdot \frac{f_0}{f}}$$

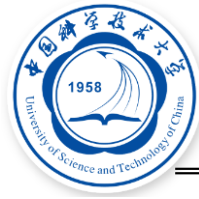
$$\text{令特征频率 } f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\text{品质因数 } Q = \frac{1}{3 - A_{up}}$$



可见高通滤波电路与低通滤波电路的对数幅频特性互为“镜像”关系。





6.3.3 无限增益多路反馈高通滤波电

1. 虚断、虚短与虚地

$$U_N(s) = U_P(s) = 0$$

列节点电流方程：

N节点
$$\frac{U_m(s) - 0}{1/sC_2} = \frac{0 - U_o(s)}{R_2}$$

M节点
$$I_{C1}(s) = I_{C2}(s) + I_{C3}(s) + I_{R1}(s)$$

→
$$\frac{U_i(s) - U_m(s)}{1/sC_1} = \frac{U_m(s) - 0}{1/sC_2} + \frac{U_m(s) - U_o(s)}{1/sC_3} + \frac{U_m(s)}{R_1}$$

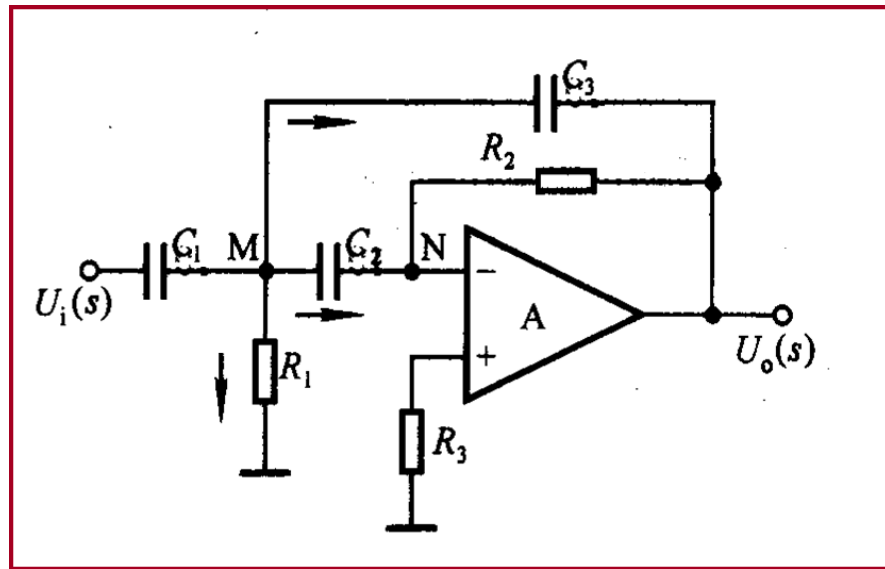
联立
传递函数 →
$$\dot{A}_u(s) = \dot{A}_{up}(s) \frac{s^2 R_1 R_2 C_2 C_3}{1 + s R_1 (C_1 + C_2 + C_3) + s^2 R_1 R_2 C_2 C_3}$$

品质因数

$$Q = \frac{1}{C_1 + C_2 + C_3} \sqrt{\frac{R_1}{C_2 C_3 R_2}}$$

其中： $f \rightarrow \infty$, 通带增益 $\dot{A}_{up} = -\frac{C_1}{C_3}$

特征频率 $f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 R_2 C_2 C_3}}$

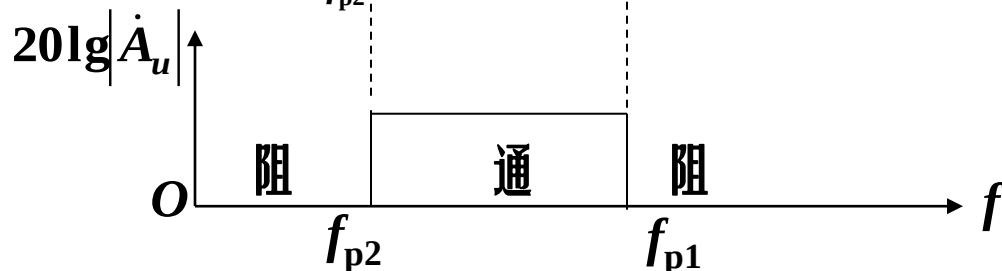
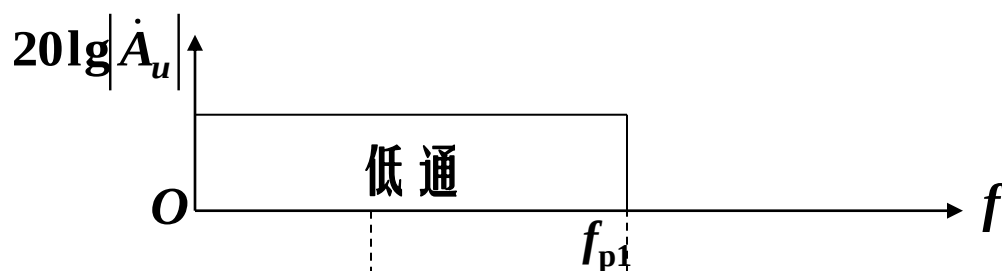
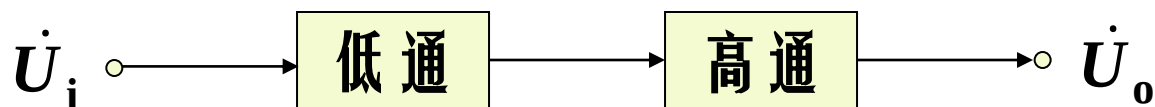




6.3.3 其他滤波电路

2. 带通滤波电路(BPF)

只允许某一段频带内的信号通过，将此频带以外的信号阻断。





6.3.3 其他滤波电路

2. 压控电压源二阶带通滤波电路

$$\dot{A}_u = \frac{\dot{A}_{uf}}{(3 - \dot{A}_{uf}) + j(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})}$$

$$= \frac{\dot{A}_{up}}{1 + jQ(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})}$$

$$\dot{A}_{uf} = \frac{U_o}{U_p} = 1 + \frac{R_F}{R_1} \text{——同相比比例系数}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_1 C} \text{——中心频率}$$

$$\dot{A}_{up} = \frac{\dot{A}_{uf}}{3 - \dot{A}_{uf}} = Q\dot{A}_{uf} \text{——通带电压放大倍}$$

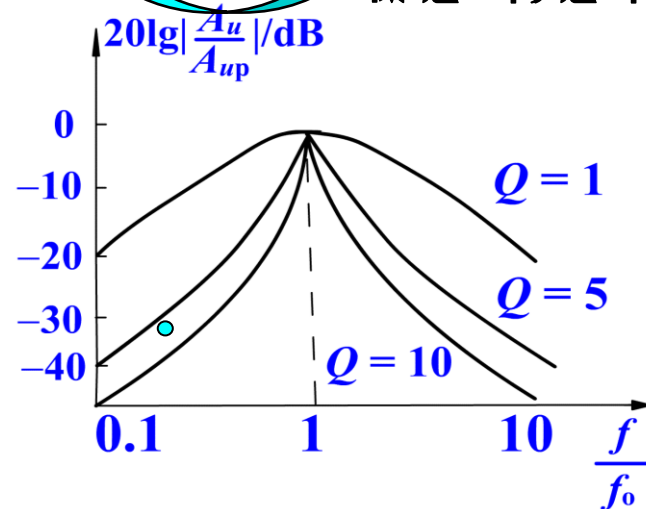
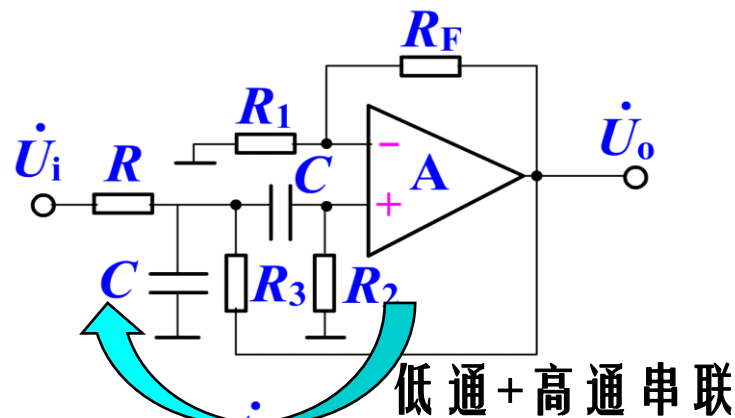
$$Q = \frac{1}{3 - \dot{A}_{uf}}$$

$$f_{p1} = \frac{f_0}{2} [\sqrt{(3 - A_{uf})^2 + 4} - (3 - A_{uf})]$$

$$f_{p2} = \frac{f_0}{2} [\sqrt{(3 - A_{uf})^2 + 4} + (3 - A_{uf})]$$

——通频带

$$f_{bw} = f_{p1} - f_{p2} = f_0/Q$$

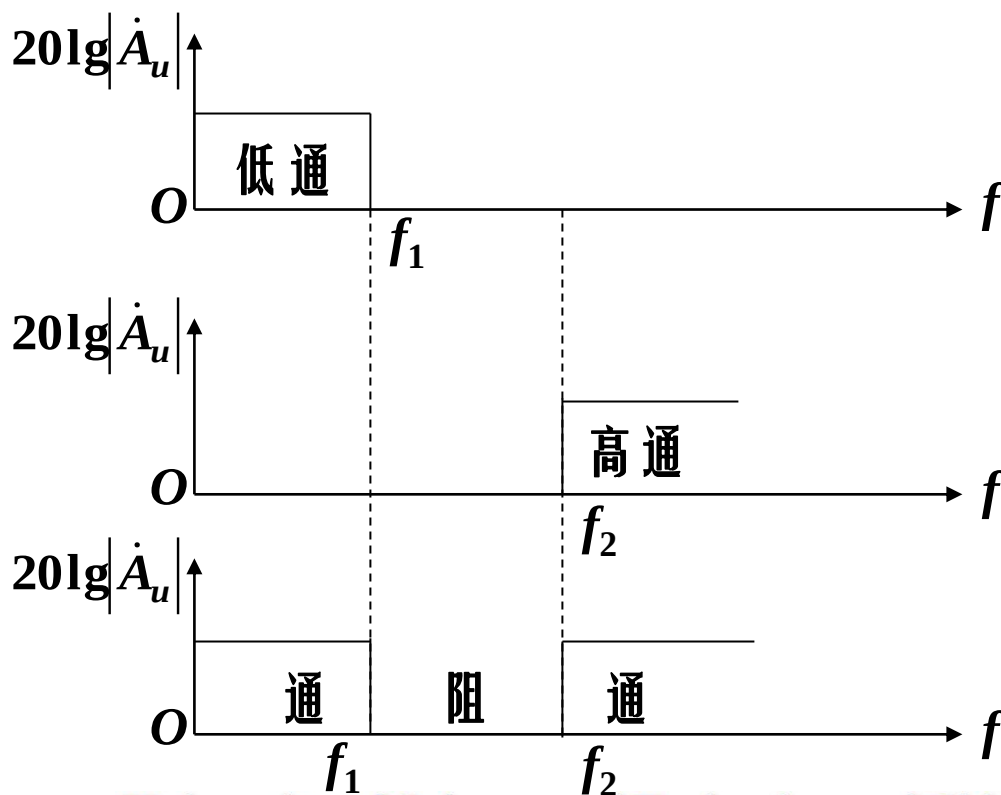
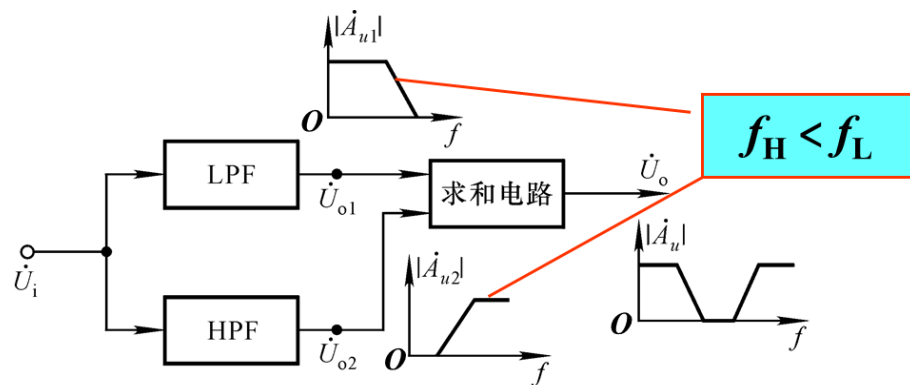




6.3.3 其他滤波电路

3.带阻滤波器(BEF)

在规定的频带内，信号被阻断，
在此频带以外的信号能顺利通过。





6.3.3 其他滤波电路

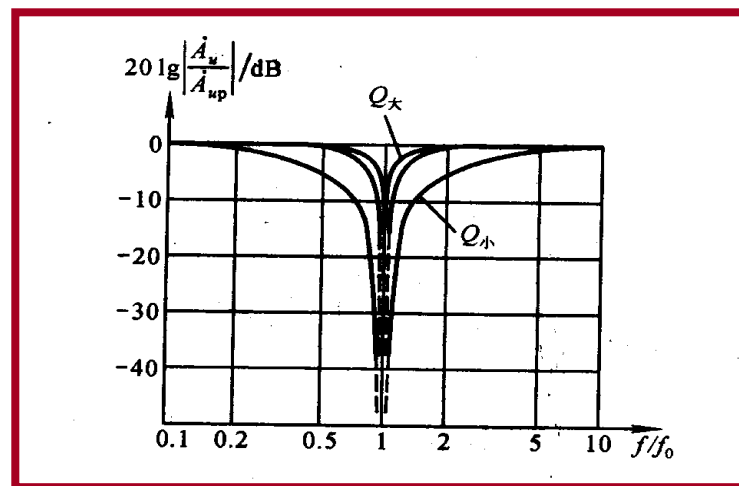
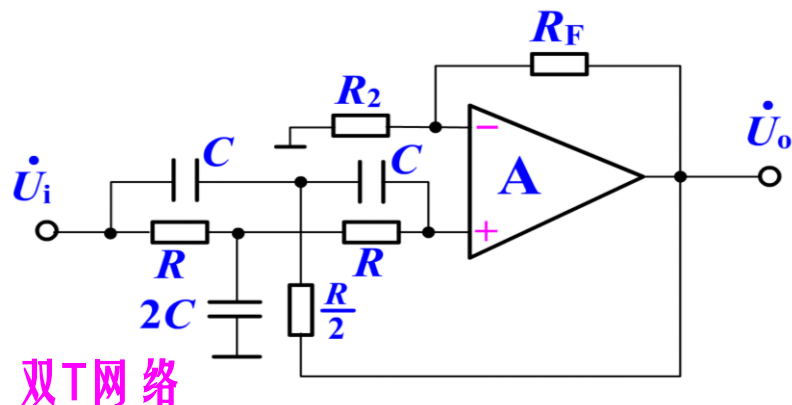
3. 常用有源带阻滤波电路：无源LPF和HPF并联构成+同相比例；

$$\dot{A}_u = \frac{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + j2(2 - A_{up})\frac{f}{f_0}} A_{up}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \text{——中心频率}$$

$$A_{up} = 1 + \frac{R_F}{R_2} \text{——通带电压放大倍数}$$

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{1}{2(2 - A_{up})} \quad \dot{A}_u = \frac{A_{up}}{1 + j\frac{1}{Q}\frac{ff_0}{f_0^2 - f^2}}$$



阻带宽度 $BW = f_{p2} - f_{p1} = f_0 / Q$

带阻滤波器的幅频特性





6.3.3 其他滤波电路

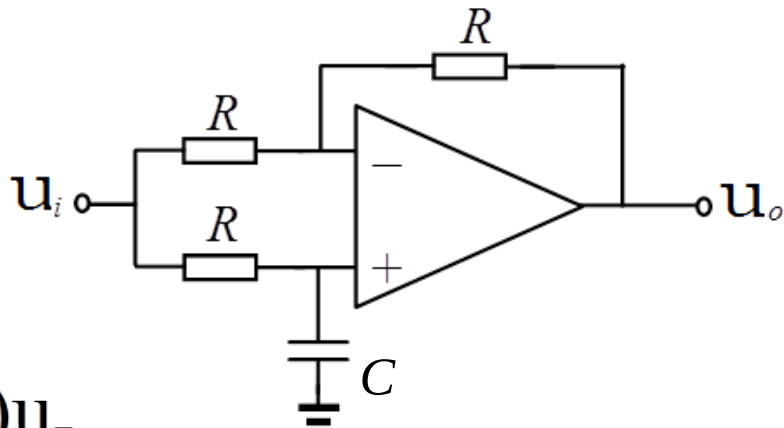
4. 全通滤波电路

$$\frac{u_i - u_N}{R} = \frac{u_N - u_o}{R} \Rightarrow u_N = \frac{u_i + u_o}{2}$$

$$\frac{u_i - u_P}{R} = \frac{u_P - 0}{\frac{1}{sC}} \Rightarrow u_i = (1 + sRC)u_P$$

$$\Rightarrow u_i = (1 + sRC) \frac{u_i + u_o}{2}$$

$$\Rightarrow A_v = \frac{u_o}{u_i} = \frac{1 - sRC}{1 + sRC} = \begin{cases} |A_v| = 1 \\ \varphi_{A_v} = -2 \tan^{-1} \omega RC \end{cases}$$



→ U_o 滞后 $\varphi(j\omega)$; 频率越高, 滞后越大; 通过 R 、 C , 可调节滞后大小, 实现 **全通滤波电路**。





6.3.3 其他滤波电路

4. 全通滤波电路2

$$\frac{u_i - u_N}{R} = \frac{u_N - u_o}{R} \Rightarrow u_N = \frac{u_i + u_o}{2}$$

$$\frac{u_i - u_p}{1/j\omega C} = \frac{u_p - 0}{R} \Rightarrow u_i = \frac{1 + j\omega C R}{j\omega C R} u_p$$

$$u_i = \frac{1 + j\omega C R}{j\omega C R} \left(\frac{u_i + u_o}{2} \right)$$

电压放大倍数 $\dot{A}_U = \frac{u_o}{u_i} = -\frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

$$|\dot{A}_u| = 1$$

$$\phi = 180^\circ - 2\arctan f/f_0$$

→ U_o 超前 $\phi(j\omega)$,
实现全通滤波电路。

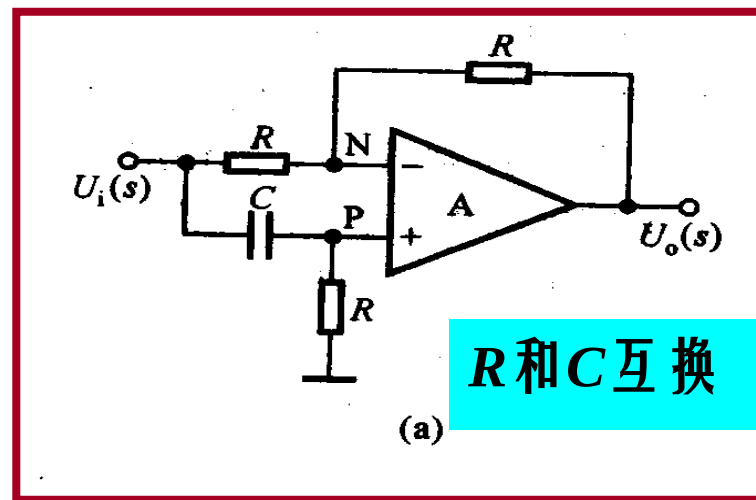


图 全通滤波电路

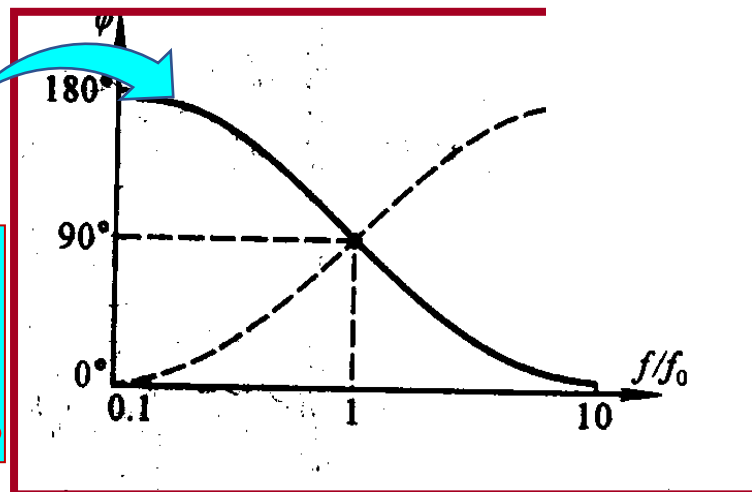


图 全通滤波电路的相频特性





§ 6.4 电子信息系统预处理 中所用放大电路

2024年12月10日





6.4 仪表放大器

■ 仪表放大器的特点

- 信号源内阻通常为变量，要求放大器具有高输入阻抗；
- 信号一般为较小幅度的差模信号，同时叠加有较大幅度的共模信号，要求放大器具有较强的共模抑制能力；

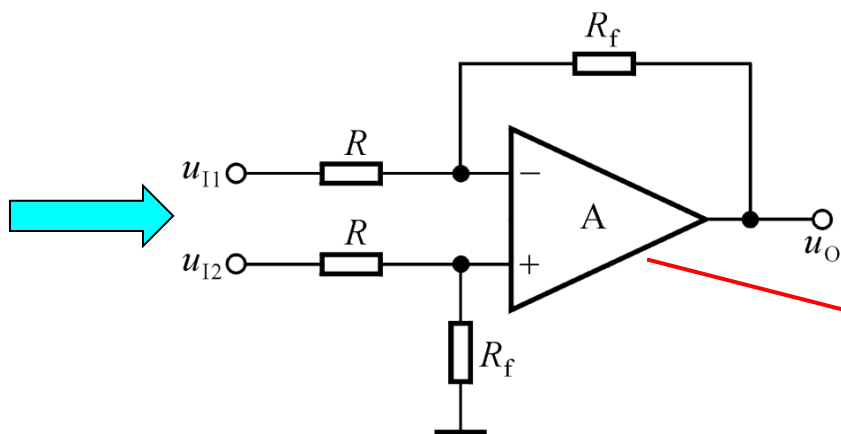




6.4.1 基本仪表放大器特点

- 干扰多为共模形式存在，故将信号按差模方式传输，所以差动电路应用十分广泛；
- 运放本身具有差动电压传输特性，因接近理想运放，线性工作动态范围太小，必须加深度负反馈，增益主要取决于反馈网络；

1. 基本型差动运放：



$$u_O = \frac{R_f}{R} \cdot (u_{I2} - u_{I1})$$

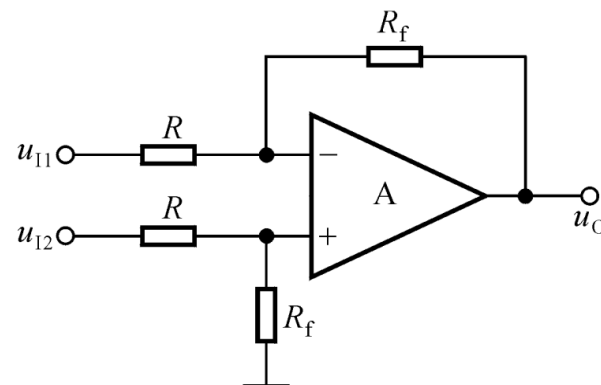
不足：输入阻抗不高，增益调节很麻烦，两支路必须同步调节。





6.4.1 基本仪表放大器特点

- 差模输出是对反相比例放大和对分压后的同相放大两种信号的线性叠加！
- 当理想电阻完全匹配时，该电路可以做到 $CMRR$ 达到无穷，即完全抑制共模信号！



$$u_O = \frac{R_f}{R} \cdot (u_{I2} - u_{I1})$$

- 当实际电阻不完全匹配时，电路输出的 $CMRR$ 则只能为有限值！



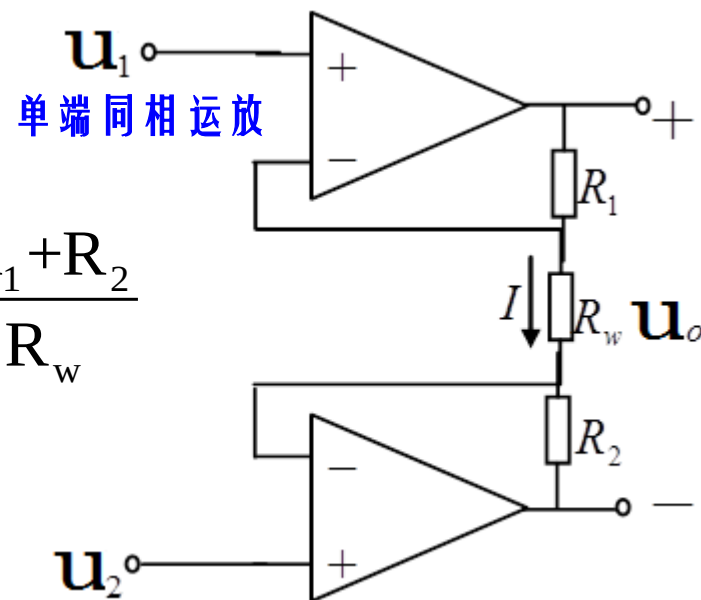


6.4.2 同相并联型仪表放大器

■ 电路结构 $u_P = u_N \Rightarrow I = \frac{u_1 - u_2}{R_w}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow u_o &= I(R_1 + R_2 + R_w) & A_{od} &= 1 + \frac{R_1 + R_2}{R_w} \\ &= \left(1 + \frac{R_1 + R_2}{R_w}\right)(u_1 - u_2) \end{aligned}$$

理想情况下，该电路的CMRR趋于无穷



- 平衡输出方式，高共模抑制比，低漂移；
- 输入端对地阻抗接近无穷；
- 外部电阻无匹配要求；
- 该电路为悬浮输出，不适合接地负载；



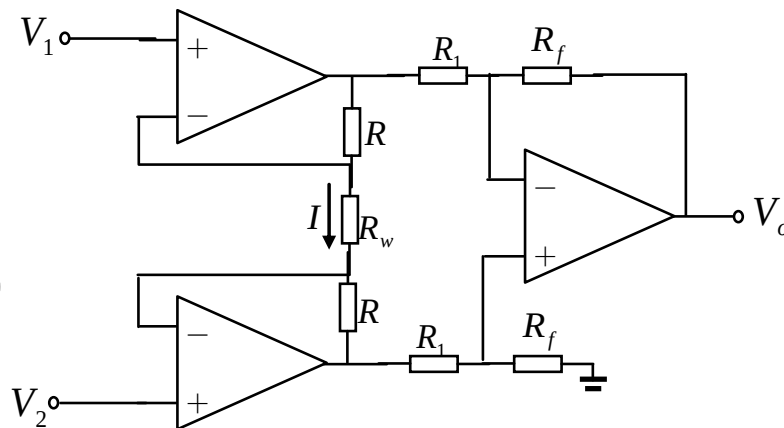


6.4.3 仪用三运仪表放大器

■ 电路结构：单端对地输出方式，适合接地负载；

$$V_{o1} = (1 + \frac{2R}{R_w})(V_1 - V_2)$$

$$\Rightarrow V_o = \frac{R_f}{R_1}(-V_{o1}) = \frac{R_f}{R_1}(1 + \frac{2R}{R_w})(V_2 - V_1)$$



→ 如果前级两运放匹配，后级电阻对匹配；

即使运放CMRR有限，该电路的CMRR仍趋于无穷。

仪用三运放电路得到了广泛的应用

