第3章 电流与电路

§3.1 电流与电流密度

§3.2 欧姆定律

§3.3 电源及电动势

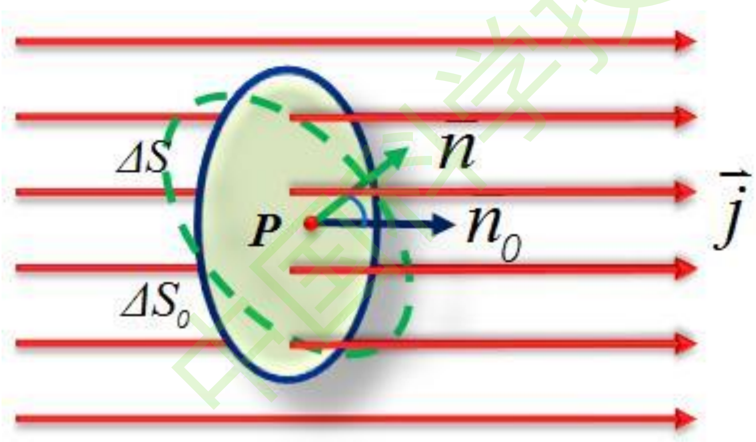
§3.4 直流电路的基本规律

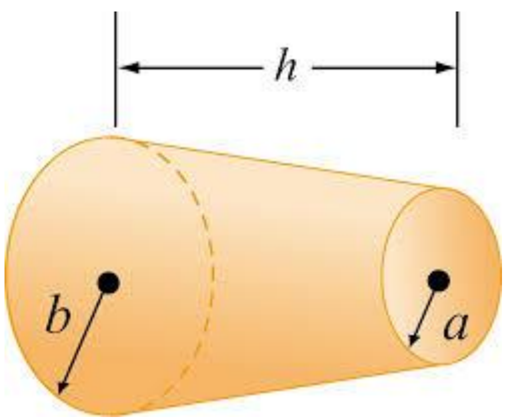
§3.5 电压源与电流源

§3.6 地球的电环境

考虑导体中的某一给定点P，在该点沿电流方向作一单位矢量$\vec{n}_0$， 并取一面元ΔS_0与$\vec{n}_0$垂直，设通过的电流强度为ΔI，则定义P处的电流密度为：

$$\boxed{\vec{j}=\frac{\Delta I}{\Delta S_0}\vec{n}_0}$$

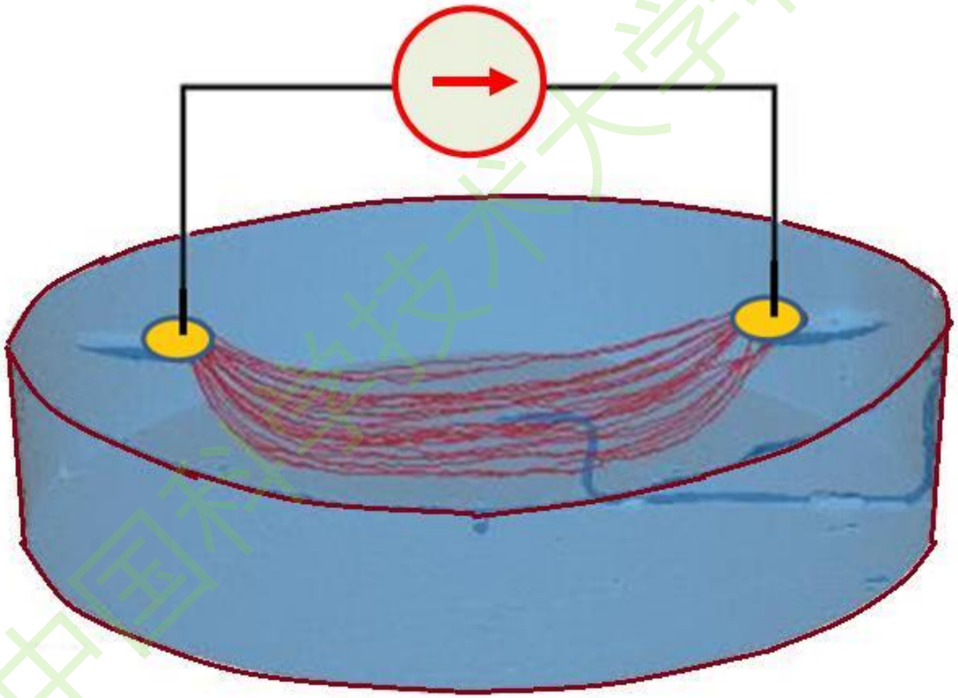


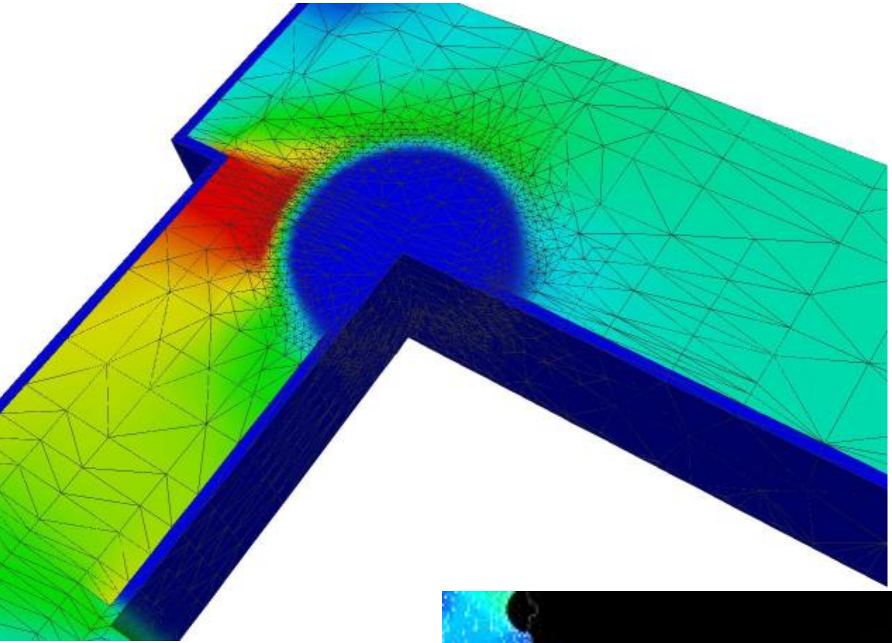


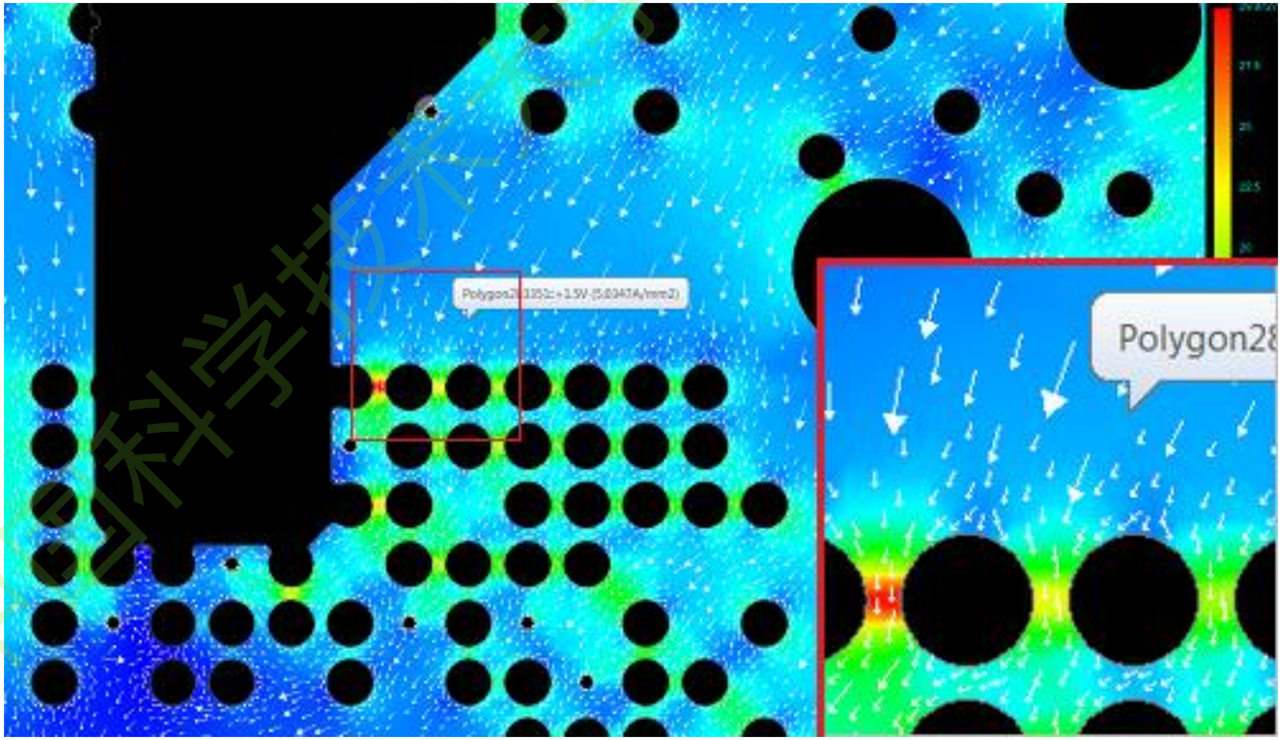
电流密度的单位：安培/米^2

电流密度是空间位置的矢量函数，与电场强度类似。

“电流场”，“电流线”






Polygon28

设n为单位体积导体中的自由电子密度，$\vec{v}$为电子的定向运动平均速度，则导体中的电流密度为：

$$\boxed{\vec{j}=\frac{\Delta I}{\Delta S_0}\vec{n}_0=\frac{dQ}{dt}\frac{\vec{n}_0}{\Delta S_0}=-\frac{ne\Delta S_0 dl}{dt}\frac{\vec{n}_0}{\Delta S_0}=-ne\vec{v}}$$

$$\boxed{\vec{j}=nq\vec{v}}$$

【例】估算金属导线中的电子定向运动平均速度。

【解】设电流为1 A，导线横截面为1 mm^2

则电流密度为：

$$j=\frac{1A}{1mm^2}=10^6\ \mathrm{A}/m^2$$

金属中的自由电子密度：

$$\mathrm{n}=\frac{N_A\rho}{A}=\frac{6\times10^{23}\cdot9\times10^3}{64\times10^{-3}}\approx10^{29}\ /m^2$$

金属中的自由电子定向运动速度：

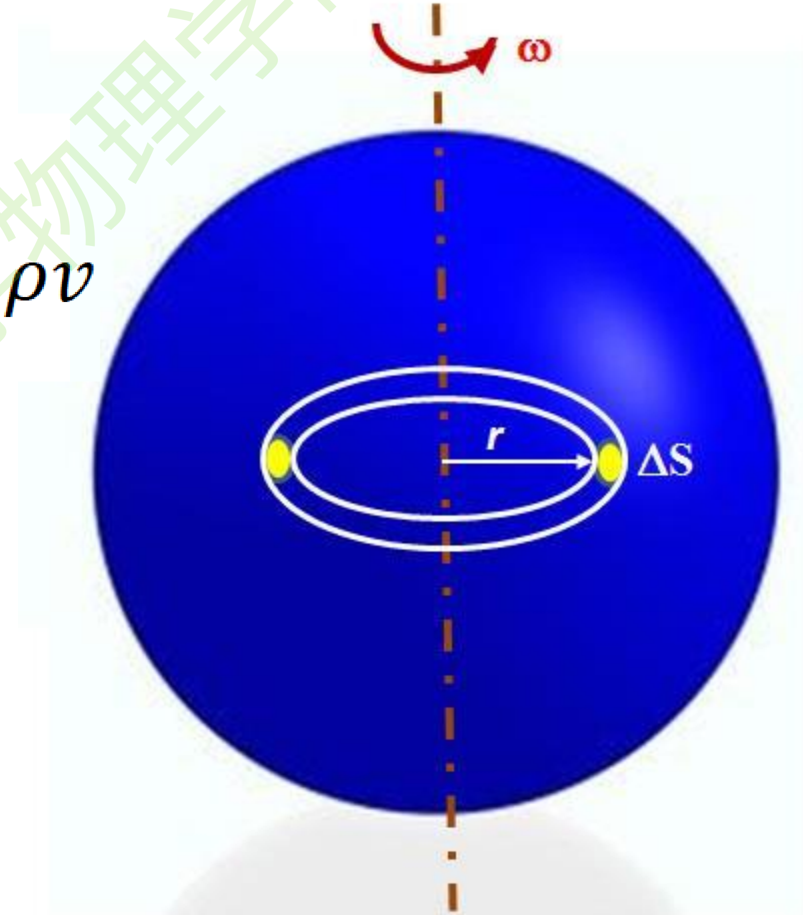
$$j=env\ \Rightarrow\ v=\frac{j}{en}=\frac{10^6}{10^{-19}\cdot10^{29}}=10^{-4}\ m/s$$

运动1米需要3小时！

【例3.1】电荷量Q均匀分布在半径为R的球体内，该球以均匀角速度ω绕它的一个直径旋转。求球内离转轴r处的电流密度。

【解】

$$j=\frac{\frac{dQ}{dt}}{dS}=\frac{\rho dSdl}{dtdS}=\rho\frac{dl}{dt}=\rho v$$

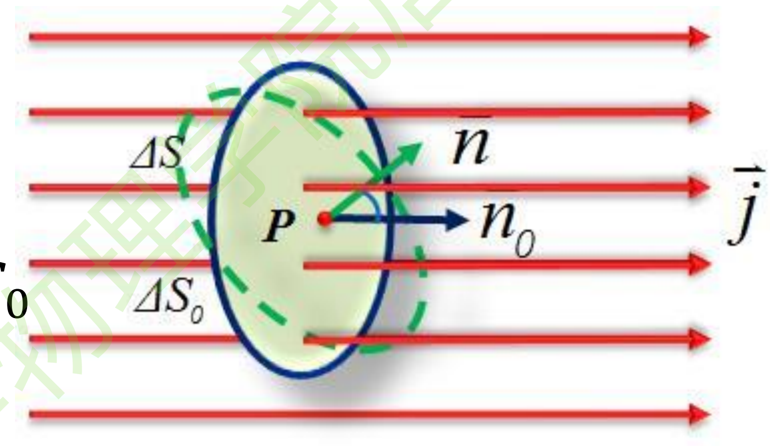


矢量形式：

$$\boxed{\vec{j}=\rho_e\vec{v}}$$

$$\vec{j}=\frac{3Q}{4\pi R^3}\vec{\omega}\times\vec{r}$$

电流密度 ➔ 电流强度



求通过某一面积S的电流强度

取面积元ΔS，其在方向的投影为ΔS_0
通过的电流为

$$\Delta I = j\Delta S_0 = \vec{j} \cdot \Delta\vec{S}$$

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

电流强度为某一面上电流密度的通量。

§ 3.1.2 电流强度与电流密度

1. 电流强度

单位时间通过导体任意横截面的电量。

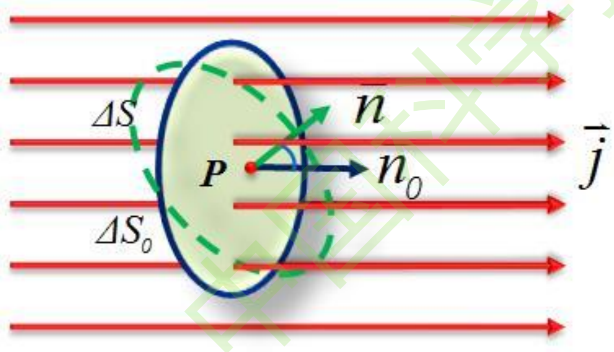
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

2. 电流密度

方向：很小的区域内载流子定向运动的方向

大小：单位时间通过垂直于该方向的单位面积的电流

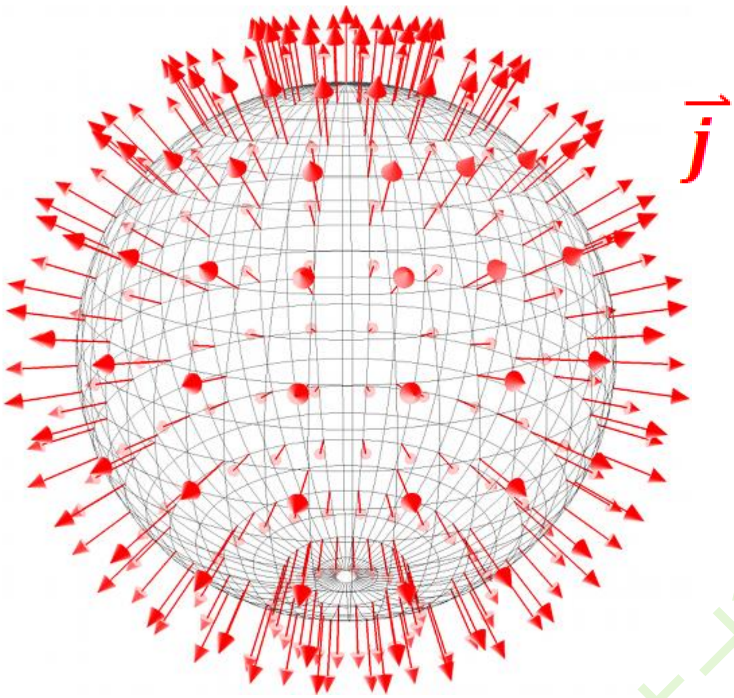


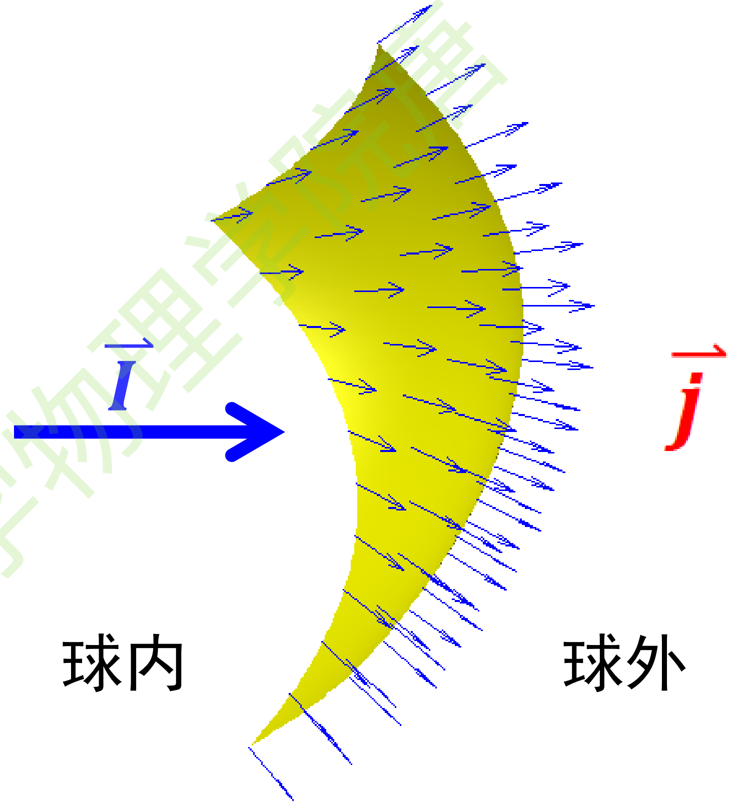
$$\vec{j} = \frac{\Delta I}{\Delta S_0}\vec{n}_0$$

$$\vec{j} = nq\vec{v}$$

$$\vec{j} = \rho_e \vec{v}$$

§ 3.1.3 电流连续性方程





根据电流密度的定义，流出球面的总电流：

$$I = \oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

根据电荷守恒定律，流出球面的电荷Q等于球内电荷q的减少量

$$I = \frac{dQ}{dt} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\iiint_V \rho dV$$

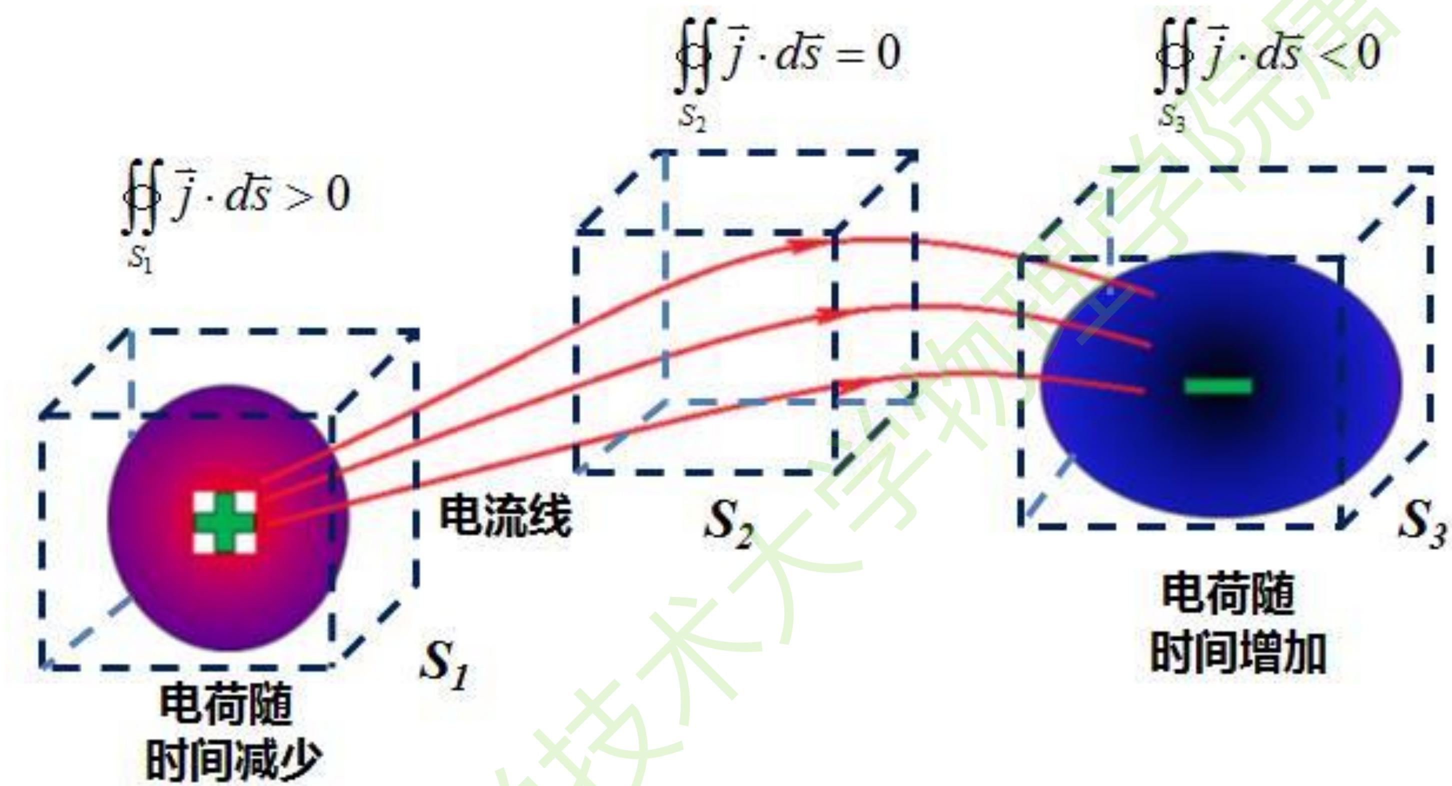
§ 3.1.3 电流连续性方程

$$\boxed{\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\iiint_V \rho dV}$$

积分形式

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

微分形式

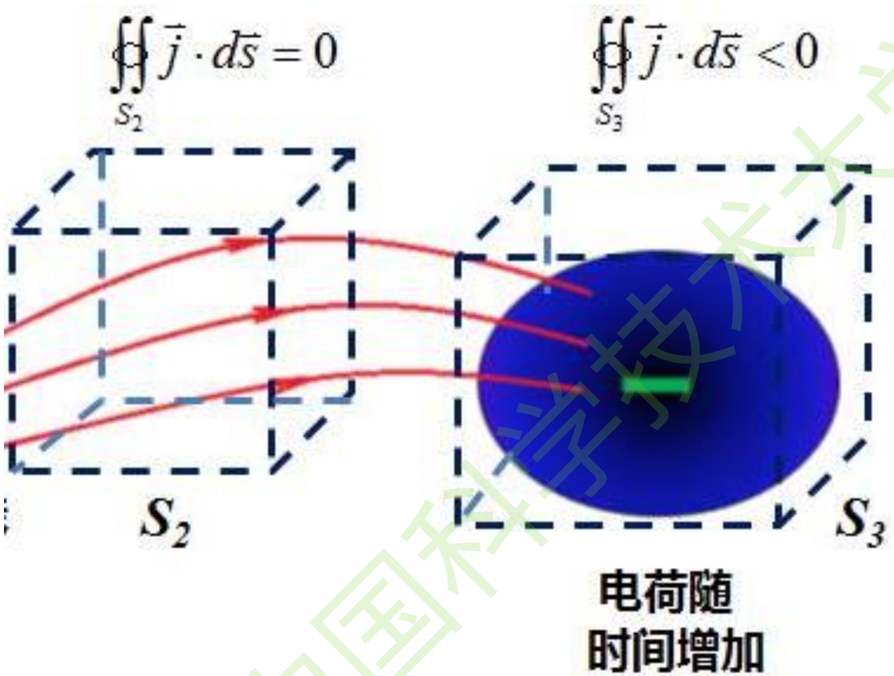


$$\boxed{\oint\!\!\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\iiint_V \rho dV}$$

§ 3.1.4 稳恒条件

稳恒电流：电流密度不随时间变化

稳恒电流要求空间中不存在电荷积聚的地方



正电荷增加，电场强度增大

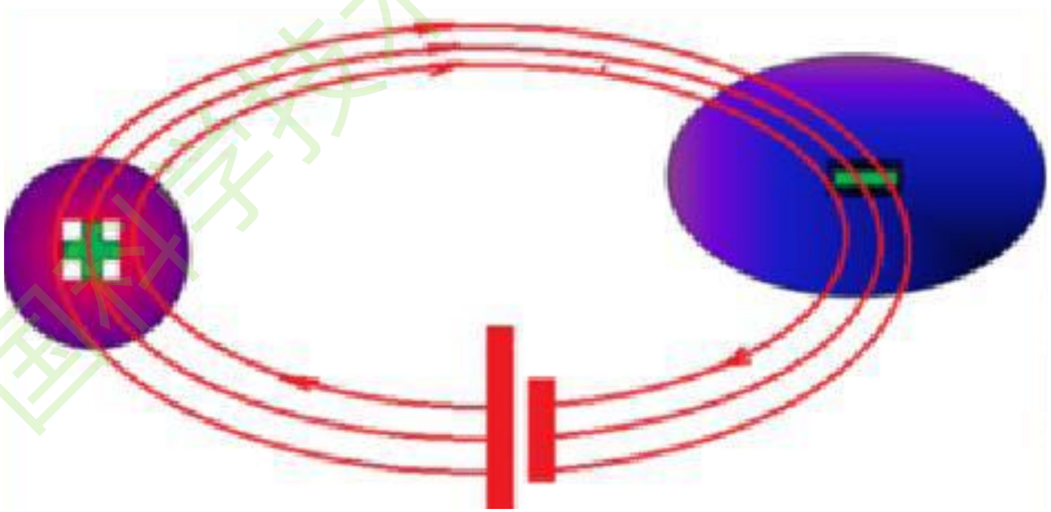
阻碍电流流向它，电流变小

稳恒电流要求空间中不存在电荷积聚的地方

电流密度对任意封闭曲面的通量必须等于零

$$\boxed{\oint\!\!\!\oint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0}\qquad\boxed{\nabla\cdot\vec{j}=0}$$

电流线只能是无头无尾的封闭曲线



稳恒电流 → 稳恒电场

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{j} = 0} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0}$$

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

电荷的分布不因电流的存在而随时间改变。

它产生的电场也不随时间而变化。

这种电场称为稳恒电场，是一种静态电场。

稳恒电场与静电场有相同的性质。

作业

- 3. 2
- 3. 6
- 3. 25