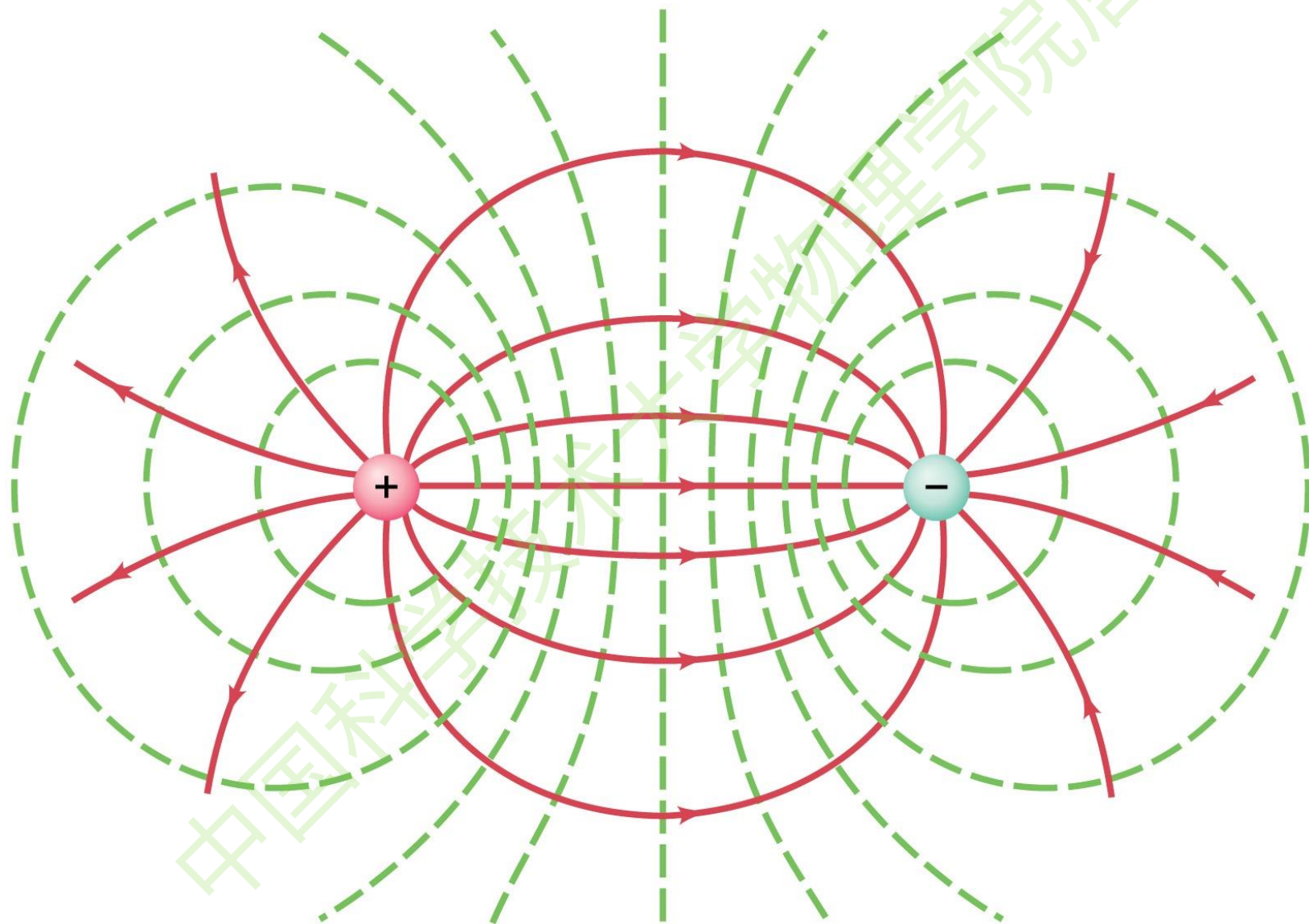


# 第1章 电力与电场



# 第1章 电力与电场

§ 1.1 电力起源

§ 1.2 库仑定律

§ 1.3 电场强度

§ 1.4 高斯定理

§ 1.5 环路定理

中国科学技术大学物理学院唐

# 连续分布的电荷

- 电荷的最小单位

$$e = 1.6021892(46) \times 10^{-19} \text{ C}$$

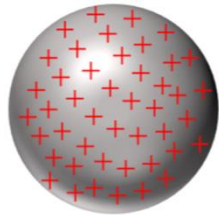
- 1库仑电量包含的电荷： $6.24 \times 10^{18}$
- 1库仑电量分布在1立方米体积中时，电荷的平均间距约为： $2 \times 10^{-7} \text{ m}$
- **一般情况下**，可以忽略电荷的量子性，将电荷分布当做连续分布的

# 连续分布的电荷的描述

连续分布的电荷可以用**电荷密度**来描述

可以是均匀的，也可以是不均匀的

• 体电荷:



$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

$$dq = \rho dV$$

“电荷元”

• 面电荷:



$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}$$

$$dq = \sigma dS$$

• 线电荷:



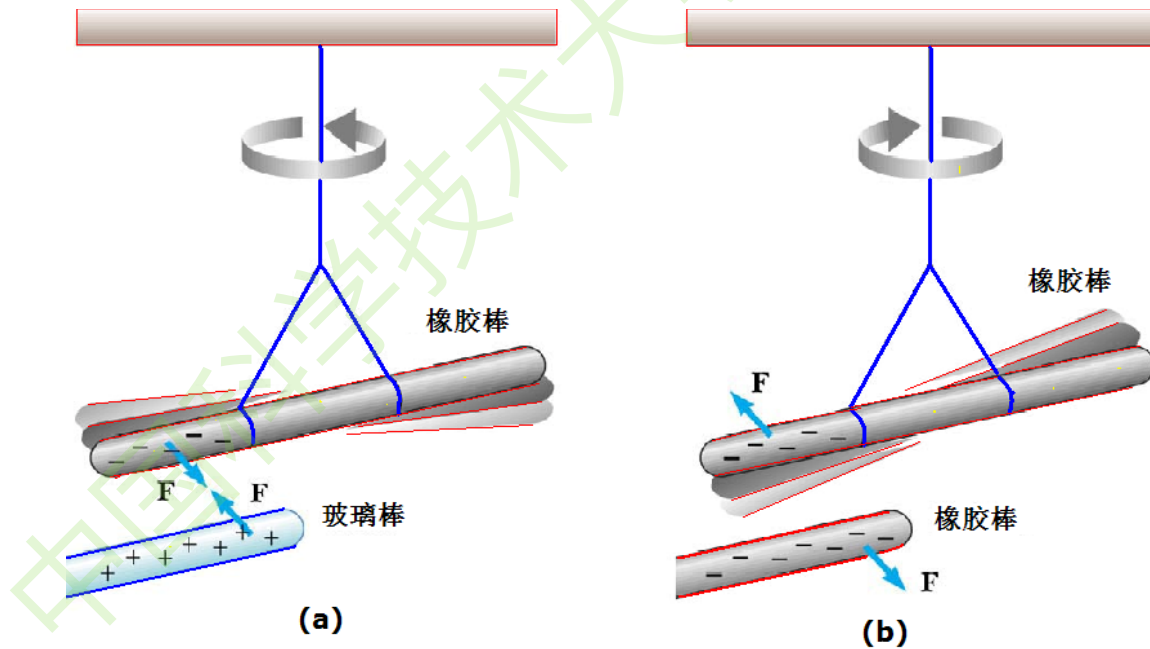
$$\lambda = \frac{\Delta q}{\Delta l}$$

$$dq = \lambda dl$$

# 电荷的特性

## 1. 自然界中存在两种电荷。

- 分别为正电荷和负电荷，它们互为相反电荷。
- 具有相加性。
- 同号电荷相斥，异号电荷相吸。



# 电荷的特性

## 2. 电荷是量子化的。

- 可以自由存在的电荷的基本单元是一个电子的电量。
- 夸克的电量是电子电量的 $\pm 2/3$ 或 $\pm 1/3$ 。但至今未发现夸克可以自由存在。
- 质子 (uud)  $+1$ ；中子 (udd) 电中性。

# 电荷的特性

## 3. 电荷的对称性。

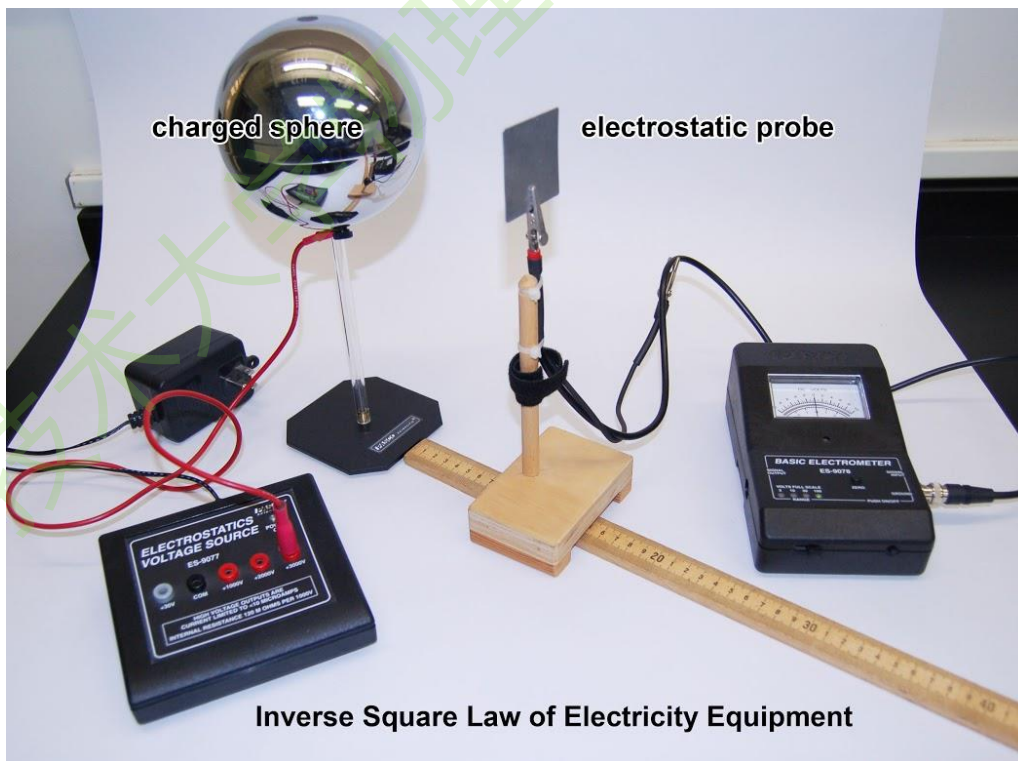
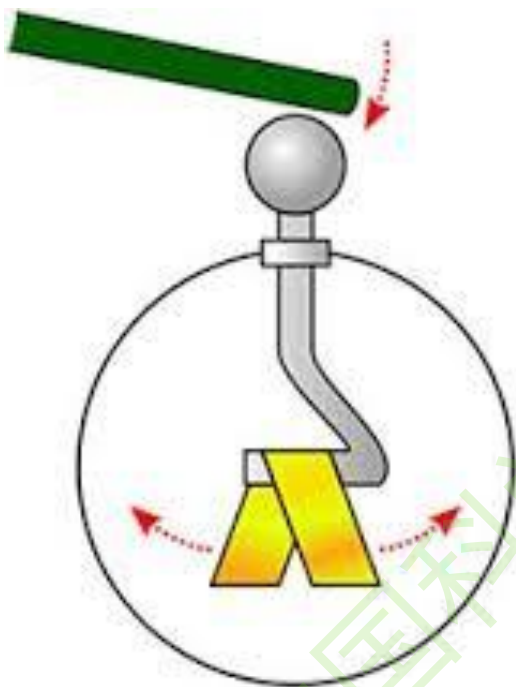
- 对于每种带电的基本粒子，必然存在与之对应的、带等量异号电荷的另一种基本粒子-反粒子。

## 4. 电量是相对论不变量。

- 电量和带电物质的速度无关，与参照系无关。
- 与质量的区别。

电荷是物质的基本属性，不存在不依附物质的“单独电荷”。

电量是物体所带电荷的数量，可用验电器、静电计等测量。



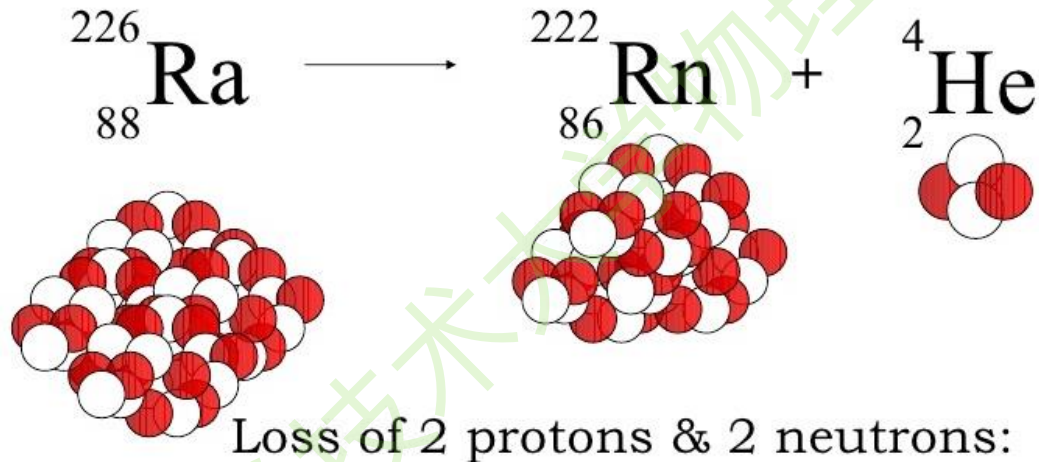


## § 1.1.4 电荷守恒定律

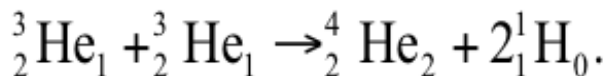
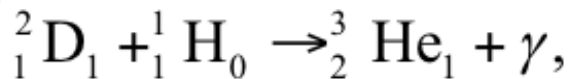
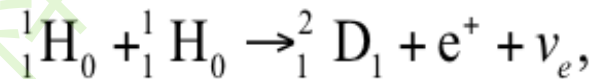
- 电荷不能脱离实物存在，只能从一个物体**转移**到另一个物体；或者从物体的一部分转移到另一部分。
- 在转移的过程中，电量的总量保持不变。
- 对于一个孤立系统，系统的电荷的代数和总是保持不变的，这就是**电荷守恒定律**。

- 由于电荷的相对论不变性。电荷守恒定律在所有的惯性系都成立。

- 电荷不仅在宏观上守恒，在微观上也守恒

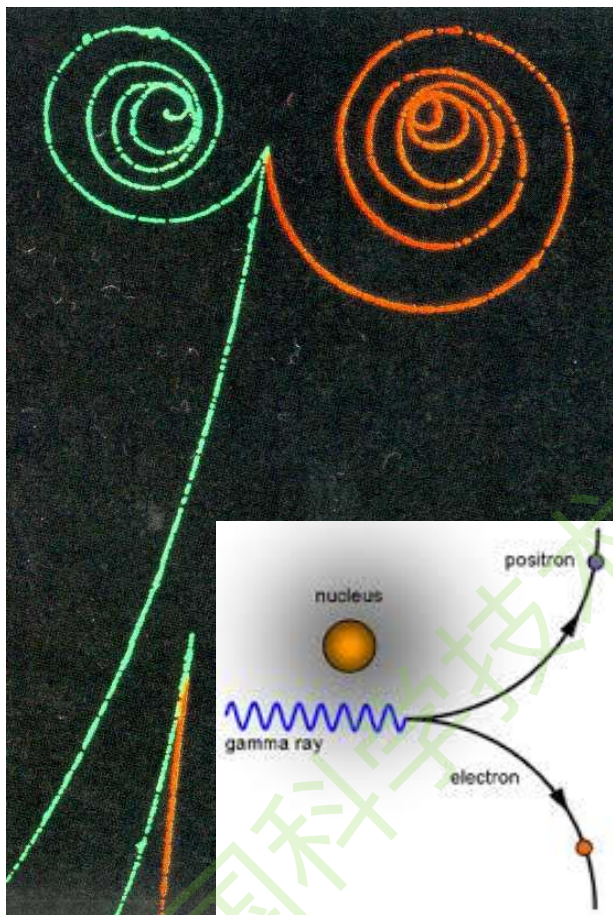


- 不仅在反应前后守恒，在反应的任意阶段都守恒



- 电荷可以从真空中产生或湮灭

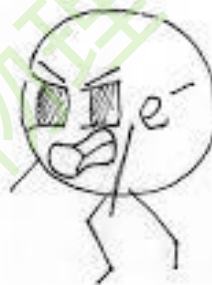
产生



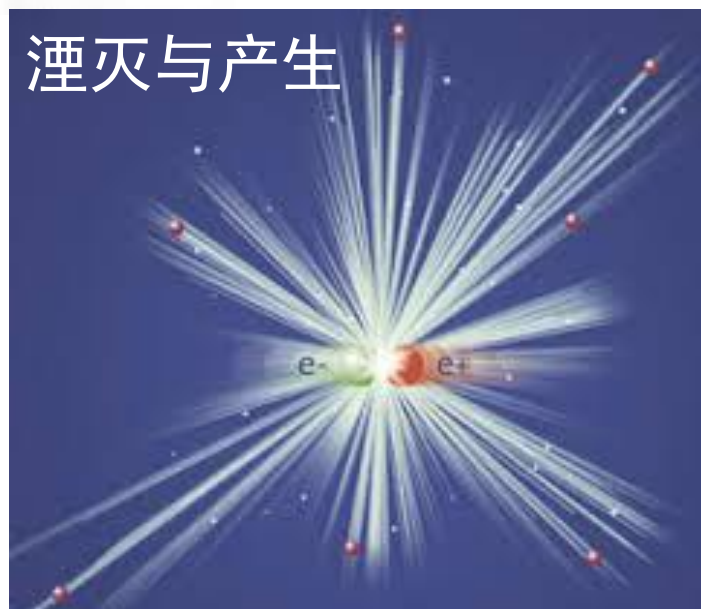
湮灭

No! I don't want  
a hug!

C'mon you're always  
so negative!



湮灭与产生

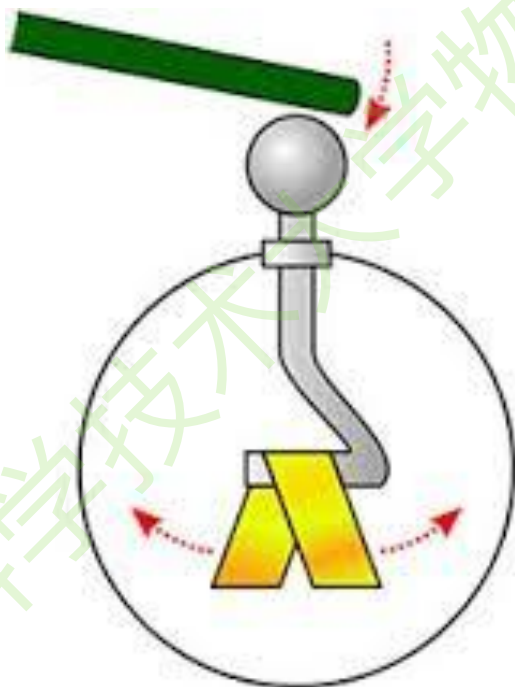


- 但必须是成对的!

# § 1.1.5 接触带电与感应带电

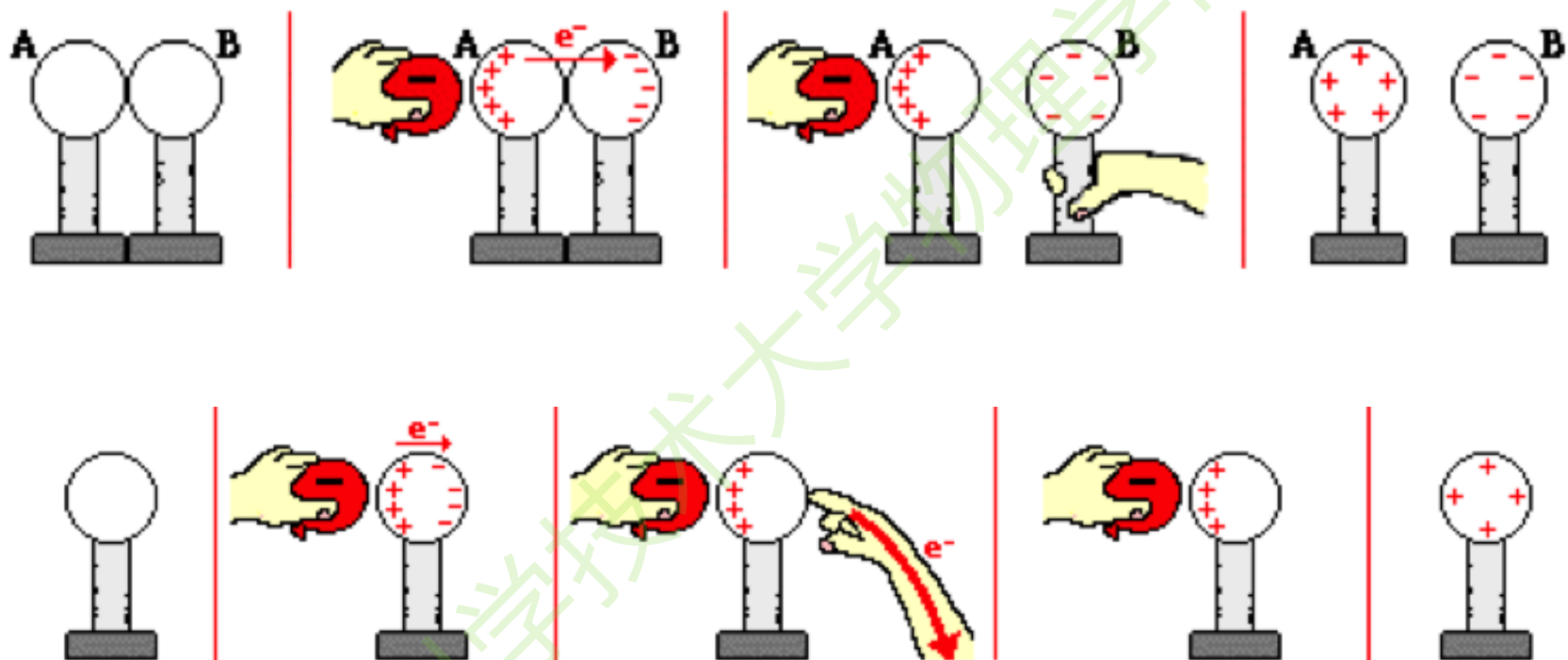
## 1. 接触带电

通过接触带来电荷的转移，从一个物体转移到另外一个物体

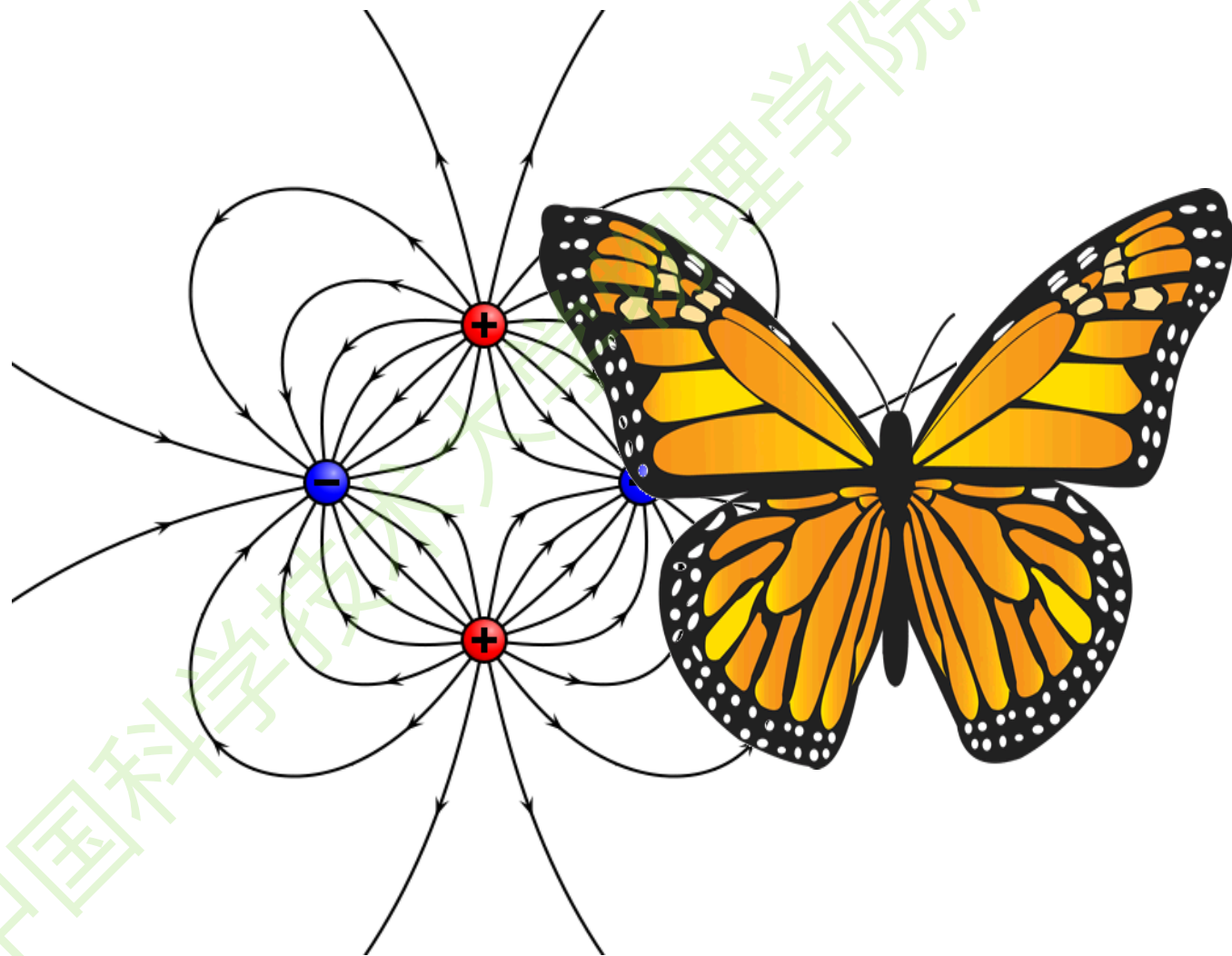


## 2. 感应带电

通过静电感应使得电荷转移。电荷重新分配。



# § 1.2 库仑定律



## § 1.2.1 库仑定律 (Coulomb's Law)



Charles-Augustin de Coulomb

1736-1806



库仑秤

# 1. 库仑与扭秤

- 库仑早年是一名军事工程师，督造过若干年的防御工事。
- 1781年，由于有关扭力的论文，他当选为法国科学院院士。
- 1784年，通过实验确立了金属丝的扭力定律。发现扭力正比于扭转角度，并指出可用来测量 $6.48 \times 10^{-6}$ 克重这样小的力。
- 1785年，库仑自行设计制作了一台精确的扭秤，测量了电荷之间相互作用力与距离等的关系。
- 1788年建立了库仑定律。



库仑做了三次实验记录：

1. 小球间距36刻度，银丝扭转 $36^\circ$
2. 小球间距18刻度，银丝扭转 $144^\circ$
3. 小球间距8.5刻度，银丝扭转 $575.5^\circ$

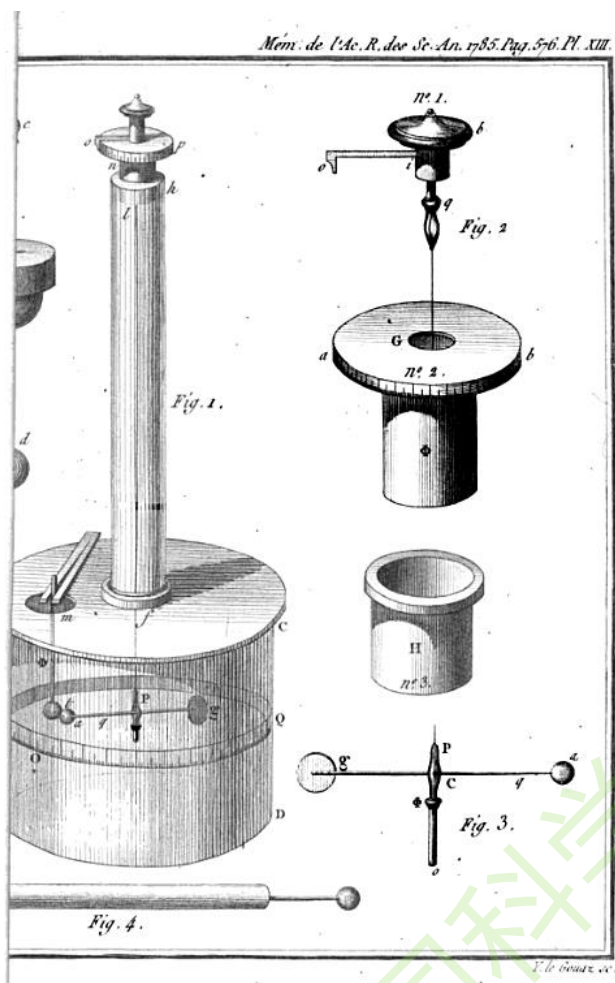
扭转角比  $1:4:16 \rightarrow$  斥力比  $1:4:16$

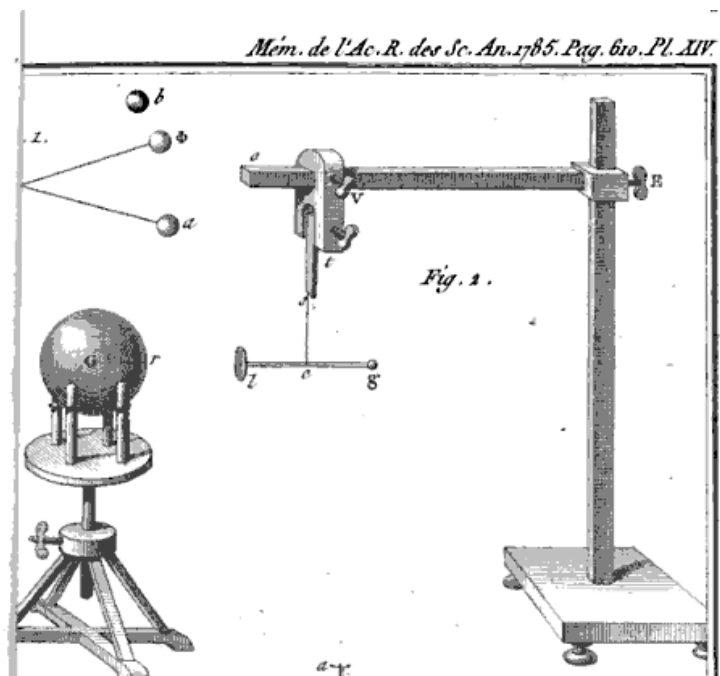
两小球间距比约为  $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

库仑还做了一系列实验，得出结论：

**两个带同种电荷小球之间的相互斥力与  
他们之间的距离的平方成反比。**

思考：为何第三次实验的间距偏小？

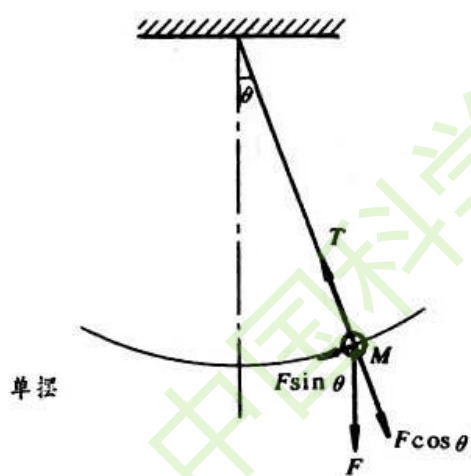




- 在同号电荷间斥力成功后，库仑开始**异号电荷引力**的扭秤实验。但发现平衡不稳定，结果不精确。

- 1787年，他通过扭摆实验，利用振荡方法测量了带电体周期与异号电荷之间间距的关系，也得到平方反比定律。

- 他还指出吸引力与两个带电体的**电量乘积成正比**。

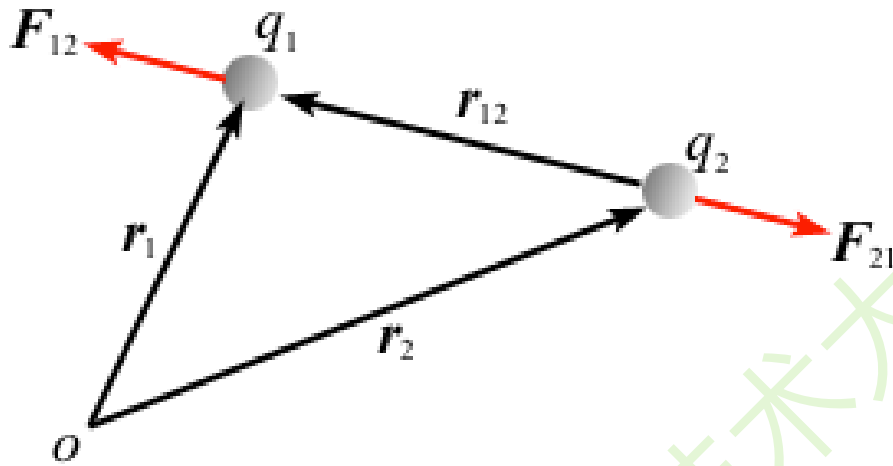


# 库仑定律

库仑定律的主要内容：

- 同号电荷相互排斥，异号电荷相互吸引；
  - 作用力沿两电荷的连线；
  - 力的大小正比于每个电荷的电量；
  - 力的大小反比于两个电荷之间距离的平方。
- 方向
- 大小

# 数学表述



$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{12}$$

$$\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \vec{e}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

# $k$ 值的确定

- 库仑定律中的比例系数 $k$ 的数值及量纲与单位制的选取有关
- 在国际单位制SI中，力的单位是N（牛顿），电量的单位是C（库仑）

$$1C = 1A \cdot s$$

- 则通过实验测得比例系数

$$k = 8.987551787 \times 10^9 \approx 9.0 \times 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$$

- 定义 $k = 1/(4\pi\epsilon_0)$ ，则真空介电常数

$$\epsilon_0 = 8.85418782 \times 10^{-12} \text{ N}^{-1}\text{m}^{-2}\text{C}^2$$

[例] 氢原子中质子和电子之间的距离为0.053 nm, 求它们之间的相互作用力

$$F_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = -k \frac{e^2}{r^2} \\ = -9.0 \times 10^9 \cdot \left( \frac{1.6 \times 10^{-19}}{5.3 \times 10^{-11}} \right)^2 = 8.2 \times 10^{-8} N$$

$$F_g = G \frac{Mm}{r^2} = 6.673 \times 10^{-11} \cdot \frac{1.67 \times 10^{-27} \cdot 9.1 \times 10^{-31}}{(5.3 \times 10^{-11})^2} \\ = 3.6 \times 10^{-47} N$$

$$\frac{F_e}{F_g} = 2.3 \times 10^{39}$$

质子与电子之间的静电力与引力的比约为： $10^{39}$

## 2. 关于库仑定律的讨论

1. 库仑定律的适用对象：**点电荷**

2. 库仑定律成立的条件：

**真空条件并不必要**，周围有其他电荷存在时依然成立。

**两点电荷相对静止**

静止源电荷对运动电荷的作用力也满足。运动速度对静止电荷的作用力需要修正。但速度远低于光速时修正很小，可以忽略。

**距离 $r$ 的适用范围很大**： $10^{-17} - 10^7$  m。

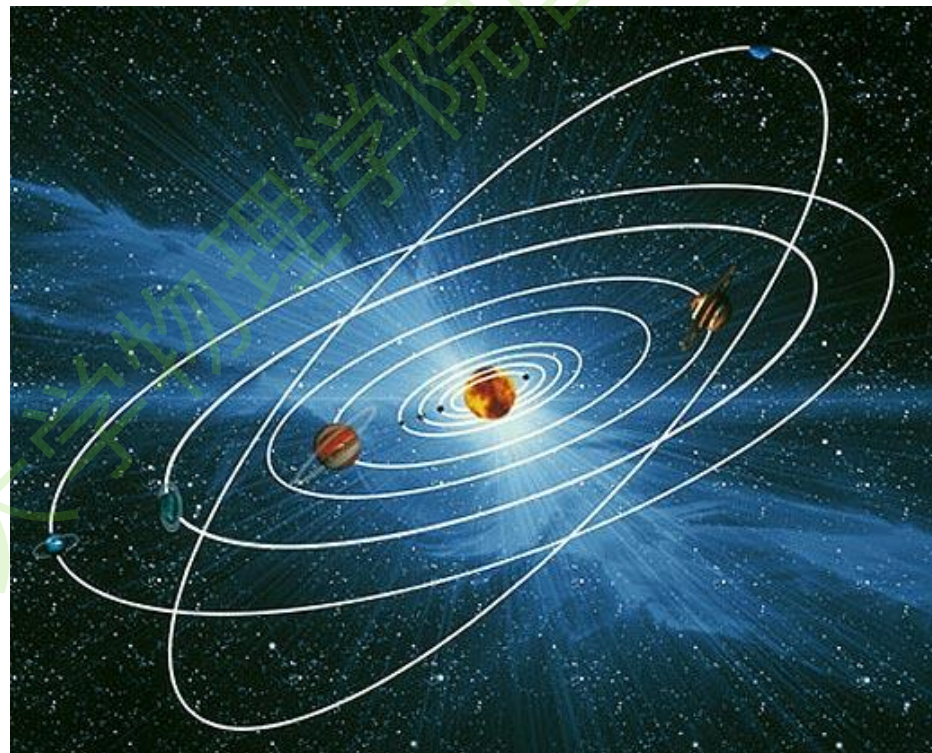
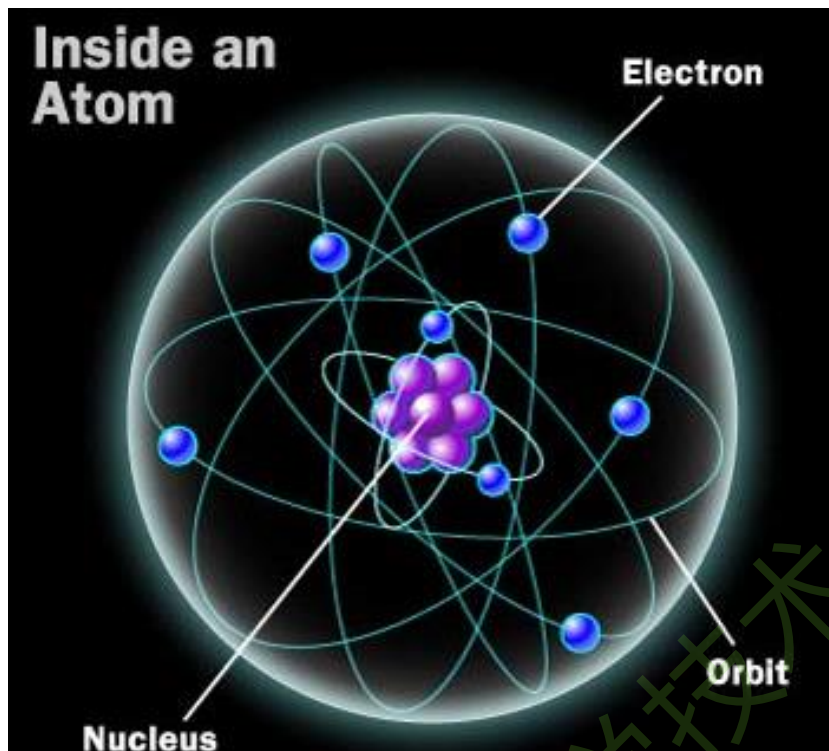
# 关于库仑定律的讨论

3. 库仑力是**有心力**，大小与**距离平方成反比**
4. 库仑定律是一条实验规律

Author	Date		$\varepsilon$
Cavendish	1773	d	$3 \times 10^{-2}$
Coulomb	1779	d	$1 \times 10^{-2}$
Robison	1801	d	$6 \times 10^{-2}$
Maxwell	1892	d	$5 \times 10^{-5}$
Plimpton and Lawton	1936	d	$2 \times 10^{-9}$
Cochran and Franken	1968	d	$9 \times 10^{-12}$
Bartlett <i>et al</i>	1970	d	$1 \times 10^{-13}$
Williams <i>et al</i>	1971	d	$6 \times 10^{-16}$
Goldhaber and Nieto	1968	i	$1.7 \times 10^{-16}$
Franken and Ampulski	1971	i	$4.3 \times 10^{-18}$
Lowenthal	1973	i	$3.0 \times 10^{-08}$
Davis <i>et al</i>	1975	i	$3.4 \times 10^{-17}$
Crandall	1983	d	$3.4 \times 10^{-16}$
Ryan <i>et al</i>	1985	i	$6.4 \times 10^{-11}$
Boulware and Deser	1989	i	$1.2 \times 10^{-13}$
Chernikov <i>et al</i>	1992	i	$3.6 \times 10^{-14}$
Fischbach <i>et al</i>	1994	i	$4.3 \times 10^{-17}$
Lakes	1998	i	$6.8 \times 10^{-19}$
Schaefer	1999	i	$1.8 \times 10^{-12}$
Lou <i>et al</i>	2002	i	$5.1 \times 10^{-20}$



### 3. 库仑定律与万有引力的对比



一沙一世界  
一花一天堂  
无限掌中置  
刹那成永恒

-- 徐志摩译

To see a world in a grain sand  
And a heaven in a wild flower  
Hold infinity in the palm of your hand  
And eternity in an hour

-- William Blake (1757-1827)

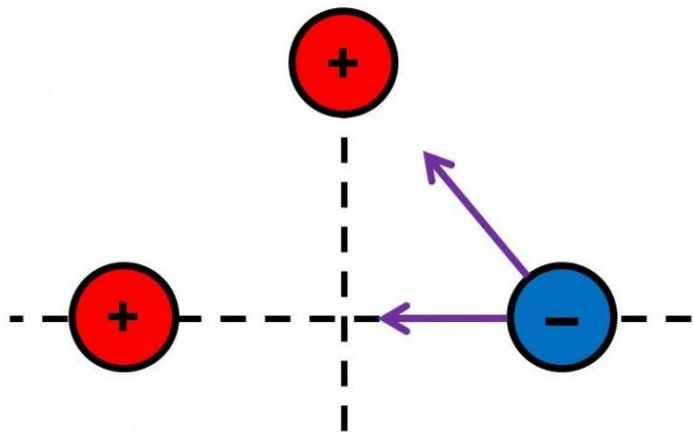
# 电力与引力的比较

1. 都是自然界的基本力
2. 都遵守平方反比律
3. 作用强度差别很大
4. 万有引力只有吸引力，电力有吸引力和排斥力

# 电荷与质量的比较

1. 都是物质的基本属性
2. 都遵循各自的守恒定律
3. 质量只有一种，电荷有正、负两种
4. 质量有相对论效应，电荷无相对论效应
5. 电荷有量子性，质量则并无量子性？

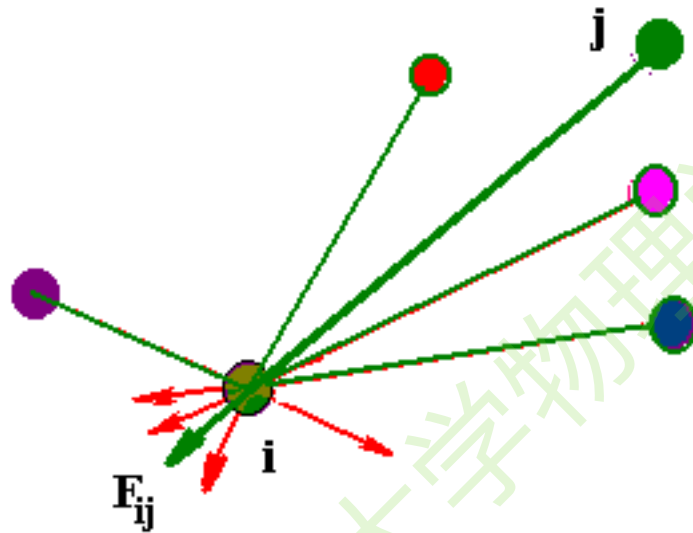
## § 1.2.2 叠加原理



- 两个点电荷间的作用力不因第三个电荷的存在而改变。

- 对多个点电荷系统
  - 每一对点电荷之间的作用力都服从库仑定律
  - 任一点电荷受力为所有其他点电荷**单独**作用的库仑力的**矢量和**。
- 这一结论称为**叠加原理**。

# 数学表述



$$\vec{F}_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}^2} \vec{e}_{ij} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{q_i q_j}{4\pi\epsilon_0 r_{ij}^3} \vec{r}_{ij}$$

# 带电体系与“电荷元”

对于带电体系，可将其分割为许多称为“电荷元”的小部分，可当做“点电荷”来处理。

- 体电荷密度： $\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}$        $dq = \rho dV$
- 面电荷密度： $\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}$        $dq = \sigma dS$
- 线电荷密度： $\lambda = \frac{\Delta q}{\Delta l}$        $dq = \lambda dl$

# 点电荷与带电体系的作用

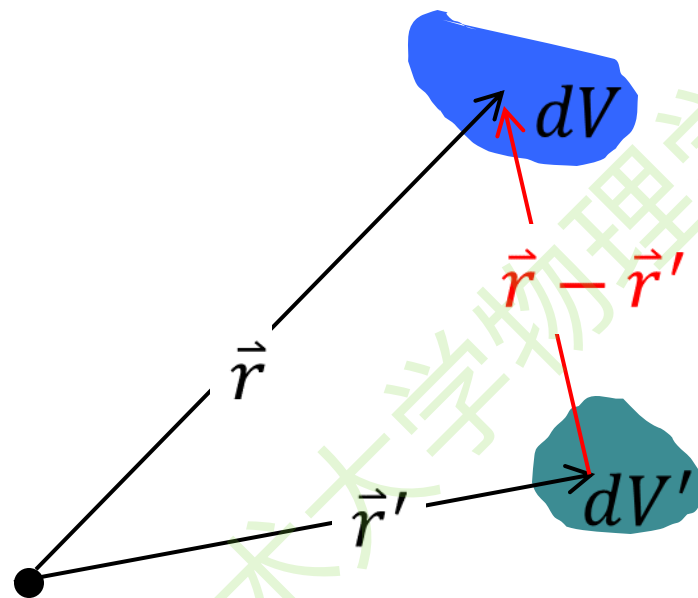
利用叠加原理，可以求体带电体、面带电体和线带电体对点电荷的作用力

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{V'} \frac{(\vec{r} - \vec{r}')\rho(\vec{r}')dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \iint_{S'} \frac{(\vec{r} - \vec{r}')\sigma(\vec{r}')dS'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{l'} \frac{(\vec{r} - \vec{r}')\lambda(\vec{r}')dl'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

# 带电体系之间的作用



$$\vec{F}_{VV'} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \iiint_{V'} \frac{(\vec{r} - \vec{r}')\rho(\vec{r})\rho'(\vec{r}')dVdV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$



# 作业

- 1. 2
- 1. 3
- 1. 6
- 1. 31

中国科学技术大学物理学院唐