第5章 物质中的磁场与磁性材料

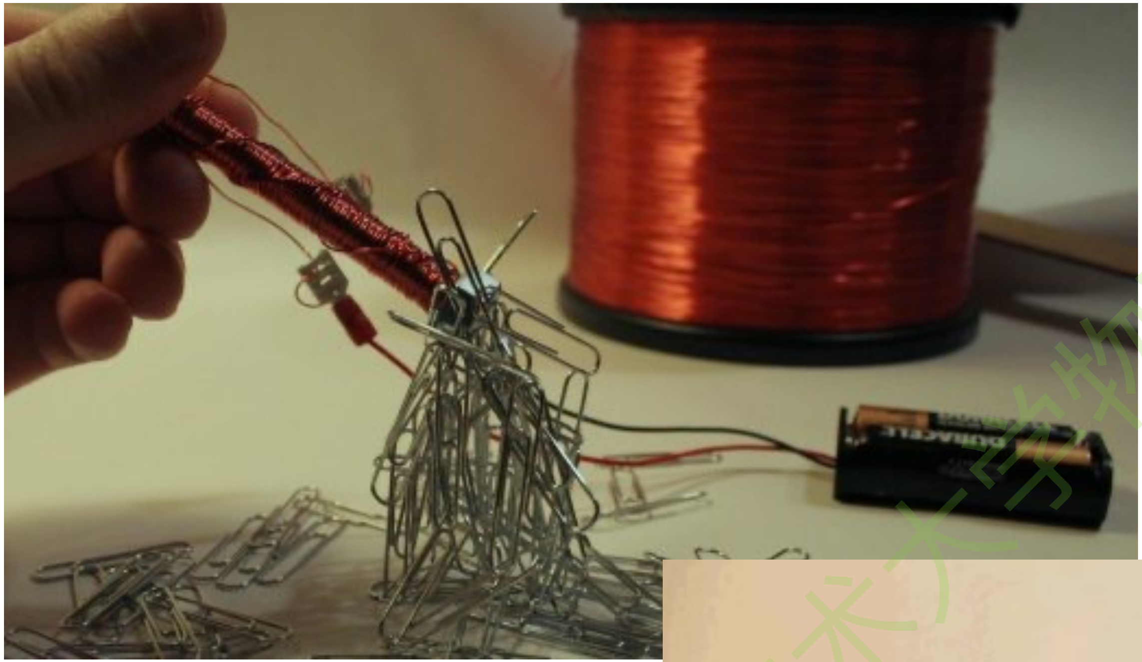
§5.1 磁介质及其磁化

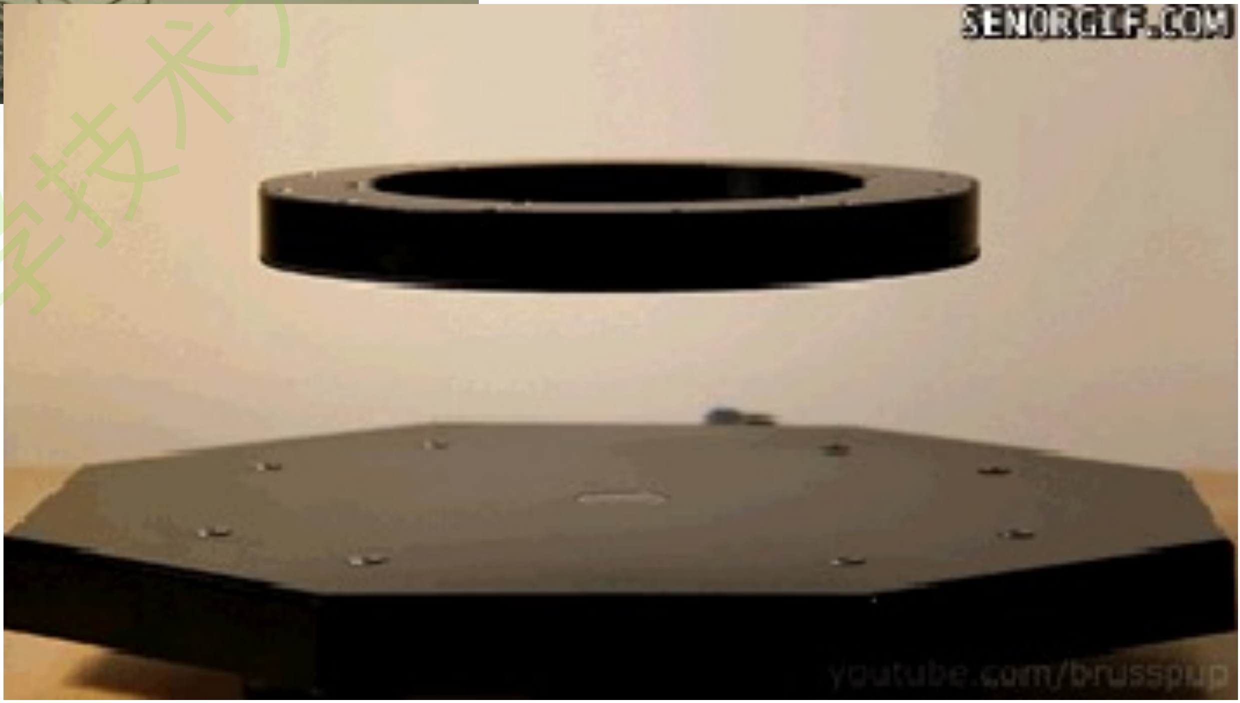
§5.2 磁性材料

~~§5.3 新型材料中的磁现象~~

§5.4 磁场的测量

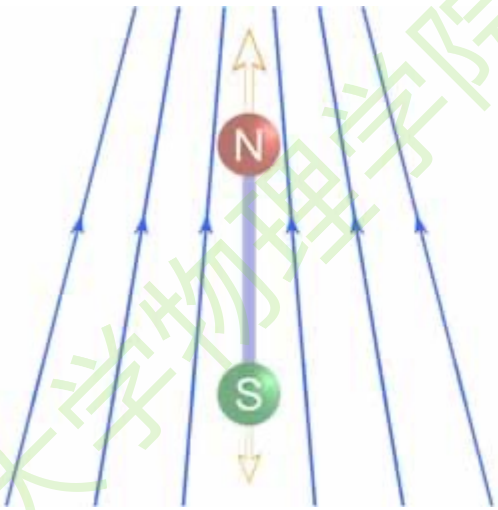
§ 5.1 磁介质及其磁化



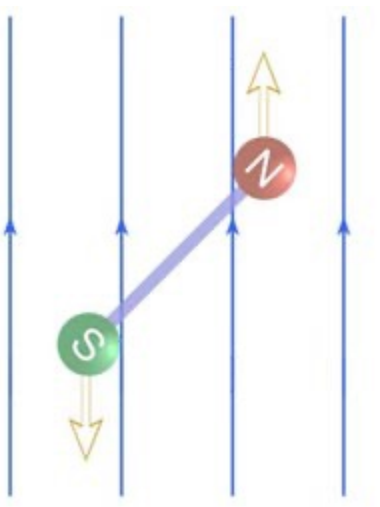


闭合线圈在磁场中的受力和力矩

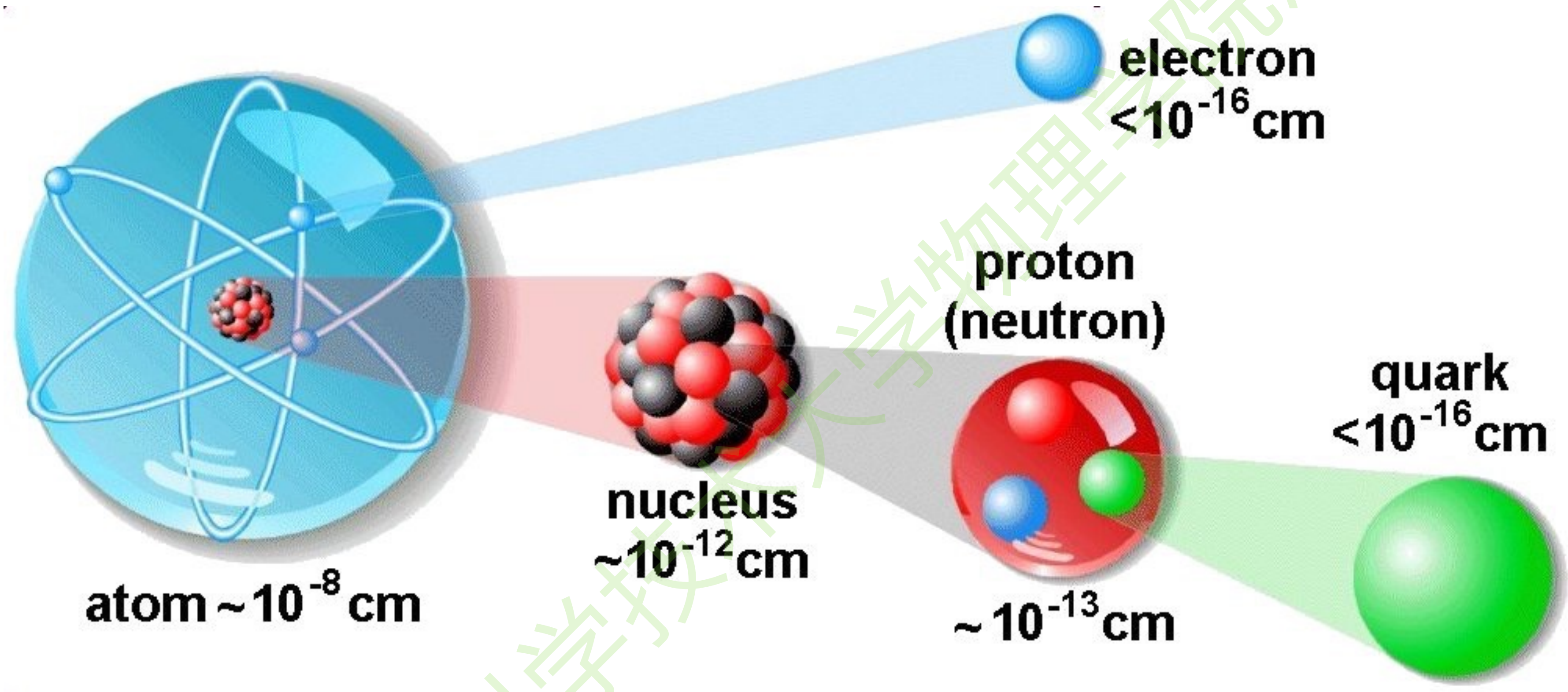
$$\vec{F} = (\vec{\mu}\cdot\nabla)\vec{B}$$



$$\vec{M} \approx \vec{\mu}\times\vec{B}$$



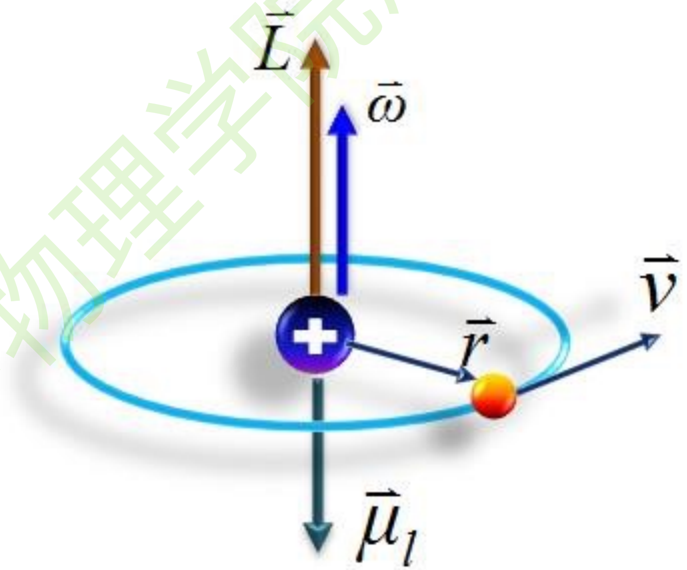
物质的结构


electron
<10-16cm
proton
(neutron)
quark
<10-16cm
nucleus
~10-12cm
atom ~ 10-8 cm
~ 10-13cm

§ 5.1.1 磁化强度

电子轨道磁矩

电子绕原子核做匀速圆周运动，产生轨道磁矩



周期：

$$\boxed{T = \frac{2\pi r}{v}}$$

电流：

$$\boxed{i = -\frac{e}{T} = -\frac{ev}{2\pi r}}$$

轨道磁矩：

$$\boxed{\vec{\mu} = i\vec{S} = -\frac{ev}{2\pi r}\pi r^2\vec{n} = -\frac{evr}{2}\vec{n}}$$

轨道角动量：

$$\boxed{\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = mvr\vec{n}}$$

$$\boxed{\vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m}\vec{L}}$$

根据量子力学的概念，轨道角动量只能取分立的值

$$\boxed{L^2 = l(l+1)\hbar^2,\quad l = 0,1,2,3,\ldots}$$

$$\boxed{L_z = l\hbar}$$

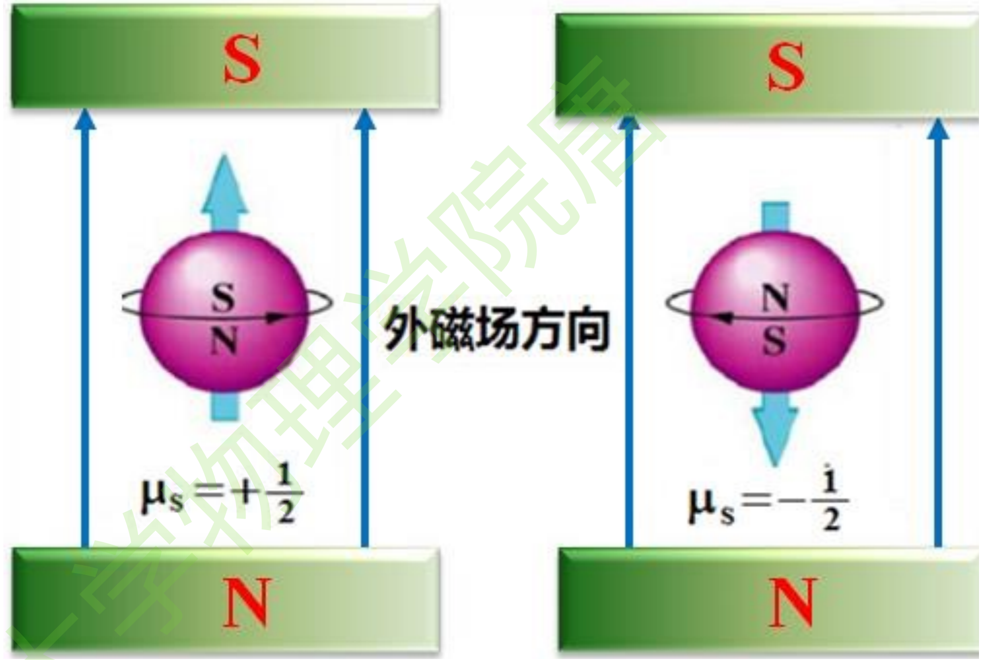
对应地，电子轨道磁矩也只能取分立的值，最小单位为：

$$\boxed{\mu_{lz} = \mu_B = \frac{e}{2m}\hbar = 9.2734 \times 10^{-24} A \cdot m^2}$$

人称玻尔磁子

电子自旋磁矩

研究表明，所有带电粒子都具有内禀角动量：自旋角动量



$$\boxed{S^2 = s(s+1)\hbar^2}$$

$$\boxed{S_z = m_s\hbar}$$

因而必定有自旋磁矩 $$\boxed{\vec{\mu}_s = -g\frac{e}{2m}\vec{S}}$$

对于电子 $$\boxed{g = 2.0023193}$$ $$\boxed{m_s = \pm\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{\mu_{sz} \approx \mu_B = \frac{e}{2m}\hbar = 9.2734\times10^{-24}A\cdot m^2 > 0}$$

原子和分子磁矩

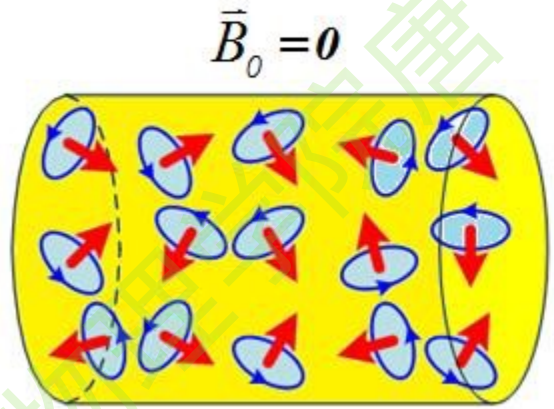
每一个原子或分子的磁矩由所有电子磁矩叠加，原子核的磁矩小三个数量级，可以忽略。

$$\boxed{\vec{\mu}_m = \sum \vec{\mu}_e}$$

磁介质：

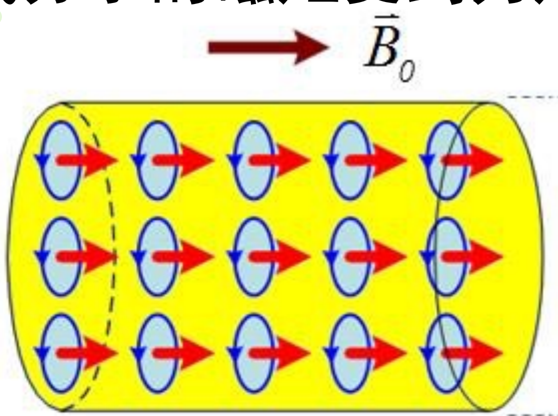
- 具有固有磁矩的介质
- 没有固有磁矩的介质
- 铁磁性材料

对于一个由许多原子或分子组成的系统，各个原子分子的磁矩方向任意，总磁矩为0



$$\vec{\mu} = \sum \vec{\mu}_m = 0$$

但是当有外场存在的时候，各原子或分子的磁矩受到力矩作用，指向外磁场，形成净磁矩



$$\vec{\mu} = \sum \vec{\mu}_m = c\vec{B}_0 \neq 0$$

定义分子平均磁矩$\vec{\mu}_a$为

$$\vec{\mu}_a = \frac{\sum \vec{\mu}_m}{n\Delta V}$$

磁化强度

磁化强度：单位体积里的宏观磁矩

$$\boxed{\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}_m}{\Delta V} = n\vec{\mu}_a}$$

将分子平均磁矩$\vec{\mu}_a$等效为一分子环形电流

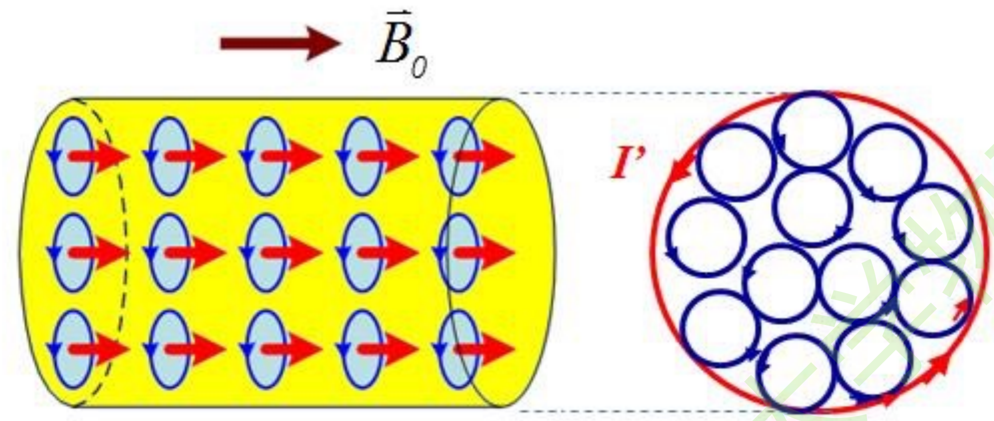
$$\boxed{\vec{\mu}_a = I_a S_a}$$

$$\boxed{\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}_m}{\Delta V} = n\vec{\mu}_a = nI_a\vec{S}_a}$$

物质与磁场的相互作用越大，则磁化强度越大。

§ 5.1.2 磁化电流

系统的宏观磁矩表明磁化电流的存在

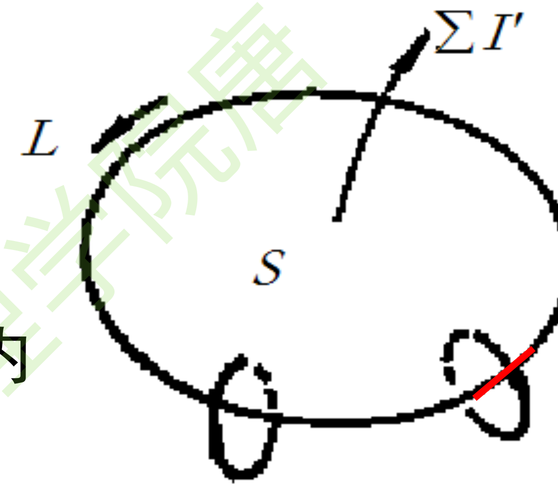


介质内部，分子环形电流相互抵消。

但在介质表面，会形成宏观的电流，称为表面磁化电流。

表面磁化电流会反过来影响外磁场的分布。最后达到某种平衡。

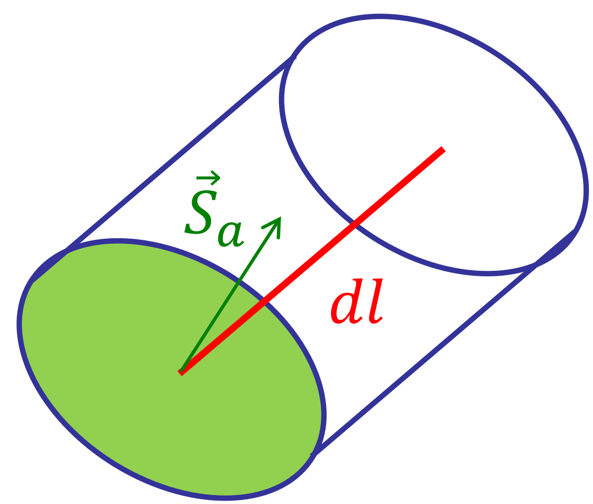
对任意曲面S，只有套住其边界L的分子圆形电流才会贡献穿过该曲面的磁化电流



换句话说，只有其边界附近的小的圆柱体内的分子圆形电流才会贡献磁化电流

dl为该圆柱体的中轴线

底面与$\vec{S}_a$平行，面积为S_a



该圆柱体贡献的磁化电流为

$$\boxed{dI' = I_a \cdot ndV = I_a ndlS_a \cos\theta}$$

$$\boxed{dI' = nI_a\vec{S}_a \cdot d\vec{l} = \vec{M} \cdot d\vec{l}}$$

穿过曲面S的总的磁化电流

$$\boxed{I' = \oint_L dI' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}} \qquad \boxed{\vec{j}' = \nabla \times \vec{M}}$$

对于均匀磁化介质，磁化强度$\vec{M}$与位置无关

其内部磁化体电流密度为0

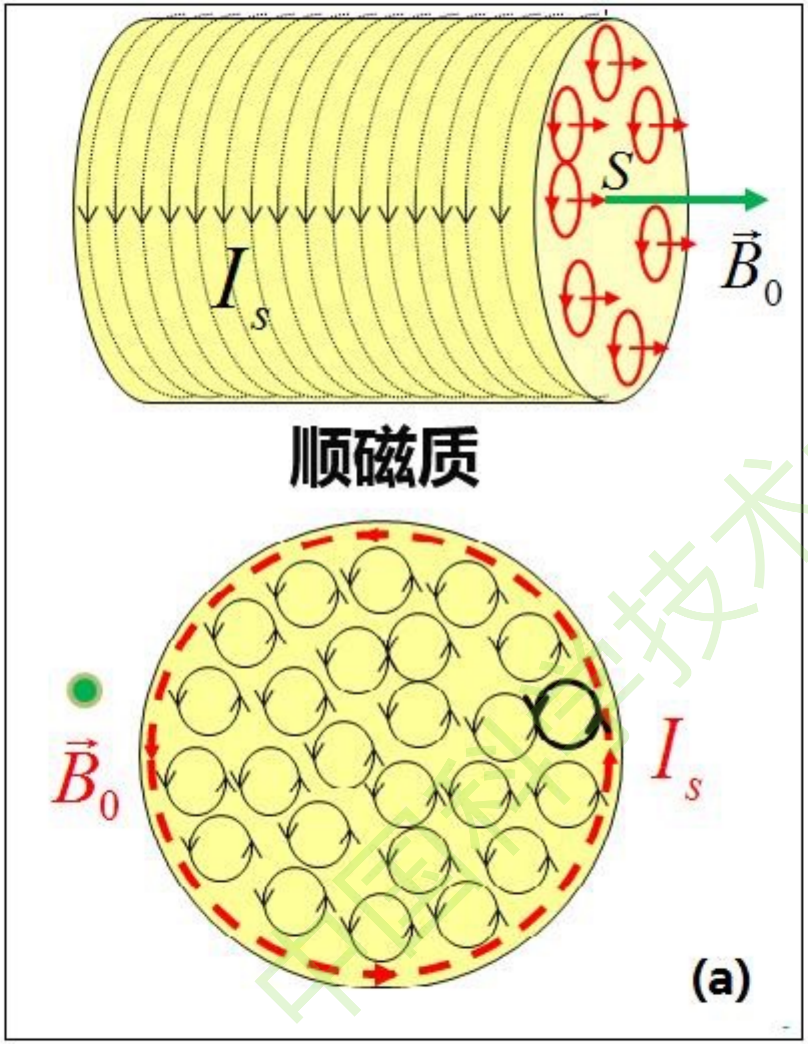
$$\boxed{I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \vec{M} \cdot \oint_L d\vec{l} = 0} \qquad \boxed{\vec{j}' = 0}$$

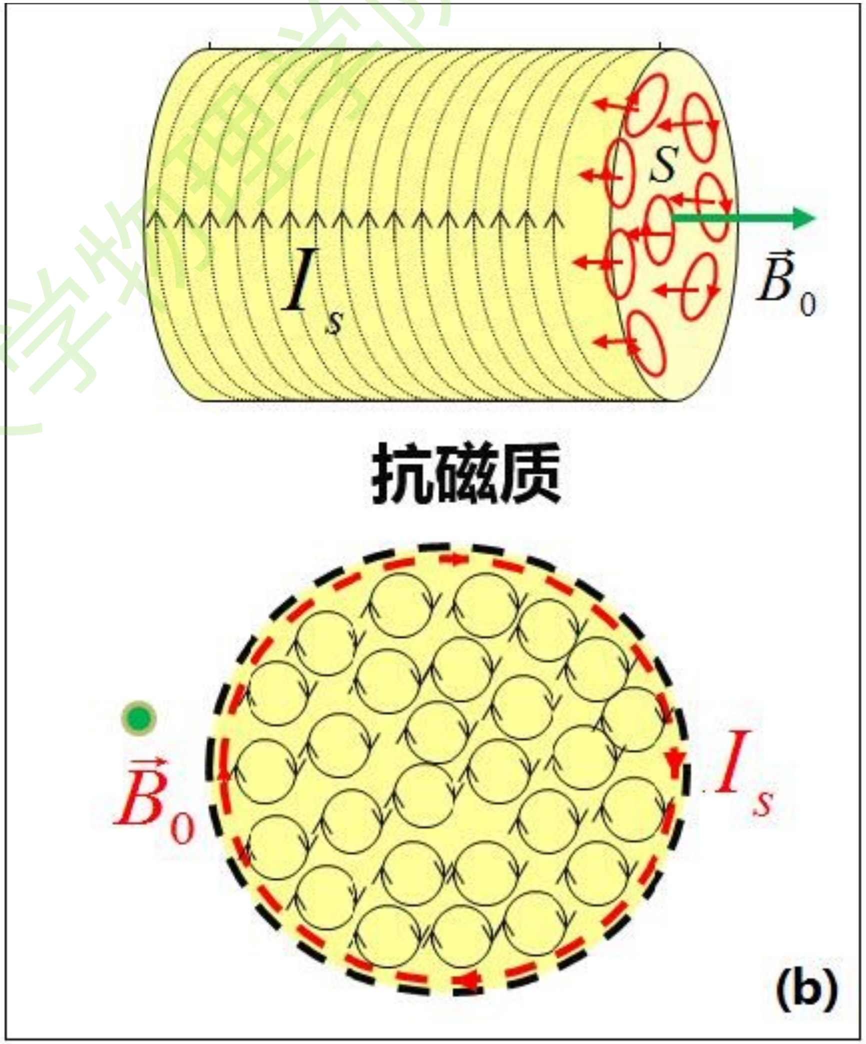
均匀磁化介质表面或者不同介质分界面上会有面分布的磁化电流

非均匀磁化介质内部还会出现磁化体电流

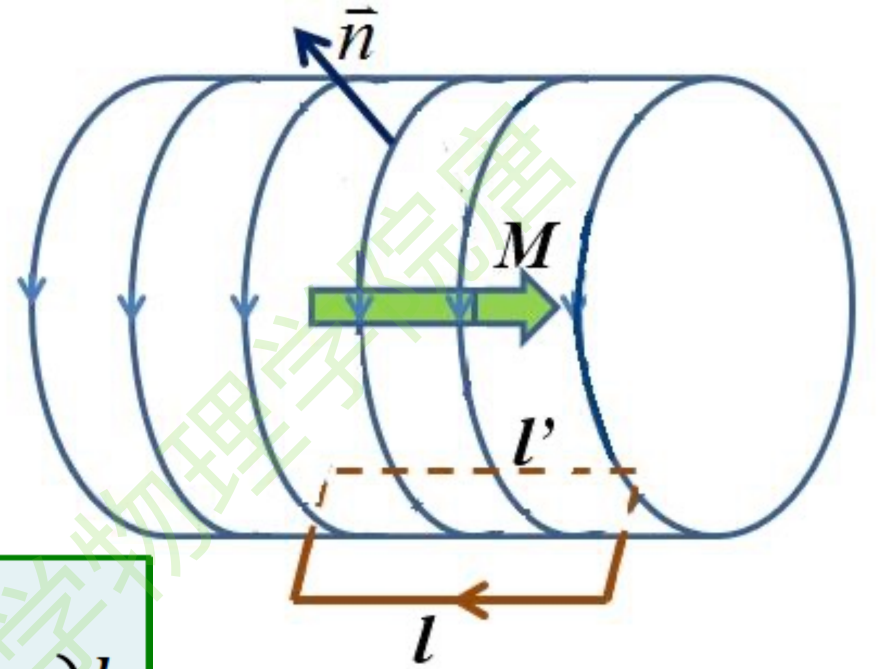
表面磁化电流大小

以螺线管中放入磁介质为例





$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$



取如图所示矩形面

$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = (M_{1t} - M_{2t})l$$

$$i' = M_{1t} - M_{2t}$$

方向向左

$$\vec{i}' = (\vec{M}_1 - \vec{M}_2) \times \vec{n}$$

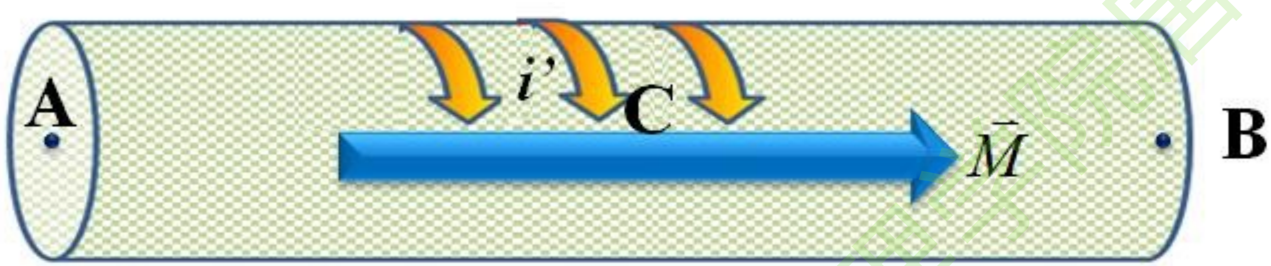
若外界为真空

$$i' = M_{1t}$$

$$\vec{i}' = \vec{M}_1 \times \vec{n}$$

右手螺旋定则

均匀磁化棒的磁化电流分布



磁化电流面密度

A点： $i' = M_{1t} = 0$

B点： $i' = M_{1t} = 0$

C点： $i' = M_{1t} = M$

磁化电流产生的磁感应强度

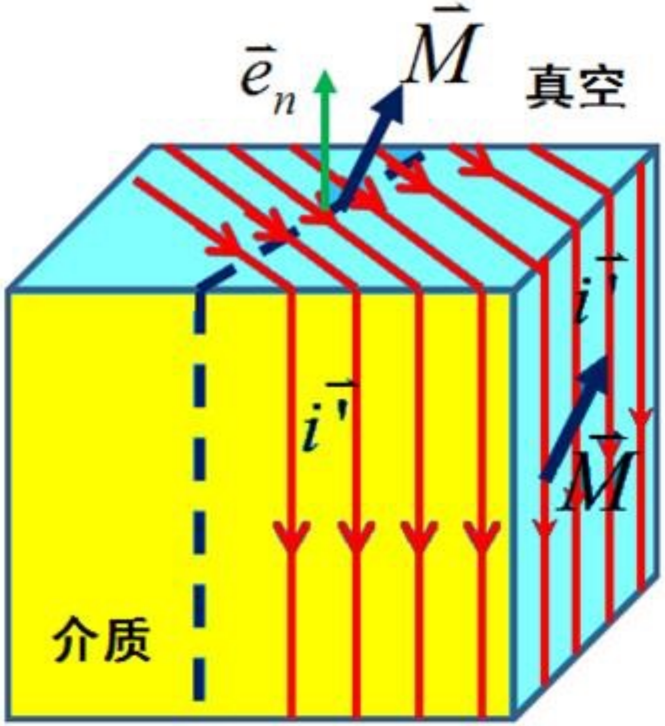
$$\vec{B}' = \frac{\mu_0 \vec{M}}{2}$$

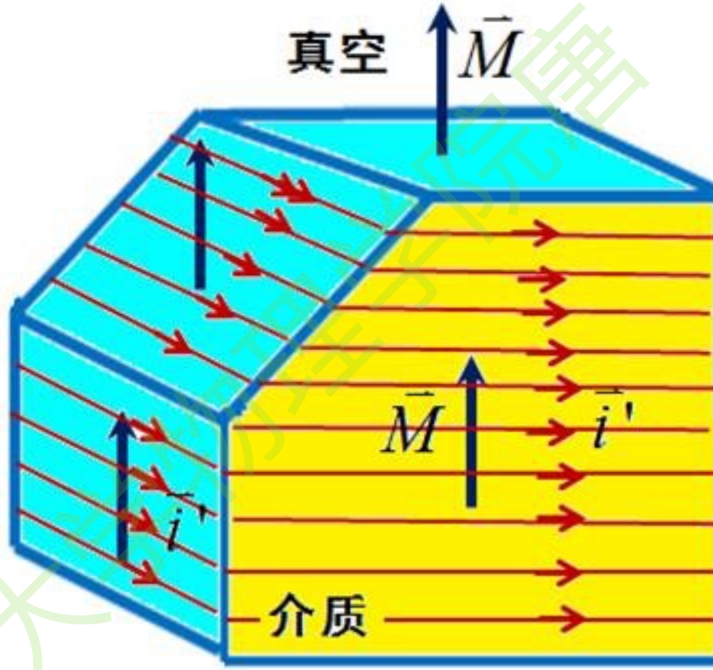
$$B' = \mu_0 M \qquad \vec{B}' = \mu_0 \vec{M}$$

方向可根据右手螺旋定则确定

在磁介质中：顺磁体增加外磁场

抗磁体减弱外磁场





先将磁化强度矢量$\vec{M}$在介质表面切线方向投影$\vec{M}_t$

根据$\vec{M}_t$大小，确定磁化电流大小

根据$\vec{M}_t$方向，依据右手定则确定磁化电流方向

§ 5.1.3 磁介质中的静磁场基本定理

高斯定理

磁介质中的磁场由传导电流I_0产生的磁场 $\vec{B}_0$ 和磁化电流I'产生的磁场B' 叠加而成

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'}$$

两种电流产生的磁场并无本质区别，都是“无源有旋”场

$$\boxed{\Phi = \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0}$$

安培环路定理

磁介质中的磁场由传导电流I_0产生的磁场 $\vec{B}_0$
和磁化电流I’产生的磁场B’叠加而成

$$\boxed{\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'}$$

$$\boxed{I = (I_0 + I')}$$

$$\boxed{\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_0 + I') = \mu_0 I_0 + \mu_0 \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}}$$

$$\boxed{\frac{1}{\mu_0} \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} - \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = I_0}$$

$$\boxed{\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \right) \cdot d\vec{l} = I_0}$$

引入辅助矢量

$$\boxed{\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}}$$

磁场强度

得

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=I_0}$$

磁介质中的安培环路定理

微分形式 $\boxed{\nabla\times\vec{H}=\vec{j}_0}$

磁感应强度$\vec{B}$与磁场强度$\vec{H}$

从物理意义上来说，磁感应强度$\vec{B}$与电场强度$\vec{E}$类似，他们均指向场的来源，即总电流与总电荷。

$$\boxed{\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I}$$

$$\boxed{\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_V \rho dV}$$

磁场强度$\vec{H}$与电位移矢量$\vec{D}$类似，都是辅助矢量，都指向自由电流或自由电荷

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_0}$$

$$\boxed{\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho_0 dV}$$

磁感应强度$\vec{B}$与磁场强度$\vec{H}$

从本构方程的形式上，对应关系较为混乱

$$\boxed{\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{M}} \qquad \boxed{\vec{M}=\chi_m\vec{H}} \qquad \boxed{\vec{B}=\mu_r\mu_0\vec{H}=\mu\vec{H}}$$

$$\boxed{\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}} \qquad \boxed{\vec{P}=\chi\varepsilon_0\vec{E}} \qquad \boxed{\vec{D}=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec{E}=\varepsilon\vec{E}}$$

$\vec{B}$与$\vec{D}$满足高斯定理　　电场通量不为零，磁场通量为零

$\vec{H}$与$\vec{E}$满足环路定理　　电场环量为零，磁场环量不为零

因此，从纯数学上，可作对应关系：$\boxed{\vec{B}\leftrightarrow\vec{D}}$　$\boxed{\vec{H}\leftrightarrow\vec{E}}$

§ 5.1.4 磁化规律

各向同性均匀磁介质中，当外磁场不太强时

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H}}$$

χ_m为磁介质的磁化率

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}}$$

$$\boxed{\mu_r = (1 + \chi_m)}$$

磁介质的相对磁导率

$$\boxed{\mu = \mu_0\mu_r}$$

磁介质的（绝对）磁导率

对于抗磁性介质

$$\chi_m \approx -(10^{-5}\sim 10^{-6}) < 0$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m \approx 1 - (10^{-5}\sim 10^{-6}) \lesssim 1$$

$$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} < \mu_0\vec{H}$$

抗磁性磁介质减弱了内部的总磁场

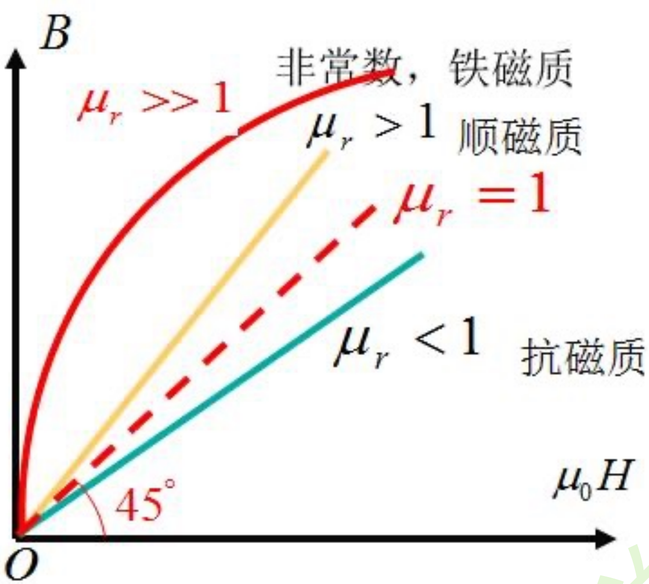
对于顺磁性介质

$$\chi_m \approx 10^{-4}\sim 10^{-5} > 0$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m \approx 1 + (10^{-4}\sim 10^{-5}) \gtrsim 1$$

$$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} > \mu_0\vec{H}$$

顺磁性磁介质加强了内部的总磁场



组　　别	材　　料	相对磁导率 μ_r
抗磁性物质	铋	0.99983
	银	0.99998
	铅	0.999983
	铜	0.999991
	水	0.999991
非磁性物质	真空	1
顺磁性物质	空气	1.0000004
	铝	1.00002
	钯	1.0008
铁磁性物质	2-81 坡莫合金（2Mo, 81Ni）	130
	钴	250
	镍	600
	锰锌铁淦氧 3	1,500
	软钢（0.2C）	2,000
	铁（0.2 杂质）	5,000
	硅钢（0.4Si）	7,000
	78 坡莫合金（78.5Ni）	100,000
	纯铁（0.05 杂质）	200,000
	导磁合金（5Mo, 79Ni）	1,000,000

作业

- 5. 1
- 5. 4
- 5. 5