第3章 电流与电路

§3.1 电流与电流密度

§3.2 欧姆定律

§3.3 电源及电动势

§3.4 直流电路的基本规律

§3.5 电压源与电流源

§3.6 地球的电环境

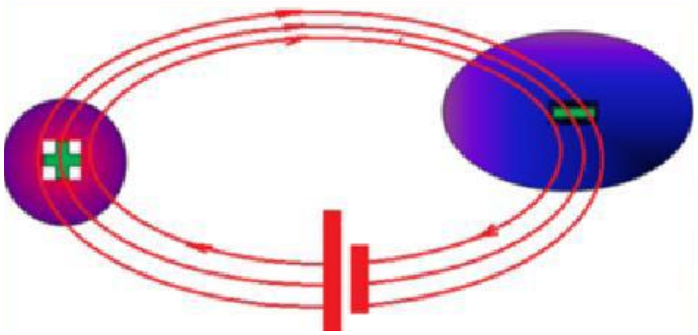
中国科学技术大学物理学院唐

§ 3.1.4 稳恒条件

稳恒电流： 电流密度不随时间变化

$$\boxed{\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0} \qquad \boxed{\nabla \cdot \vec{j} = 0}$$

电流线只能是无头无尾的封闭曲线

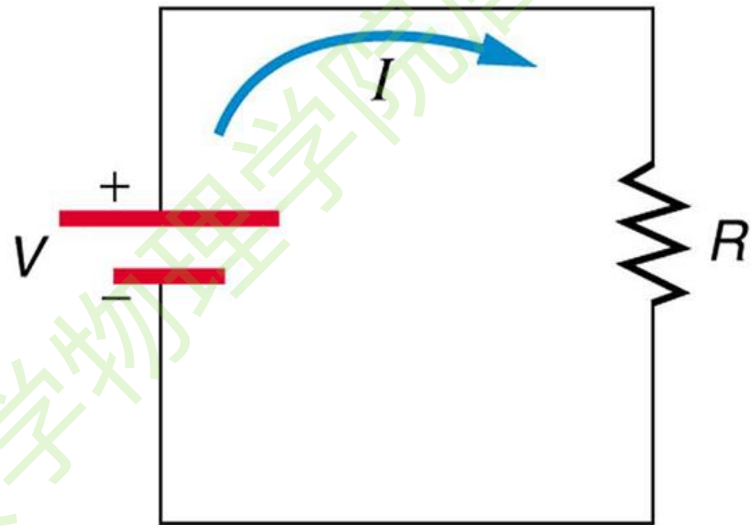


稳恒电流 ➔ 稳恒电场

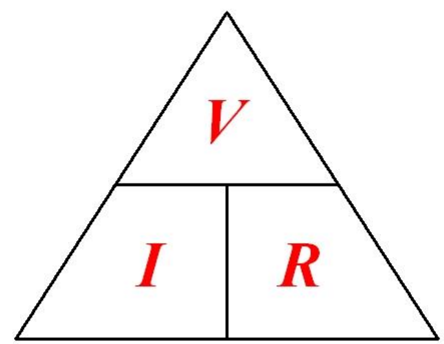
中国科学技术大学物理学院唐

§ 3.2 欧姆定律 (Ohm's Law)

Georg Ohm (1789-1854)

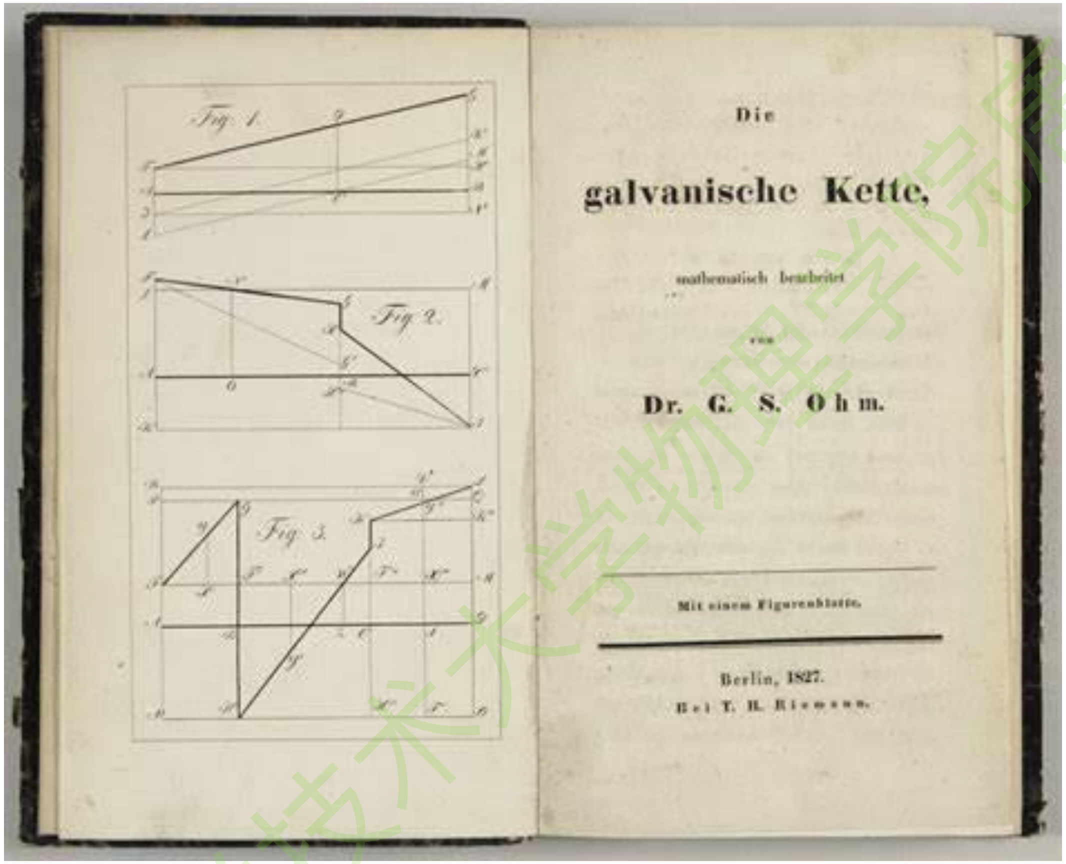


$$V = I\,R$$



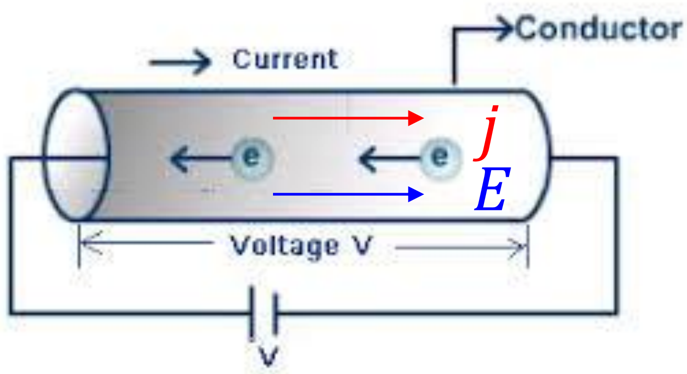
$$I = \frac{V}{R} \qquad R = \frac{V}{I}$$

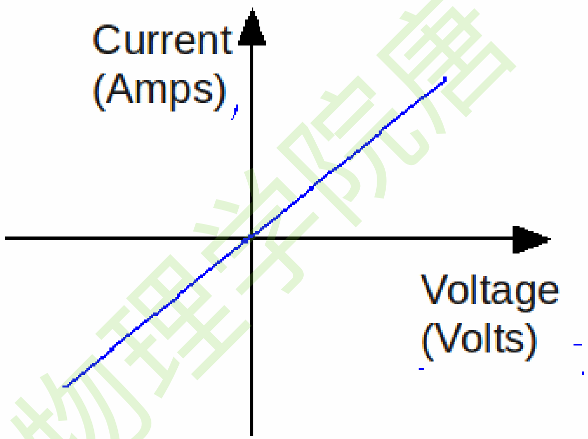
中国科学技术大学物理学院唐



"The Galvanic Circuit Investigated Mathematically"
1827

中国科学技术大学物理学院唐





电池在正负极间维持恒定电势差V，将导体两端与电池两端连接时，电势差产生电场E。

导体处在电场E中，自由电子在电场作用下定向运动，产生电流I。

电池通过化学作用将电荷从导体一端搬运到另外一端，构成闭合电流线。避免电荷堆积。维持稳恒电流。

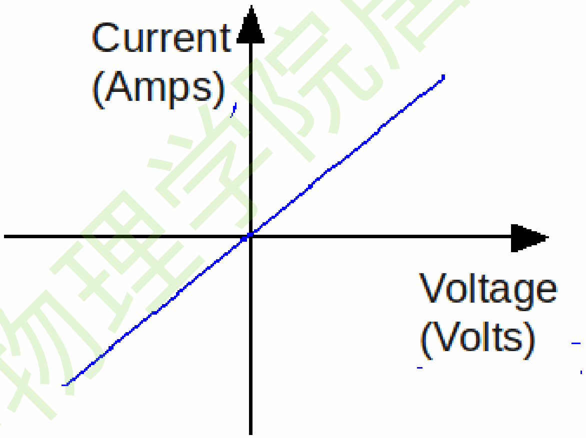
导体中具有恒定的、非零的电场E 。

V越大，E越大，I越大

中国科学技术大学物理学院唐

欧姆定律的微观形式

$I \propto V$ （实验规律）



$$\boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}$$

其中σ为比例系数。

对各向同性线性导体，当电场强度不太大时为常数。

在更加一般的情况下，可写为

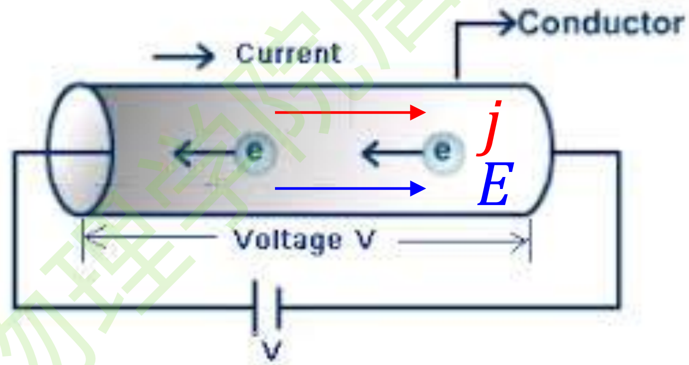
$$\vec{j} = \sigma(\vec{E})\vec{E}$$

中国科学技术大学物理学院唐

欧姆定律的宏观形式

电势差 $U=\int \vec{E}\cdot d\vec{l}=El$

电流 $I=\iint \vec{j}\cdot d\vec{S}=jS$



$$\frac{U}{I}=\frac{El}{jS}=\frac{E}{j}\frac{l}{S}=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{S}$$

$$\frac{U}{I}=R=\rho\frac{l}{S}$$

$$\sigma=\frac{1}{\rho}$$

称为电导率

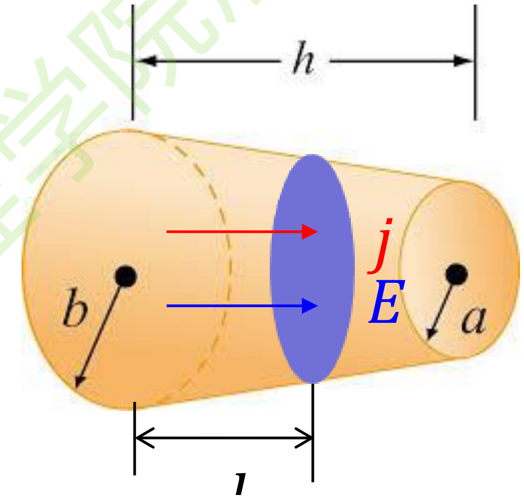
中国科学技术大学物理学院唐

【例】导体尺寸如图所示，已知电阻率，求电阻。

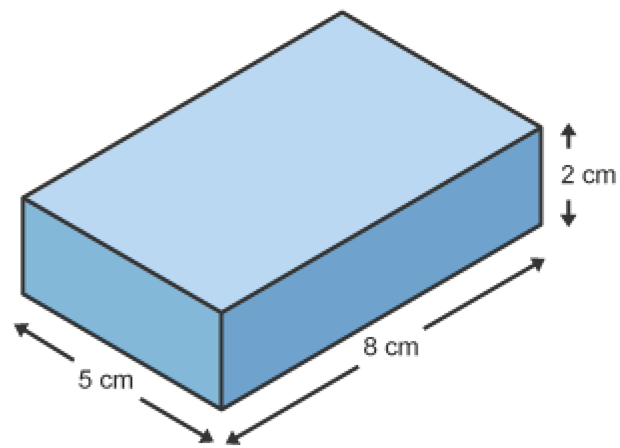
电势差：

$$U=\int\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int\rho\vec{j}\cdot d\vec{l}$$

$$=\int\rho\frac{I}{S_{\perp}(l)}dl=I\int\rho\frac{dl}{S_{\perp}(l)}$$



$$\boxed{R=\int\rho\frac{dl}{S_{\perp}(l)}=\int\rho\frac{dl}{S_{\perp}}}$$



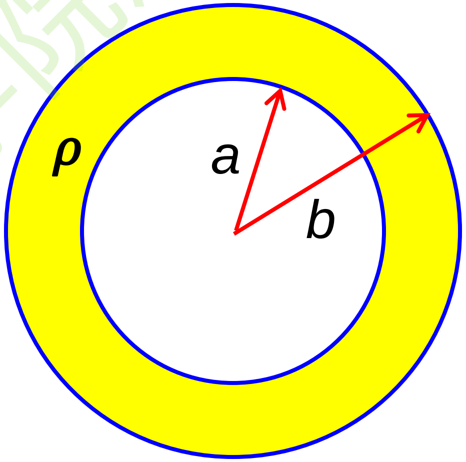
dl 为沿着电流方向的长度微元

$S_{\perp}$ 为此微元内垂直于电流方向的面积

对于给定物体，电流方向不同，电阻值不同

中国科学技术大学物理学院唐

【例】在半径为a, b的同心球壳导体之间填满电阻率为ρ的导电材料，求两球壳之间的电阻。



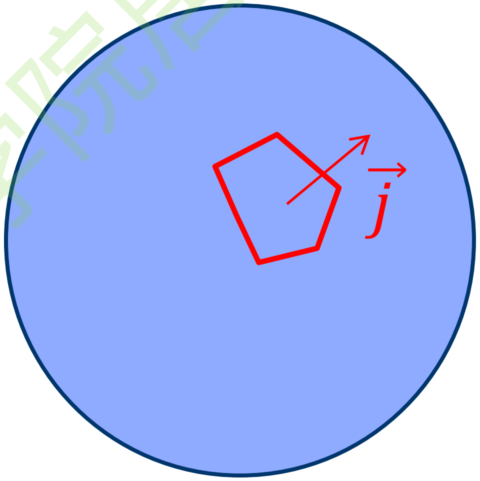
$$R=\int\rho\frac{dr}{S_{\perp}(r)}=\int\rho\frac{dr}{4\pi r^2}=\frac{\rho}{4\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

中国科学技术大学物理学院唐

【例】试估算一个均匀带电铜球达到静电平衡所需的时间

弛豫时间：relaxation time

解：在球内任取一个封闭曲面S



内部自由电荷：

$$Q_0 = \varepsilon_0 \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$= \rho\varepsilon_0 \oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$= -\rho\varepsilon_0 \frac{dQ_0}{dt}$$

$$\frac{1}{Q_0}\frac{dQ_0}{dt} = -\frac{1}{\rho\varepsilon_0}$$

$$Q_0(t) = Q_0(t=0)e^{-\frac{t}{\rho\varepsilon_0}}$$

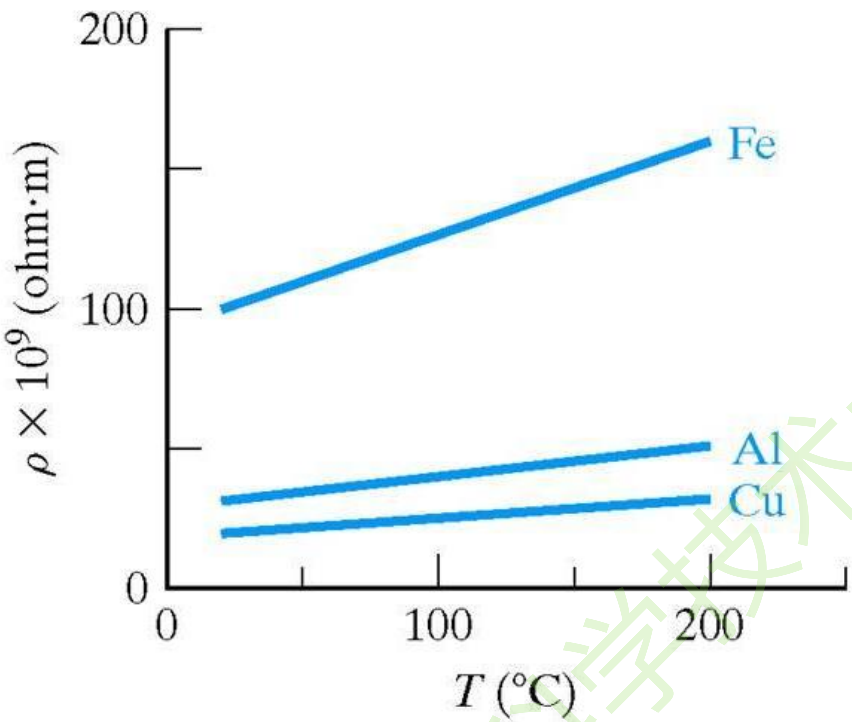
$$\tau = \rho\varepsilon_0$$

$$= 1.5 \times 10^{-19} s$$

中国科学技术大学物理学院周

电阻率与温度的关系

电阻率随着温度的变化而变化



Material	Coefficient	Material	Coefficient
Conductors		*Conductors*	
Silver	3.8×10^{-3}	Nichrome	0.4×10^{-3}
Copper	3.9×10^{-3}	Manganin	0.000×10^{-3}
Gold	3.4×10^{-3}	Constantan	0.002×10^{-3}
Aluminum	3.9×10^{-3}	*Semiconductors*	
Tungsten	4.5×10^{-3}	Carbon	-0.5×10^{-3}
Iron	5.0×10^{-3}	Germanium	-50×10^{-3}
Platinum	3.93×10^{-3}	Silicon	-70×10^{-3}

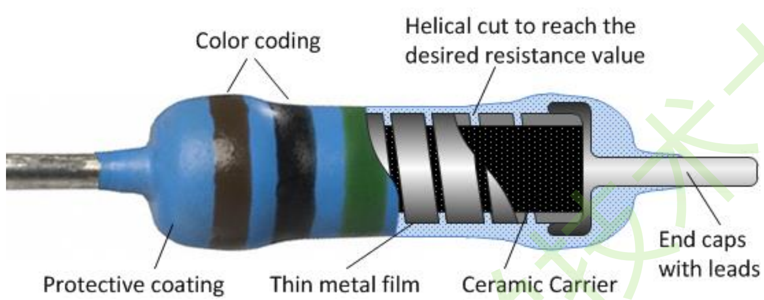
纯金属的电阻率随温度的变化较有规律

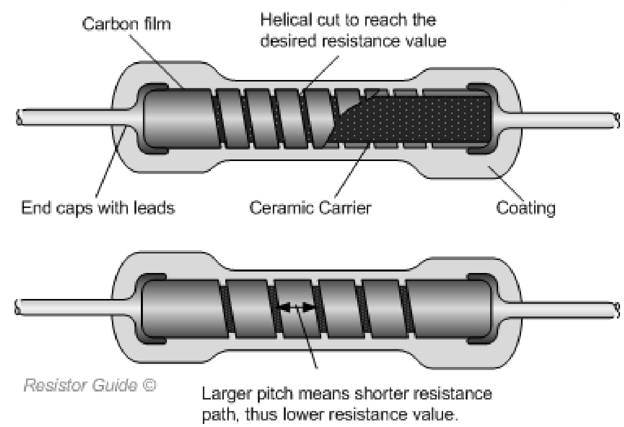
大多数绝缘材料和半导体具有负的电阻温度系数

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha T), \qquad \alpha \approx 0.4\%$$

中国科学技术大学物理学院唐

电阻器





NiChrome A										
°F	68	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800
°C	20	93	204	315	427	538	649	760	871	982
% Increase	0	0.8	2	3.3	4.8	6.3	5.8	5.1	5.2	5.6

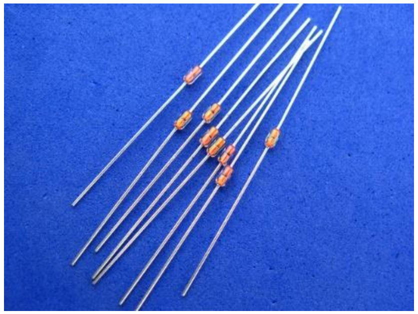
NiChrome C										
°F	68	200	400	600	800	1000	1200	1400	1600	1800
°C	20	93	204	315	427	538	649	760	871	982
% Increase	0	1.7	3.5	5.2	6.9	8.6	9.2	9.8	10.2	10.5

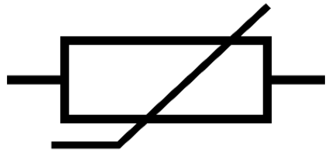
尽可能减小温度系数

中国科学技术大学物理学院唐

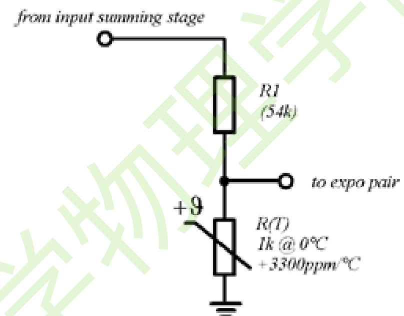
热敏电阻

具有很好的电阻-温度线性





温度反馈电路

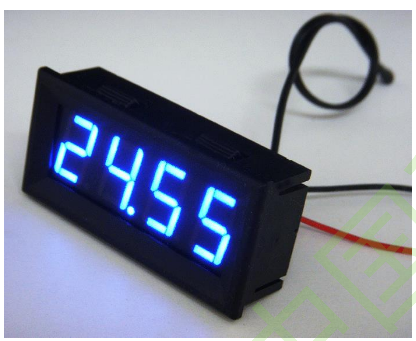


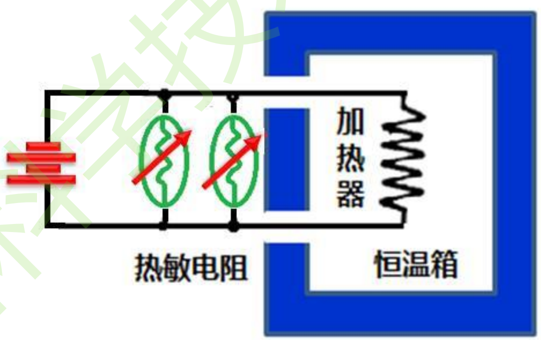
$$Vout = \frac{R(T)\cdot Vin}{R1+R(T)}$$

$$Vout \cong \frac{R(T)\cdot Vin}{R1}$$

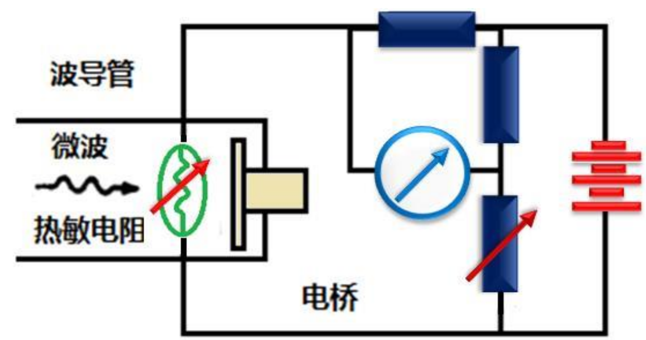
(For R1 >> R(T))

电子温度计





(a)恒温箱



(b)热敏电阻功率计

中国科学技术大学物理学院唐

§ 3.2.2 电流的功与功率

电流通过导体，电场对电荷做功

对电荷为q的载流子，时间间隔dt内，电场对其做功为：

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = Nq\,\vec{E} \cdot \vec{v}dt$$

电场做功功率为：

$$P = \frac{dA}{dt} = N\,q\vec{E} \cdot \vec{v} = nS_{\perp}dl\;\;q\vec{E} \cdot \vec{v} = S_{\perp}dl\,\vec{E} \cdot nq\vec{v}$$

$$= S_{\perp}dl\,\vec{E} \cdot \vec{j} = Edl\;\;jS_{\perp} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2R$$ 焦耳定律

电场作的功将转变为其他形式的能量。

实验表明，电流流过欧姆介质时，电能全部以发热的形式释放出来。焦耳热。(仅适用纯电阻情况)

中国科学技术大学物理学院唐

电功率密度：单位体积内导体的电功率

$$P = \frac{dA}{dt} = N\,q\vec{E}\cdot\vec{v}$$

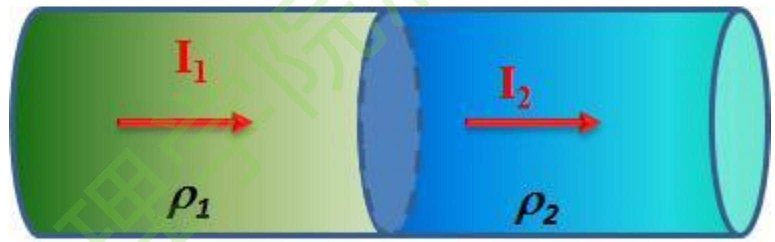
$$\boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{P}}{\Delta \boldsymbol{V}} = \frac{N}{\Delta V}\,q\vec{E}\cdot\vec{v} = nq\vec{v}\cdot\vec{E} = \vec{\boldsymbol{j}}\cdot\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\boldsymbol{j}^2}{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{j}^2\,\boldsymbol{\rho}$$

焦耳定律的微观形式

中国科学技术大学物理学院唐

§ 3.2.3 不同导体分界面电流的关系

不同导体中的电流密度为 $\vec{j}_1$ 和 $\vec{j}_2$



根据欧姆定律 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

得到不同导体中的电场强度

$$\vec{E}_1 = \rho_1 \vec{j}_1 \qquad \vec{E}_2 = \rho_2 \vec{j}_2$$

根据高斯定理，交界面上有面电荷

$$\sigma_e = \varepsilon_0 (E_{2n} - E_{1n}) = \varepsilon_0 (\rho_2 j_{2n} - \rho_1 j_{1n})$$

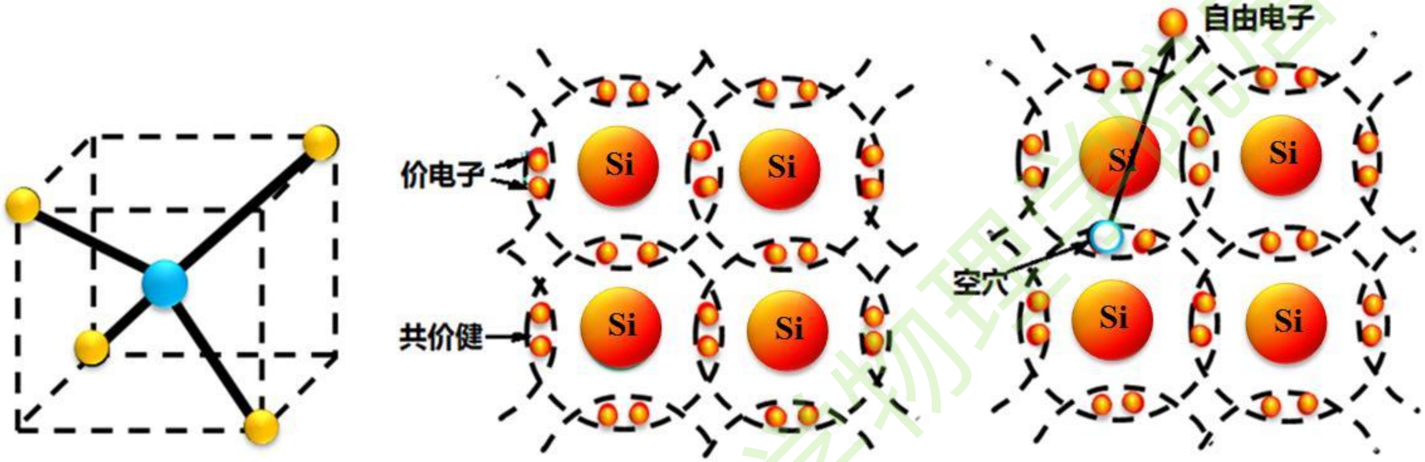
界面上电荷量

$$Q_e = \sigma_e S = \varepsilon_0 (\rho_2 j_{2n} - \rho_1 j_{1n}) S = \varepsilon_0 I (\rho_2 - \rho_1)$$

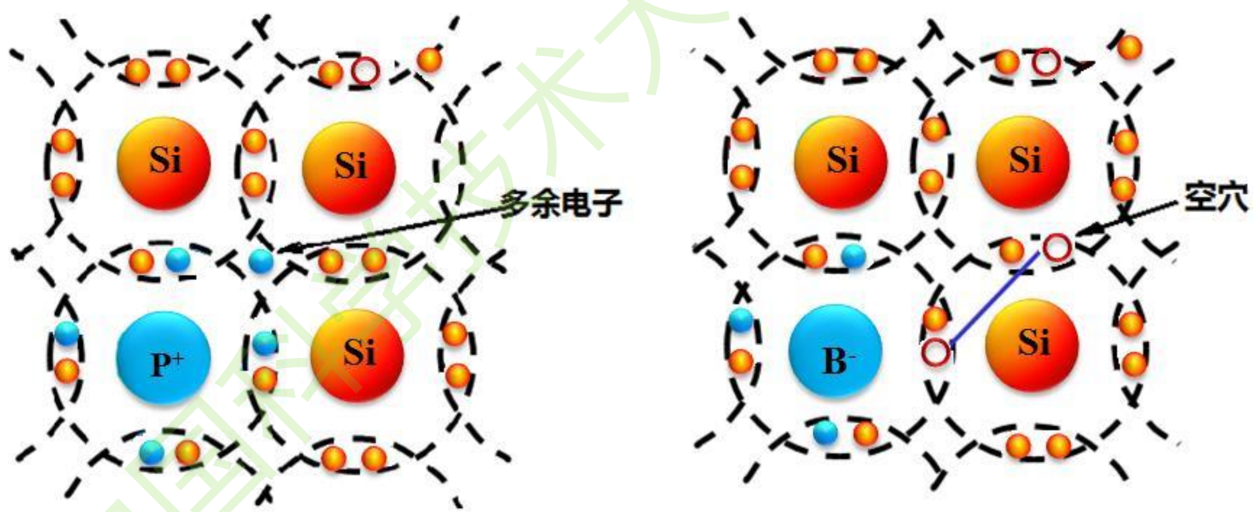
自动调节界面上的电荷来匹配不同电阻率的导体 (电流连续）

中国科学技术大学物理学院唐

§ 3.2.5 半导体的导电机制



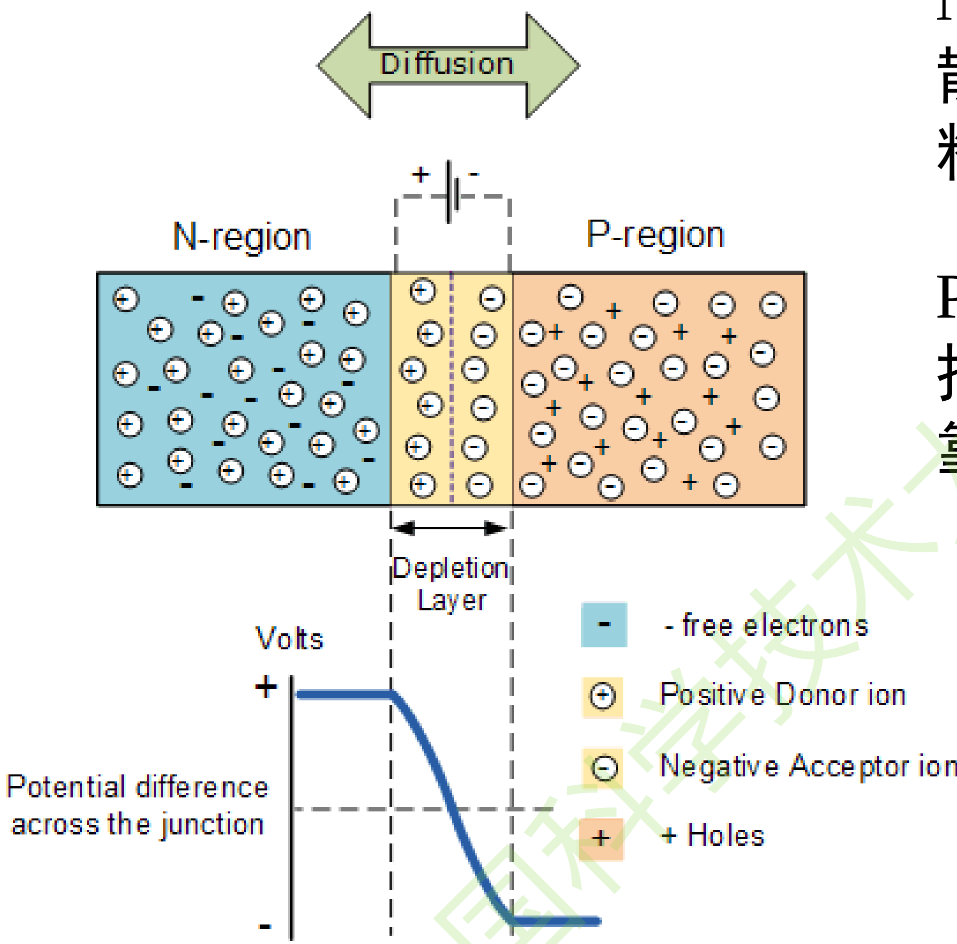
（a）硅单晶结构　　（b)共价键结构　　(c)本征激发



(a) 掺入磷后，磷多余的电子贡献为自由电子

(b)掺入硼后，硼接收一个电子成为离子，空穴增多。

PN二极管的形成



N型材料中的电子向P型材料扩散，抵消其中的空穴，在N型材料靠近交界面形成一层负离子。

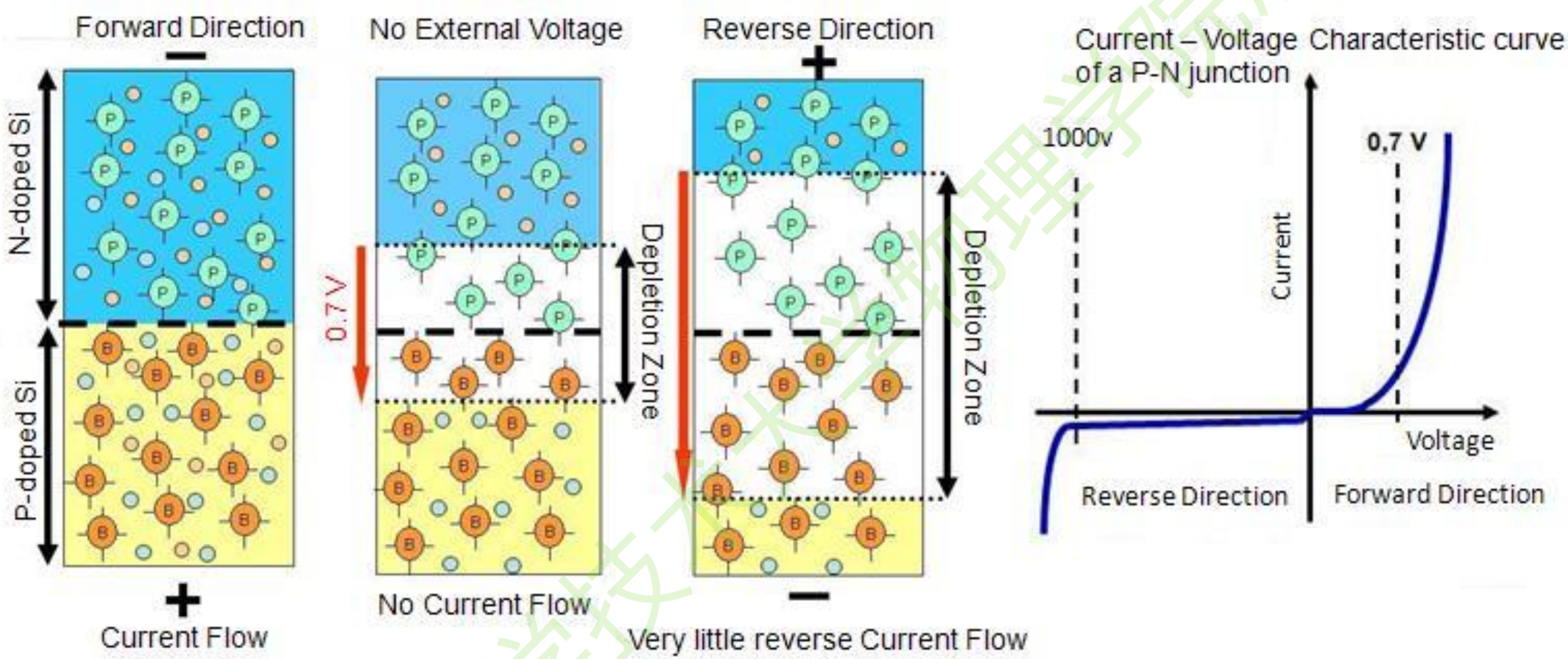
P型材料中的空穴向N型材料扩散，抵消其中的自由电子，在P型材料靠近交界面形成一层正离子。

正负离子形成电场，阻碍进一步扩散。最后达到平衡，形成一个具有强电场的区域，称为耗尽层(Depletion Region)。

耗尽层的电势差导致载流子无法穿越。

中国科学技术大学物理学院唐

PN二极管导电机制



正向偏置时，外部电压抵消耗尽层电势差，耗尽层消失，导通。

反向偏置时，耗尽层进一步加大，无法导电。直到被击穿。

中国科学技术大学物理学院唐

§ 3.2.6 导电介质

稳恒电流流过导体，电流场和稳恒电场的求解

静电场环路定理：

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0}$$

稳恒电流条件：

$$\boxed{\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0}$$

欧姆定律：

$$\boxed{\vec{j}=\sigma\vec{E}}$$

每种导体均可列出以上一组完备方程

中国科学技术大学物理学院唐

稳恒电流的边界条件

- 法线方向

$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\boxed{j_{2n} = j_{1n}}$$

$$\boxed{\frac{E_{2n}}{E_{1n}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}}$$

- 切线方向

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\boxed{E_{2t} = E_{1t}}$$

$$\boxed{\frac{j_{2t}}{j_{1t}} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}$$

中国科学技术大学物理学院唐

稳恒电流的基本方程

导体中的电学规律

$$\boxed{\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=0}$$

导体中的本构方程

$$\boxed{\vec{j}=\sigma\vec{E}}$$

导体中的边值关系

$$\boxed{j_{2n}=j_{1n}}$$

$$\boxed{E_{2t}=E_{1t}}$$

中国科学技术大学物理学院唐

介质中电学问题的基本方程

介质中的电学规律

$$\oint\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho_0 dV$$

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

介质中的本构方程

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

介质中的边值关系

$$D_{2n} = D_{1n}$$

$$E_{2t} = E_{1t}$$

中国科学技术大学物理学院唐

介质中

$$U_{PQ} = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

电势

$$\sigma_0 = D_{2n} - D_{1n}$$

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho_0 dV$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{P} = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 \vec{E}$$

自由电荷 $\leftrightarrow$ 电位移矢量 $\leftrightarrow$ 电场强度 $\leftrightarrow$ 极化强度

总电荷

极化电荷

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_V \rho dV$$

$$\iiint_V \rho' dV = -\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

$$\sigma = \varepsilon_0 (E_{2n} - E_{1n})$$

$$\sigma' = P_{1n} - P_{2n}$$

中国科学技术大学物理学院唐

导体中

$$U_{PQ} = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \vec{E} = -\nabla U$$

电势

$$\oiint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

电流强度 ⟷ 电流密度 ⟷ 电场强度

电场强度 ⟷ 电势

电场强度 ⟷ 总电荷

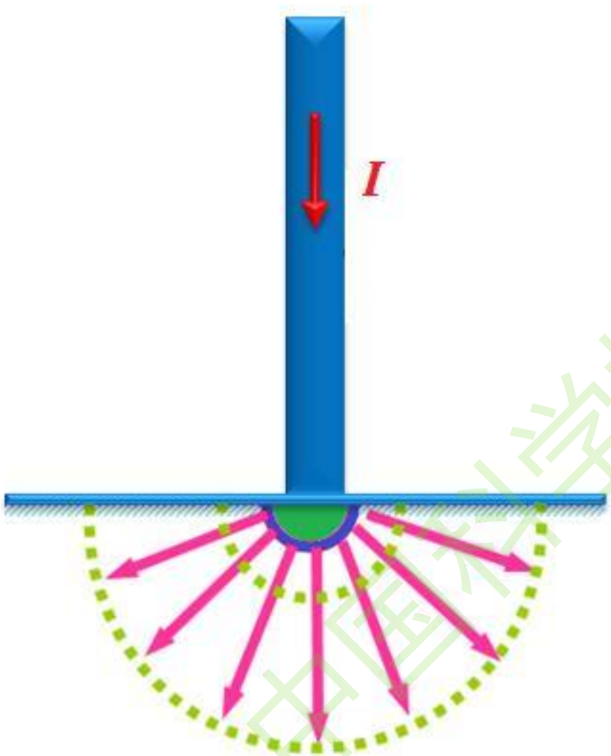
$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_V \rho_e dV$$

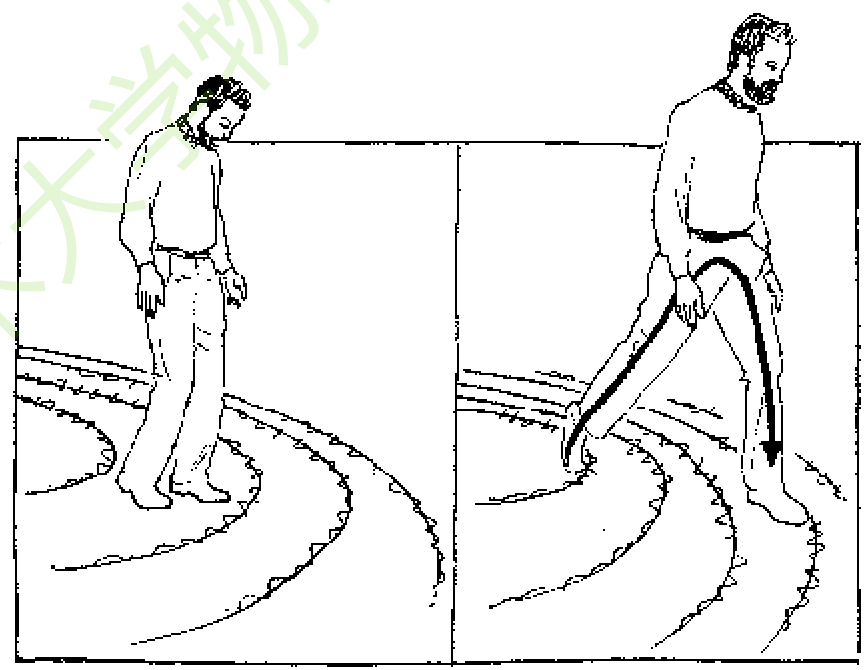
中国科学技术大学物理学院

【例】电线被风吹断，一端触及地面，使得200A的电流由接触点流入大地。设地面水平，土地的电导率为$10^{-2}\ (\Omega m)^{-1}$。

（1）当一个人走进输电线接地点时，两脚间（0.6m）产生跨步电压。求相距触地点1m和10m处的跨步电压；

（2）大地中的电荷分布；（3）接触点上的总电荷。





中国科学技术大学物理学院葛

导体中

$$U_{PQ} = \int_P^Q \vec{E} \cdot d\vec{l} \qquad \vec{E} = -\nabla U$$

电势

$$\oint\!\!\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

电流强度 ↔ 电流密度 ↔ 电场强度

电势 ↔ 电场强度 ↔ 总电荷

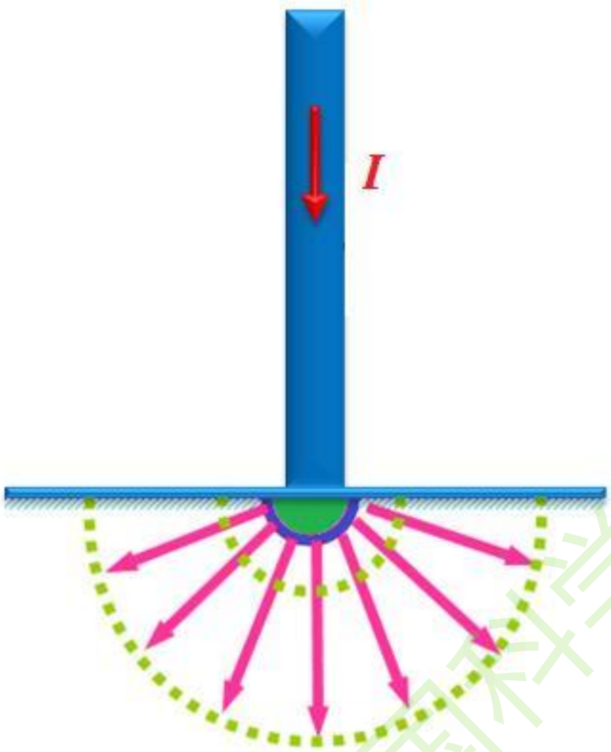
总电荷

$$\oint\!\!\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint_V \rho_e dV$$

中国科学技术大学物理学院

【解】200A电流全部流入大地

以地面为底，半径为r作半球面，根据稳恒条件



$$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S} = -I + j\cdot 2\pi r^2 = 0$$

$$j = \frac{I}{2\pi r^2}$$ 方向如图所示

根据本构方程，可得电场强度

$$E = \frac{j}{\sigma} = \frac{I}{2\pi\sigma r^2}$$

中国科学技术大学物理学院唐

作业

- 3.21

中国科学技术大学物理学院唐