

第5章 物质中的磁场与磁性材料

§ 5.1 磁介质与磁化

§ 5.2 磁性材料

~~§ 5.3 新型材料中的磁现象~~

§ 5.4 磁场的测量

中国科学技术大学物理学院

§ 5.1 磁介质及其磁化

磁化强度：单位体积里的宏观磁矩

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}_m}{\Delta V} = n\vec{\mu}_a = nI_a\vec{S}_a$$

磁化电流：

$$I' = \oint_L dI' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$i' = M_{1t} - M_{2t}$$

$$\vec{i}' = (\vec{M}_1 - \vec{M}_2) \times \vec{n}$$

§ 5.1.3 磁介质中的静磁场基本定理

高斯定理

$$\Phi = \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

安培环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_0$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

§ 5.1.4 磁化规律

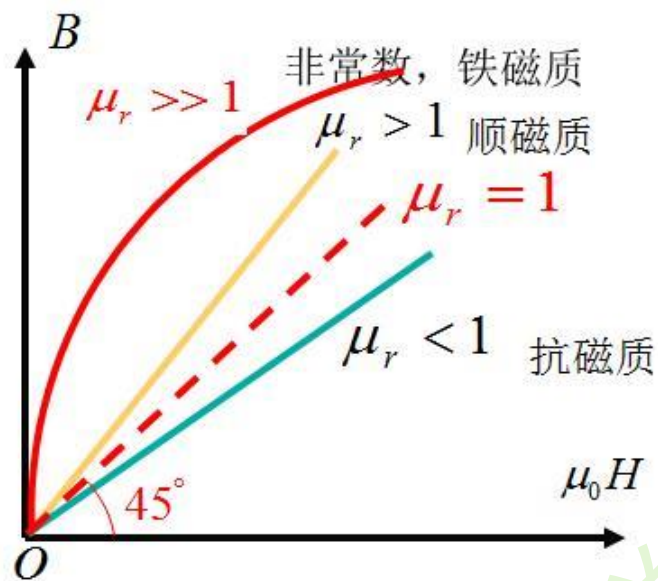
各向同性均匀磁介质中，当外磁场不太强时

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

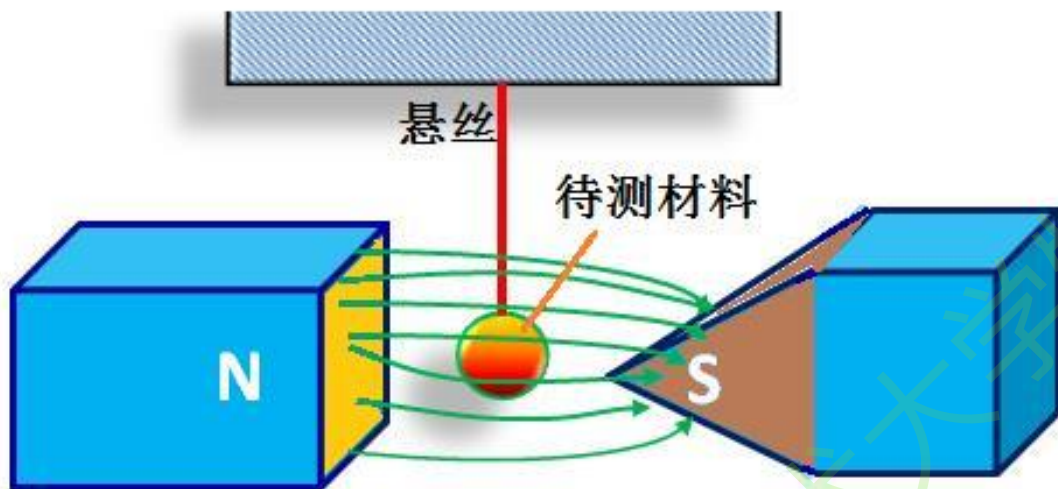
抗磁介质： $\mu_r < 1$

顺磁介质： $\mu_r > 1$



组 别	材 料	相对磁导率 μ_r
抗磁性物质	铋	0.99983
	银	0.99998
	铅	0.999983
	铜	0.999991
	水	0.999991
非磁性物质	真空	1
顺磁性物质	空气	1.0000004
	铝	1.00002
	钽	1.0008
铁磁性物质	2 - 81 坡莫合金 (2Mo, 81Ni)	130 250
	钴	600
	镍	1,500
	锰锌铁淦氧 3	2,000
	软钢 (0.2C)	5,000
	铁 (0.2 杂质)	7,000
	硅钢 (0.4Si)	100,000
	78 坡莫合金 (78.5Ni)	200,000
	纯铁 (0.05 杂质)	1,000,000
	导磁合金 (5Mo, 79Ni)	

物质的磁性通过物质在磁场中的受力可以来判定



$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B} = \left(\mu_x \frac{\partial}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \vec{B}$$

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} = MV \frac{\partial B_z}{\partial z} = \chi_m H_z V \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$H_z > 0, \frac{\partial B_z}{\partial z} > 0, V > 0$$

若小球向S偏转

$$F_z > 0$$

则

$$\chi_m > 0$$

顺磁性

若小球向N偏转

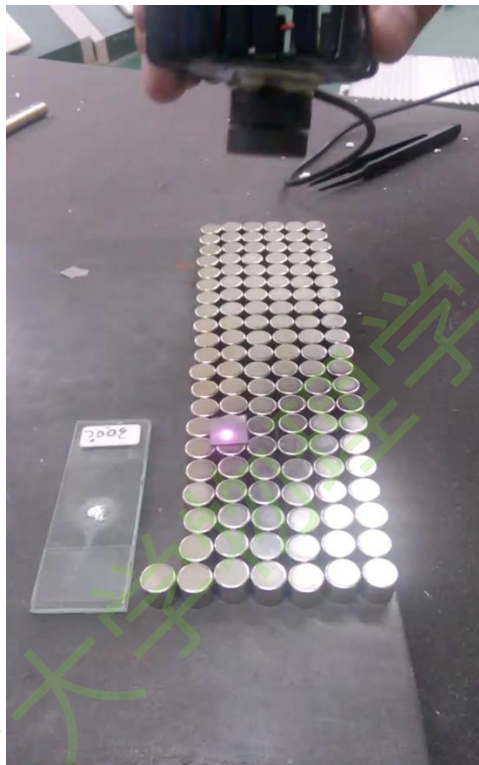
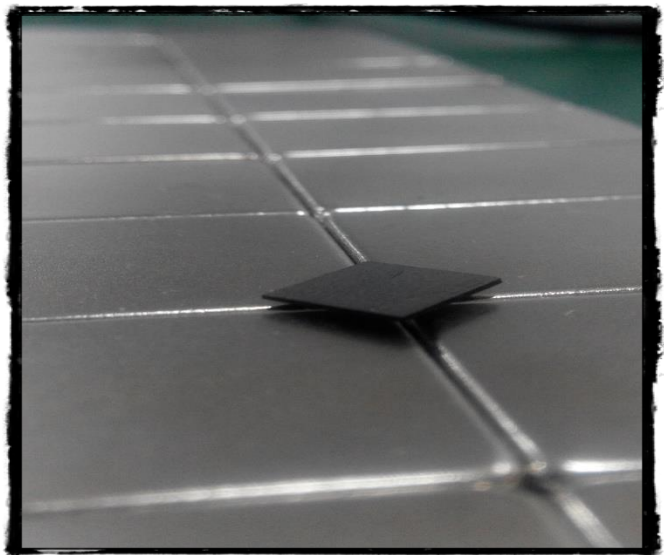
$$F_z < 0$$

则

$$\chi_m < 0$$

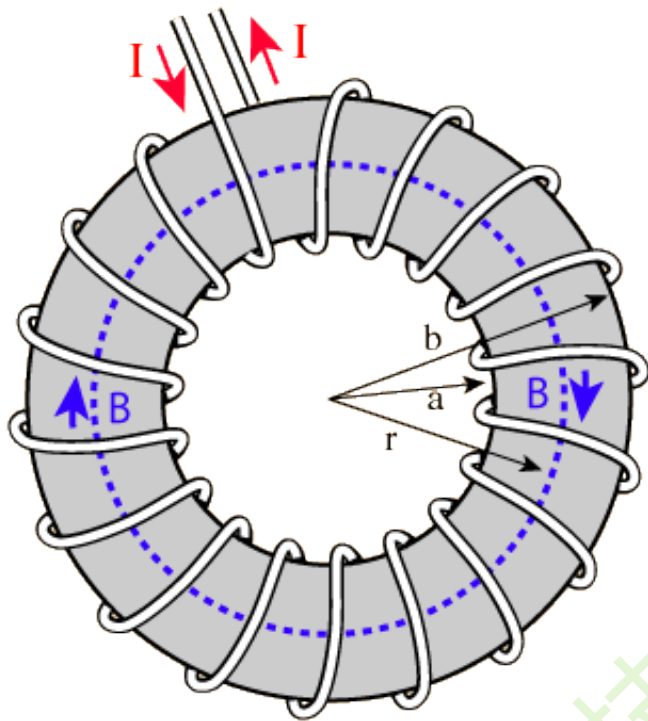
抗磁性

热解石墨磁悬浮与激光牵引



材料	$\rho(\times 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	$-\chi(\times 10^{-6})$	$\eta(\times 10^9)$
水	1.00	8.8	0.1136
金	19.32	34	0.5682
石墨	2.03	160	0.0127
铋	9.78	170	0.0575
热解石墨	2.20	450	0.0049

【例】求环形螺线管内的磁感应强度。



$$B 2\pi r = \mu_0 N I$$

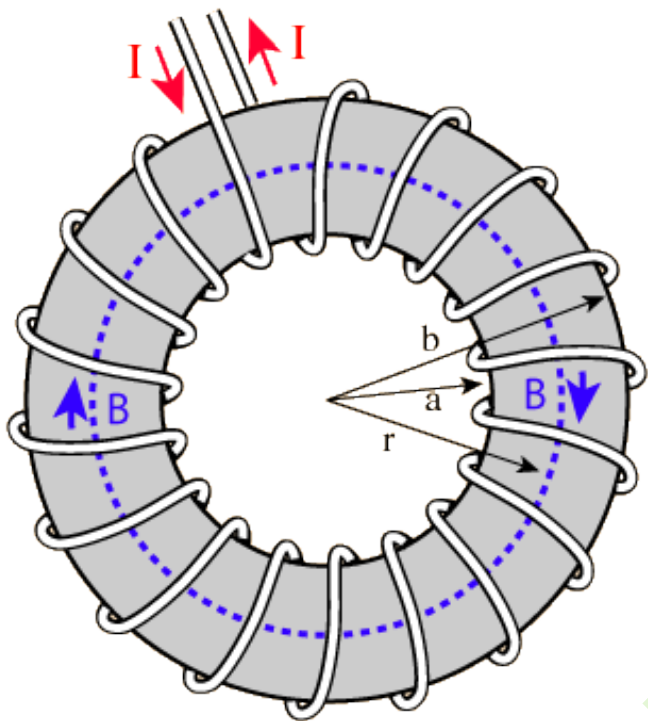
$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

当环比较细时, $a \approx b = R$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R} = \mu_0 n I$$

与无限长直螺线管结果一致

若螺绕环里充满相对磁导率为 μ_r 的磁介质



$$H 2\pi r = NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi r}$$

当环比较细时, $a \approx b = R$

$$H = \frac{NI}{2\pi R} = nI$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu_0 \mu_r nI = \mu_r \vec{B}_0$$

铁磁性介质能显著增加内部的磁感应强度。

通过电磁感应可以测量通过环形螺线管的磁通量 Φ , 从而测得磁感应强度 B , 进而得到磁介质的相对磁导率 μ_r 。

§ 5.1.5 磁介质的边值关系

磁感应强度 B 的法向分量连续

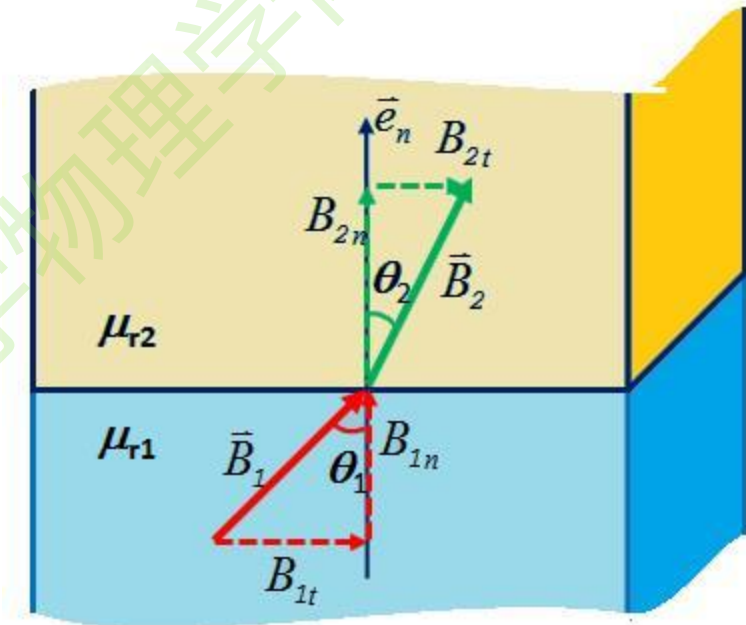
根据高斯定理

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

易得：

$$B_{2n} = B_{1n}$$

$$\frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}$$



磁场强度 H 的切向分量连续

根据环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0$$

易得: $H_{1t} - H_{2t} = i_0$

当界面没有传导电流, 即 $i_0=0$ 时

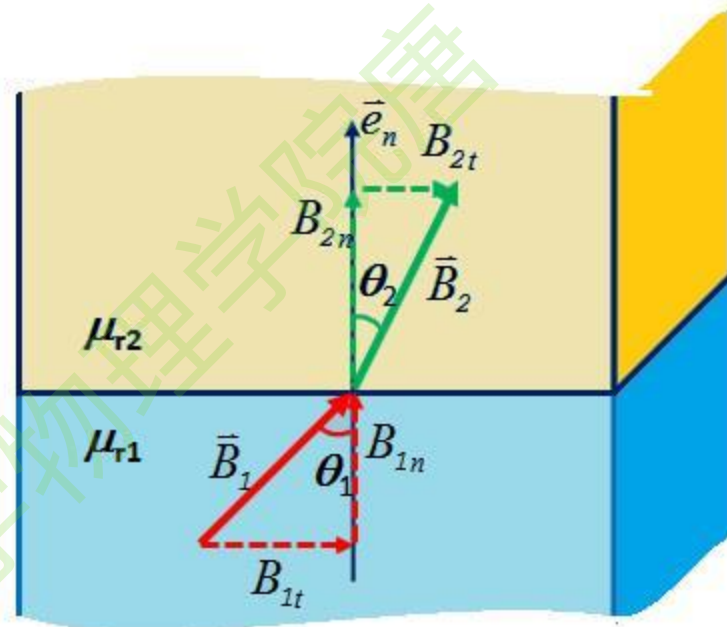
$$H_{2t} = H_{1t}$$

$$\frac{B_{2t}}{B_{1t}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}$$

“折射定理”

$$\tan \theta_1 = \frac{B_{1t}}{B_{1n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} B_{2t}/B_{2n} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tan \theta_2$$

$$\frac{\tan \theta_1}{\tan \theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

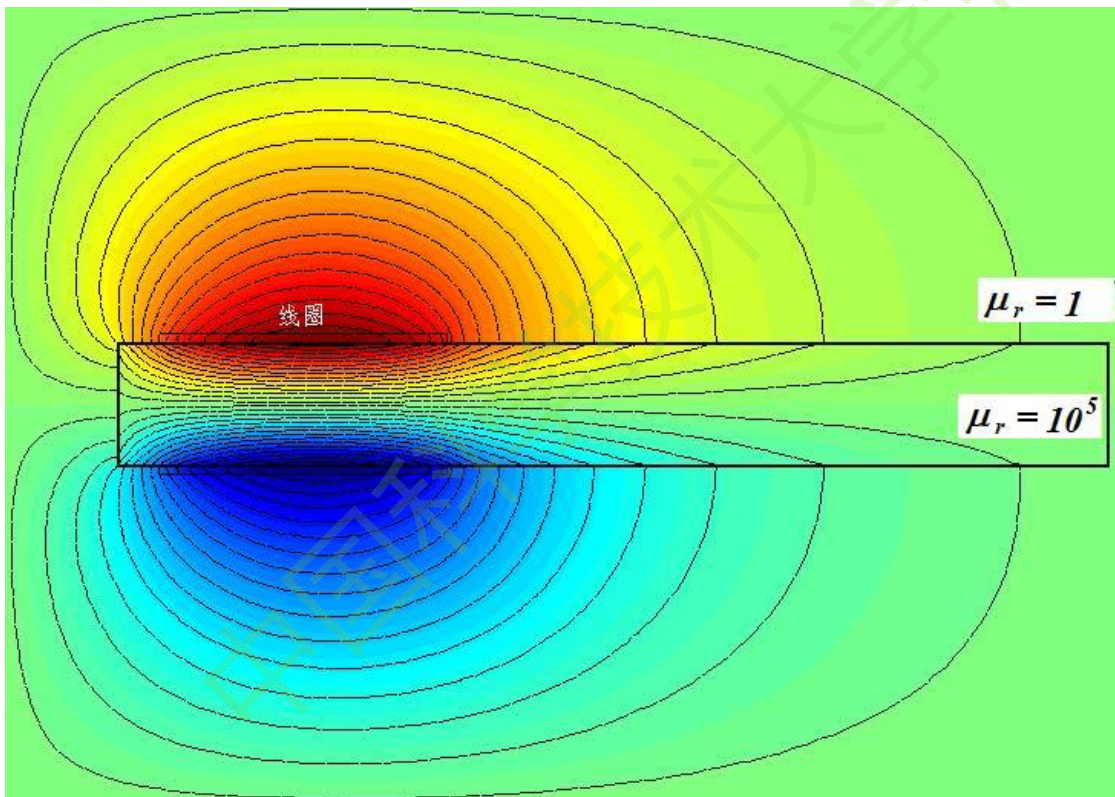


若两种材料的相对磁导率相差很大，如 $\mu_{r1} \approx 1$ （弱磁性介质）， $\mu_{r2} \gg 1$ （铁磁性介质），则

$$\theta_1 \approx 0$$

$$\theta_2 \approx 90^\circ$$

磁感应线几乎都被束缚在铁磁性介质中，漏出外面的磁通量很少。



介质界面与磁感应线重合的磁介质问题求解

一般介质表面没有传导电流

根据边值关系

$$H_{2t} = H_{1t}$$

由于磁感应线与介质表面平行

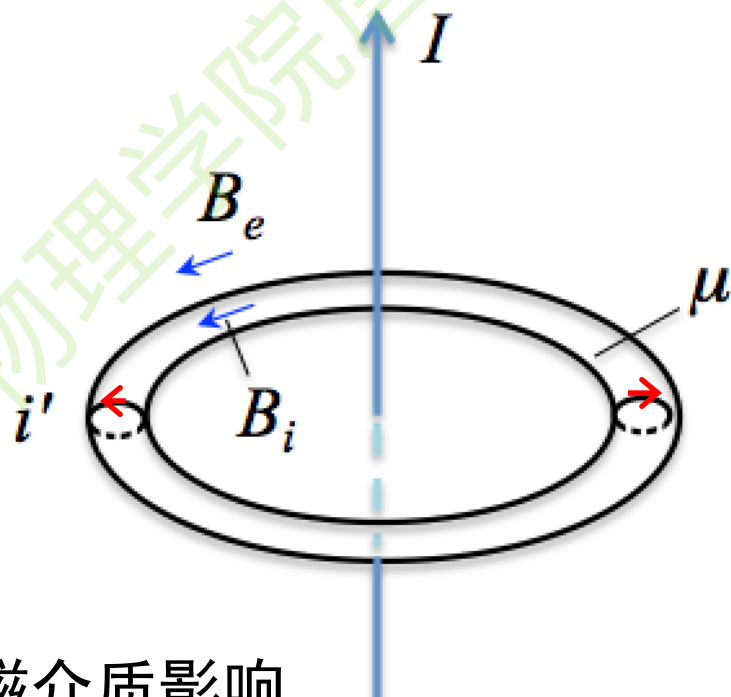
$$H_2 = H_1$$

不同介质中的磁场强度 H 一样，不受磁介质影响

$$H_i = H_0$$

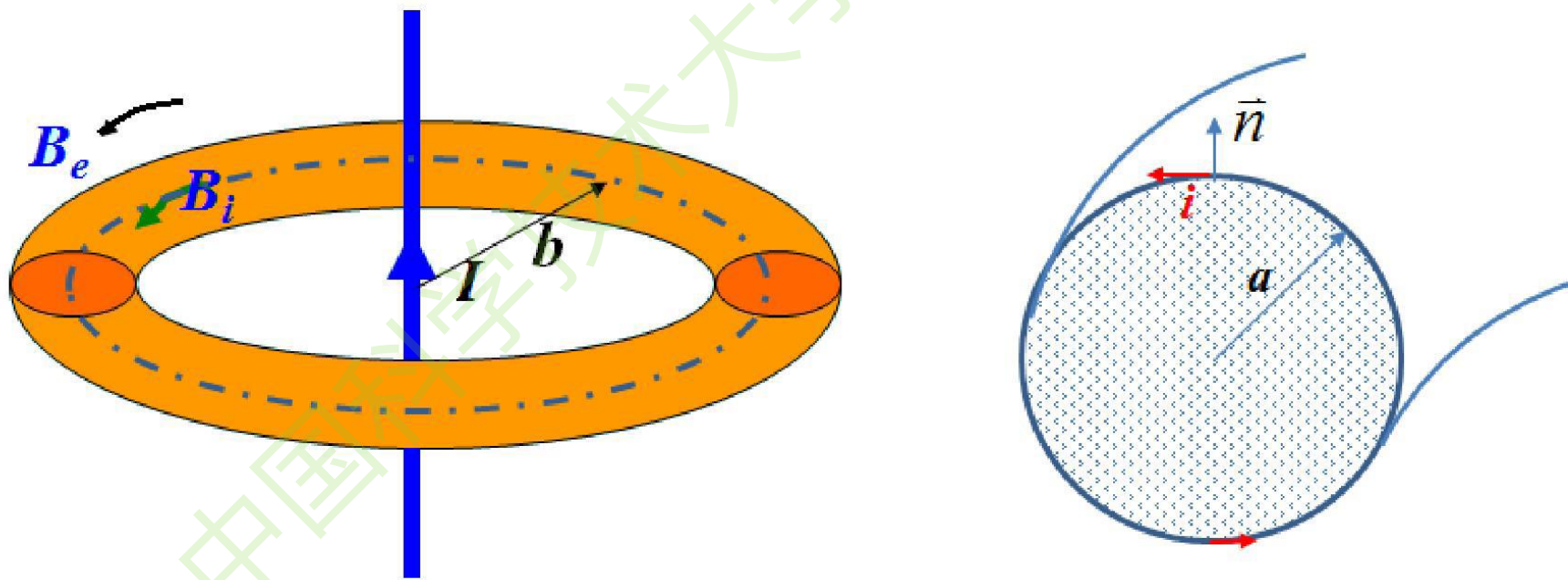
不同介质中的磁感应强度 B 不一样

$$B_i = \mu_i H_i = \mu_i H_0 = \frac{\mu_i}{\mu_0} B_0 = \mu_{ri} B_0$$



【例】一圆环状磁介质与一无限长直导线共轴。设磁介质相对磁导率为 μ_r ，直导线电流强度为 I ，求：

- (1) 介质内外空间的磁感应强度 B 和磁场强度 H 分布；
- (2) 介质表面的磁化电流面密度 i' ；
- (3) 磁化电流在介质内外空间产生的磁感应强度分布 B' 。



【解】 (1) 根据安培环路定理，介质环内外均有

$$H 2\pi r = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

根据磁介质本构方程，磁介质环内外的磁感应强度分别为：

$$\begin{cases} B_i = \frac{\mu_r \mu_0 I}{2\pi r} \\ B_e = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$

方向沿电流方向的右手螺旋方向

无介质环时

$$B_{i0} = B_{e0} = B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

(2) 由于磁介质外面是真空

$$i' = M_{1t} = \chi_m H = \frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi r}$$

$$\vec{i}' = \frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$

该面电流密度随 r 变化!

(3) 求磁化电流 I 产生的磁场 B'

根据

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

$$\vec{B}' = \vec{B} - \vec{B}_0$$

$$\begin{cases} B_i = \frac{\mu_r \mu_0 I}{2\pi r} \\ B_e = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\begin{cases} B_i' = \frac{(\mu_r - 1)\mu_0 I}{2\pi r} \\ B_e' = 0 \end{cases}$$

方向沿电流方向的右手螺旋方向

介质界面与磁感应线垂直的磁介质问题求解

根据边值关系

$$B_{2n} = B_{1n}$$

由于磁感应线与介质表面的法向平行

$$B_2 = B_1$$

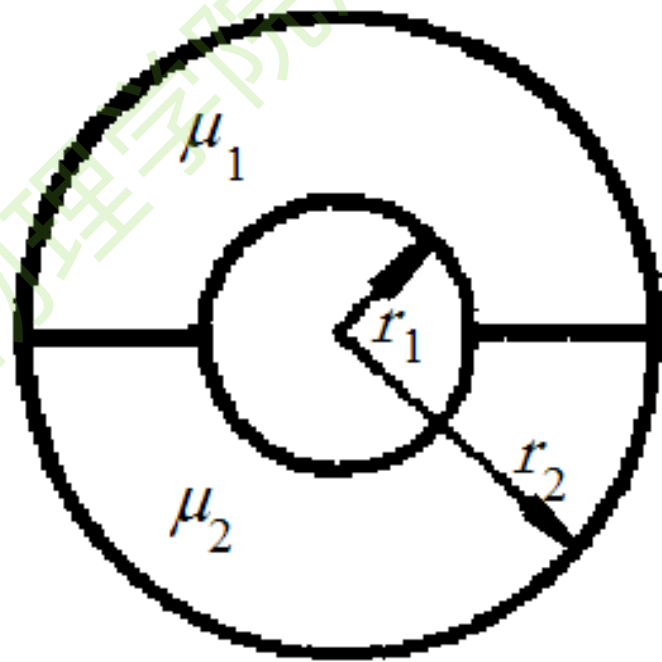
不同介质中的磁感应强度一样，

$$B_i = B \neq B_0$$

但磁场强度不一样，有

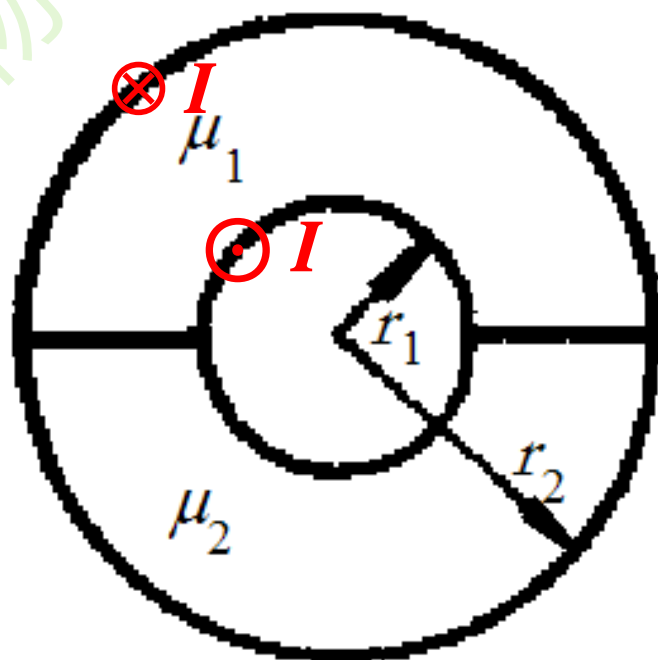
$$H_i = \frac{B}{\mu_i}$$

将此关系代入安培环路定理可解得 B ，进而得到 H_i



【例】一同轴电缆，内外导体半径分别为 r_1 和 r_2 。导体间填满磁导率分别为 μ_1 和 μ_2 的磁介质，各占一半空间。设内外导体表面流入与流出电流强度为 I 的传导电流，求：

- (1) 介质中的磁感应强度 B 和磁场强度 H 分布；
- (2) 介质表面的磁化电流面密度 i' 。



【解】 (1) 磁感应线与介质交界面垂直，有

$$B_1 = B_2 = B$$

根据本构方程，有

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1}$$

$$H_2 = \frac{B}{\mu_2}$$

根据安培环路定理，有

$$H_1 \pi r + H_2 \pi r = I$$

$$\frac{B}{\mu_1} \pi r + \frac{B}{\mu_2} \pi r = I$$

$$B = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

方向为内导体电流方向的右手螺旋方向

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1} = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

$$H_2 = \frac{B}{\mu_2} = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}$$

方向为内导体电流方向的右手螺旋方向

(2) 欲求磁化电流，先求磁化强度

$$M_1 = (\mu_{r1} - 1)H_1 = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_2(\mu_{r1} - 1)}{\mu_1 + \mu_2}$$

$$M_2 = (\mu_{r2} - 1)H_2 = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_1(\mu_{r2} - 1)}{\mu_1 + \mu_2}$$

内导体表面磁化电流

$$i'_i = \begin{cases} M_1 = \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_2(\mu_{r1} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} \\ M_2 = \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1(\mu_{r2} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$$

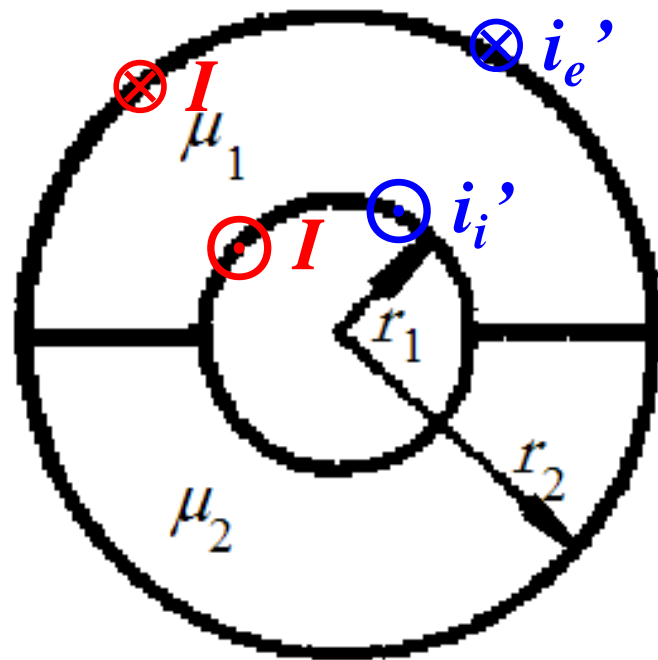
方向与内导体传导电流一致

外导体表面磁化电流

$$i'_e = \begin{cases} M_1 = \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_2(\mu_{r1} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} \\ M_2 = \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_1(\mu_{r2} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$$

方向与外导体传导电流一致

不同介质表面磁化电流不同



$$I' = \oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0$$

$$i' = M_{1t} - M_{2t}$$

$$i_0 = H_{1t} - H_{2t}$$

内导体表面传导电流

外导体表面传导电流

$$i_{0i} = \begin{cases} H_1 = \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \\ H_2 = \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$$

$$i_{0e} = \begin{cases} H_1 = \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \\ H_2 = \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$$

方向与内导体传导电流一致

方向与外导体传导电流一致

不同介质表面传导电流不同

总电流

$$i = i_0 + i'$$

内导体表面总电流

$$i_i = \begin{cases} \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1 \mu_2 / \mu_0}{\mu_1 + \mu_2} \\ \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1 \mu_2 / \mu_0}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$$

外导体表面总电流

$$i_e = \begin{cases} \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_1 \mu_2 / \mu_0}{\mu_1 + \mu_2} \\ \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_1 \mu_2 / \mu_0}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$$

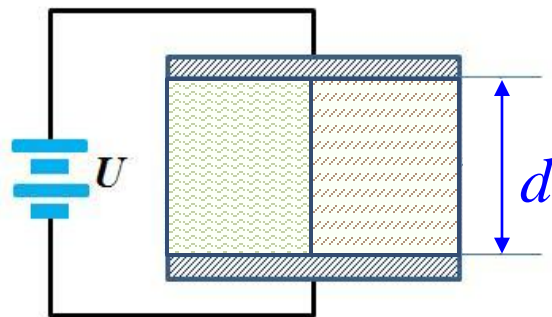
方向与内导体传导电流一致

方向与外导体传导电流一致

不同介质表面总电流相同

导体根据介质的磁导率自动调整传导电流，使得总电流相同，磁感应强度相同

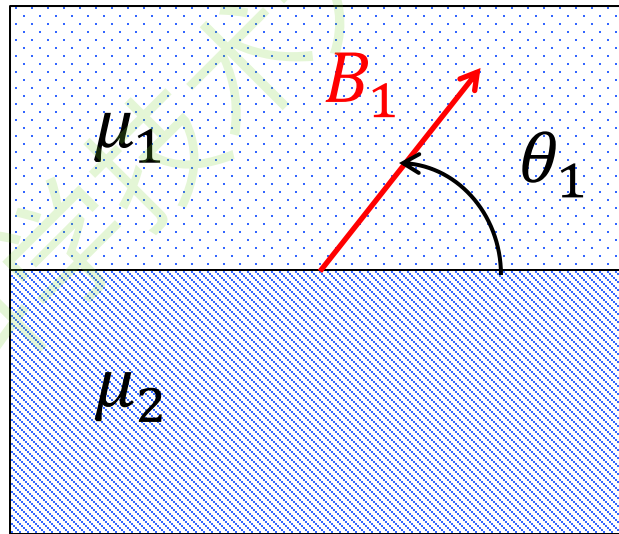
与电场线和电介质界面平行的平行板电容器相似



课堂练习

如图所示两磁导率分别为 μ_1 与 μ_2 的磁介质。已知介质1中磁感应强度为 B_1 ，与交界面的夹角为 θ_1 。求：

1. 当交界面没有传导电流时，介质2中的磁感应强度 \vec{B}_2 ；
2. 当交界面流过垂直纸面向内，密度为 i_0 的传导电流时，介质2中的 \vec{B}_2 与交界面的夹角 θ_2 。



作业

- 5. 7
- 5. 8
- 5. 14
- 5. 15

中国科学技术大学物理学院唐