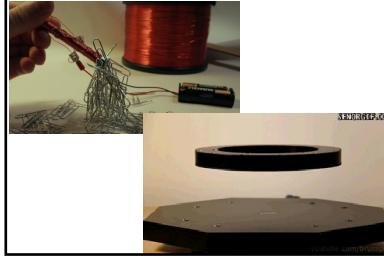


第5章 物质中的磁场与磁性材料

- § 5.1 磁介质与磁化
- § 5.2 磁性材料
- § 5.3 新型材料中的磁现象
- § 5.4 磁场的测量

1

§ 5.1 磁介质及其磁化

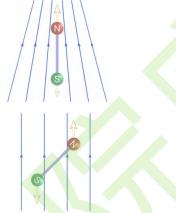


2

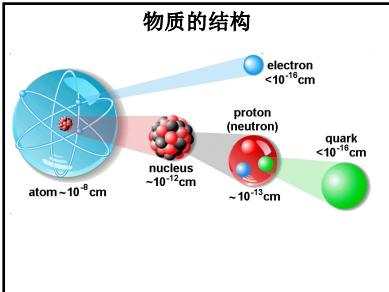
闭合线圈在磁场中的受力和力矩

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B}$$

$$\vec{M} \approx \vec{\mu} \times \vec{B}$$



3



4

§ 5.1.1 磁化强度

电子轨道磁矩

电子绕原子核做匀速圆周运动，产生**轨道磁矩**

$$\text{周期: } T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\text{电流: } i = -\frac{e}{T} = -\frac{ev}{2\pi r}$$

$$\text{轨道磁矩: } \vec{\mu} = i\vec{S} = -\frac{ev}{2\pi r}\pi r^2\vec{n} = -\frac{evr}{2}\vec{n}$$

$$\text{轨道角动量: } \vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = mvr\vec{n} \quad \vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m}\vec{L}$$

5

根据量子力学的概念，**轨道角动量**只能取分立的值

$$L^2 = l(l+1)\hbar^2, \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$L_z = lh$$

对应地，电子**轨道磁矩**也只能取分立的值，最小单位为：

$$\mu_{lx} = \mu_B = \frac{e}{2m}\hbar = 9.2734 \times 10^{-24} A \cdot m^2$$

人称**玻尔磁子**

6

电子自旋磁矩

研究表明，所有带电粒子都具有内禀角动量，自旋角动量

$$S^2 = s(s+1)\hbar^2$$

$$S_z = m_s\hbar$$

因而必定有自旋磁矩

$$\vec{\mu}_s = -g \frac{e}{2m} \vec{S}$$

对于电子

$$g = 2.0023193$$

$$m_s = \pm \frac{1}{2}$$

$$\mu_{sz} \approx \mu_B = \frac{e}{2m}\hbar = 9.2734 \times 10^{-24} A \cdot m^2 > 0$$

7

原子和分子磁矩

每一个原子或分子的磁矩由所有电子磁矩叠加，原子核的磁矩小三个数量级，可以忽略。

$$\vec{\mu}_m = \sum \vec{\mu}_e$$

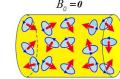
磁介质:

- 具有固有磁矩的介质
- 没有固有磁矩的介质
- 铁磁性材料

8

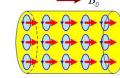
对于一个由许多原子或分子组成的系统，各个原子分子的磁矩方向任意，总磁矩为0

$$\vec{\mu} = \sum \vec{\mu}_m = 0$$



但是当有外场存在的时候，各原子或分子的磁矩受到力矩作用，指向外磁场，形成净磁矩

$$\vec{\mu} = \sum \vec{\mu}_m = c\vec{B}_0 \neq 0$$



定义分子平均磁矩 $\vec{\mu}_a$ 为

$$\vec{\mu}_a = \frac{\sum \vec{\mu}_m}{n\Delta V}$$

9

磁化强度

磁化强度：单位体积里的宏观磁矩

$$\bar{M} = \frac{\sum \bar{\mu}_m}{\Delta V} = n \bar{\mu}_a$$

将分子平均磁矩 $\bar{\mu}_a$ 等效为以分子环形电流

$$\bar{\mu}_a = I_a S_a$$

$$\bar{M} = \frac{\sum \bar{\mu}_m}{\Delta V} = n \bar{\mu}_a = n I_a \bar{S}_a$$

物质与磁场的相互作用越大，则磁化强度越大。

10

§ 5.1.2 磁化电流

系统的宏观磁矩表明磁化电流的存在

介质内部，分子环形电流相互抵消。
但在介质表面，会形成宏观的电流，称为表面磁化电流。
表面磁化电流会反过来影响外磁场的分布。最后达到某种平衡。

11

对任意曲面S，只有其边界L的分子圆形电流才会贡献穿过该曲面的磁化电流
换句话说，只有其边界附近的小的圆柱体内的分子圆形电流才会贡献磁化电流

dl 为该圆柱体的中轴线
底面与 dl 垂直，面积为 $S_a \cos \theta$
该圆柱体贡献的磁化电流为

$$dI' = I_a \cdot ndV = I_a n dl S_a \cos \theta$$

$$dI' = n I_a \bar{S}_a \cdot d\vec{l} = \bar{M} \cdot d\vec{l}$$

12

穿过曲面S的总的磁化电流

$$I' = \oint_L dl' = \oint_L \bar{M} \cdot d\vec{l}$$

$$\bar{j}' = \nabla \times \bar{M}$$

对于均匀磁化介质，磁化强度 \bar{M} 与位置无关
其内部磁化体电流密度为0

$$I' = \oint_L \bar{M} \cdot d\vec{l} = \bar{M} \cdot \oint_L d\vec{l} = 0$$

$$\bar{j}' = 0$$

均匀磁化介质表面或不同介质分界面上会有面分布的磁化电流
非均匀磁化介质内部还会出现磁化体电流

13

表面磁化电流大小

以螺线管中放入磁介质为例

(a) 顺磁质
(b) 抗磁质

14

$I' = \oint_L \bar{M} \cdot d\vec{l}$

取如图所示矩形面

$$I' = \oint_L \bar{M} \cdot d\vec{l} = (M_{1t} - M_{2t})l$$

$I' = M_{1t} - M_{2t}$
方向向左
 $I' = M_{1t}$
 $\bar{j}' = (\bar{M}_1 - \bar{M}_2) \times \bar{n}$
若外界为真空
 $\bar{j}' = \bar{M}_{1t}$
右手螺旋定则

15

均匀磁化棒的磁化电流分布

磁化电流面密度 磁化电流产生的磁感应强度

A点： $i' = M_{1t} = 0$ $\bar{B}' = \frac{\mu_0 \bar{M}}{2}$

B点： $i' = M_{1t} = 0$

C点： $i' = M_{1t} = M$ $\bar{B}' = \mu_0 M$ $\bar{B}' = \mu_0 \bar{M}$

方向可根据右手螺旋定则确定 在磁介质中：顺磁体增加外磁场
抗磁体减弱外磁场

16

先将磁化强度矢量 \bar{M} 在介质表面切线方向投影 \bar{M}_t
根据 \bar{M}_t 大小，确定磁化电流大小
根据 \bar{M}_t 方向，依据右手定则确定磁化电流方向

17

§ 5.1.3 磁介质中的静磁场基本定理

高斯定理

磁介质中的磁场由传导电流 I 产生的磁场 \bar{B}_0 和磁化电流 I' 产生的磁场 \bar{B}' 叠加而成

$$\bar{B} = \bar{B}_0 + \bar{B}'$$

两种电流产生的磁场并无本质区别，都是“无源有旋”场

$$\Phi = \iint_S \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0$$

18

磁场强度H的切向分量连续

根据环路定理

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_0$$

易得: $H_{1t} - H_{2t} = I_0$

当界面没有传导电流, 即 $I_0 = 0$ 时

$$H_{2t} = H_{1t}$$

$$\frac{B_{2t}}{B_{1t}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}}$$

“折射定律”

$$\tan \theta_1 = \frac{B_{1n}}{B_{2n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} B_{2n}/B_{1n} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tan \theta_2$$

$$\tan \theta_1 = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tan \theta_2$$

28

若两种材料的相对磁导率相差很大, 如 $\mu_{r1} \approx 1$ (弱磁性介质), $\mu_{r2} \gg 1$ (铁磁性介质), 则

$$\theta_1 \approx 0 \quad \theta_2 \approx 90^\circ$$

磁感应线几乎都被束缚在铁磁性介质中, 漏出外面的磁通量很少。

29

介质界面与磁感应线重合的磁介质问题求解

一般介质表面没有传导电流

根据边值关系 $H_{2t} = H_{1t}$

由于磁感应线与介质表面平行

$$H_2 = H_1$$

不同介质中的磁场强度H一样, 不受磁介质影响

$$H_1 = H_0$$

不同介质中的磁感应强度B不一样

$$B_t = \mu_1 H_1 = \mu_1 H_0 = \frac{\mu_1}{\mu_0} B_0 = \mu_{r1} B_0$$

30

【例】一圆环状磁介质与一无限长直导线共轴。设磁介质相对磁导率为 μ_r , 直导线电流强度为 I , 求:

- (1) 介质内外空间的磁感应强度B和磁场强度H分布;
- (2) 介质表面的磁化电流面密度 i' ;
- (3) 磁化电流在介质内外空间产生的磁感应强度分布 B' .

31

【解】 (1) 根据安培环路定理, 介质环内外均有

$$H 2\pi r = I \quad H = \frac{I}{2\pi r}$$

根据介质本构方程, 介质环内外的磁感应强度分别为:

$$\begin{cases} B_i = \frac{\mu_r \mu_0 I}{2\pi r} \\ B_e = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$

方向沿电流方向的右手螺旋方向

无介质环时

$$B_{10} = B_{e0} = B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

32

(2) 由于磁介质外面是真空

$$i' = M_{1t} = \chi_m H = \frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi r}$$

$$\vec{i}' = \frac{(\mu_r - 1)I}{2\pi r} \hat{e}_\theta$$

该面电流密度随r变化!

(3) 求磁化电流 i' 产生的磁场 B'

根据

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

$$\vec{B}' = \vec{B} - \vec{B}_0$$

$$\begin{cases} B_i = \frac{\mu_r \mu_0 I}{2\pi r} \\ B_e = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$

$$\begin{cases} B_i' = \frac{(\mu_r - 1)\mu_0 I}{2\pi r} \\ B_e' = 0 \end{cases}$$

方向沿电流方向的右手螺旋方向

33

介质界面与磁感应线垂直的磁介质问题求解

根据边值关系 $B_{2n} = B_{1n}$

由于磁感应线与介质表面法向平行

$$B_2 = B_1$$

不同介质中的磁感应强度一样,

$$B_1 = B \neq B_0$$

但磁场强度不一样, 有

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1}$$

将此关系代入安培环路定理可解得 B , 进而得到 H .

34

【例】一同轴电缆, 内外导体半径分别为 r_1 和 r_2 。导体间填满磁介质, 各占一半空间。设内外导体表面流入与流出电流强度为 I 的传导电流, 求:

- (1) 介质中的磁感应强度 B 和磁场强度 H 分布;
- (2) 介质表面的磁化电流面密度 i' 。

35

【解】 (1) 磁感应线与介质交界面垂直, 有

$$B_1 = B_2 = B$$

根据本构方程, 有

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1} \quad H_2 = \frac{B}{\mu_2}$$

根据安培环路定理, 有

$$H_1 \pi r_1 + H_2 \pi r_2 = I$$

$$\frac{B}{\mu_1} \pi r_1 + \frac{B}{\mu_2} \pi r_2 = I$$

$$B = \frac{I}{\pi r_1 \mu_1 + \pi r_2 \mu_2}$$

方向为内导体电流方向的右手螺旋方向

36

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1} = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

$$H_2 = \frac{B}{\mu_2} = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2}$$

方向为内导体电流方向的右手螺旋方向

(2) 欲求磁化电流, 先求磁化强度

$$M_1 = (\mu_{r1} - 1)H_1 = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_2(\mu_{r1} - 1)}{\mu_1 + \mu_2}$$

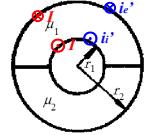
$$M_2 = (\mu_{r2} - 1)H_2 = \frac{I}{\pi r} \frac{\mu_1(\mu_{r2} - 1)}{\mu_1 + \mu_2}$$

内导体表面磁化电流
 $i'_1 = \begin{cases} M_1 = \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_2(\mu_{r1} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} \\ M_2 = \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1(\mu_{r2} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$

外导体表面磁化电流
 $i'_e = \begin{cases} M_1 = \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_2(\mu_{r1} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} \\ M_2 = \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_1(\mu_{r2} - 1)}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$

方向与内导体传导电流一致 方向与外导体传导电流一致

不同介质表面磁化电流不同



37

38

内导体表面传导电流
 $i_{01} = \begin{cases} H_1 = \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \\ H_2 = \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$

外导体表面传导电流
 $i_{0e} = \begin{cases} H_1 = \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \\ H_2 = \frac{I}{\pi r_2} \frac{\mu_1}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$

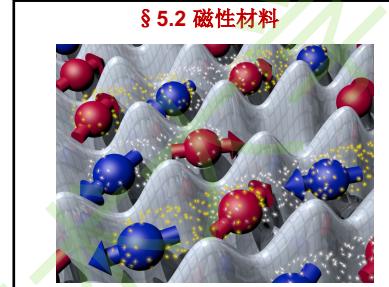
方向与内导体传导电流一致 方向与外导体传导电流一致

不同介质表面传导电流不同

39

总电流 $i = i_0 + i'$
 内导体表面总电流
 $i_i = \begin{cases} \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1 \mu_2 / \mu_0}{\mu_1 + \mu_2} \\ \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1 \mu_2 / \mu_0}{\mu_1 + \mu_2} \\ \frac{I}{\pi r_1} \frac{\mu_1 \mu_2 / \mu_0}{\mu_1 + \mu_2} \end{cases}$

方向与内导体传导电流一致 方向与外导体传导电流一致
 不同介质表面总电流相同
 导体根据介质的磁导率自动调整传导电流, 使得总电流相同, 磁感应强度相同
 与电场线和电介质界面平行的平行板电容器相似



40

41

磁性材料的分类
 物质的磁性通过物质在磁场中的受力来定义

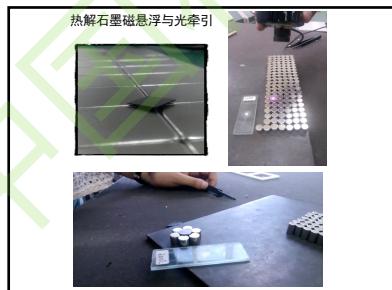
基丝 特测材料

$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B} = \left(\mu_x \frac{\partial}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial}{\partial z} \right) \vec{B}$

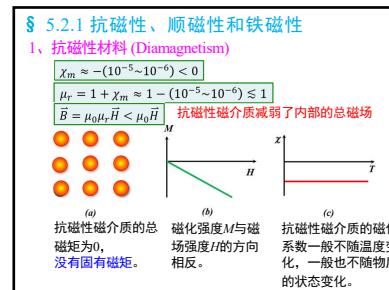
$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} = M V \frac{\partial B_z}{\partial z} = \chi_m H_z V \frac{\partial B_z}{\partial z}$ $H_z > 0, V > 0$

若小球向S偏转 $F_z > 0$ 则 $\chi_m > 0$ 顺磁性
 若小球向N偏转 $F_z < 0$ 则 $\chi_m < 0$ 抗磁性

42



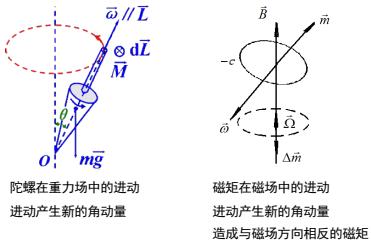
43



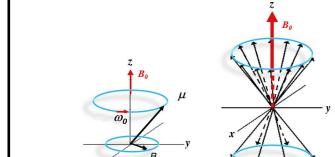
44



45

抗磁性的微观解释

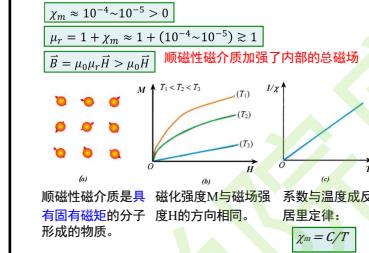
46



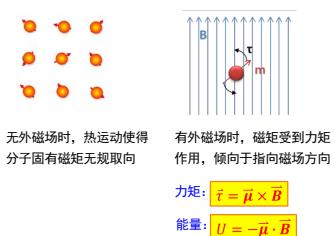
两个电子的自旋磁矩大小相等，方向相反，正好抵消
但它们在磁场中进动造成的附加磁矩均与磁场方向相反
 M 与 H 方向相反 \rightarrow 抗磁性

进动与温度无关，因此抗磁性介质的磁化率一般与温度无关

47

2、顺磁性材料 (Paramagnetism)

48

顺磁性的微观解释

49

磁矩在磁场中倾向于指向磁场方向，使得能量最低，分布变得更有序。
热运动使得分子变得更无序，阻止磁矩定向排列。

固有磁矩与外磁场夹角为θ的分子个数为：

$$dn(\theta) = Ae^{-\frac{-\mu \cdot \vec{B}}{kT}} \sin \theta d\theta$$

每个分子在磁场方向的磁矩分量为： $\mu_z = \mu \cos \theta$

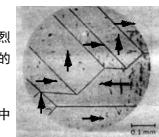
$$\text{磁化强度： } M = \int \mu_z dn(\theta) \approx \frac{n_0 \mu_0 \mu^2}{3kT} H$$

$$\text{磁化率： } \chi_m = \frac{n_0 \mu_0 \mu^2}{3kT} = \frac{C}{T} \quad \text{温度降低，磁化率急剧增加}$$

50

3、铁磁性材料 (Ferromagnetism)

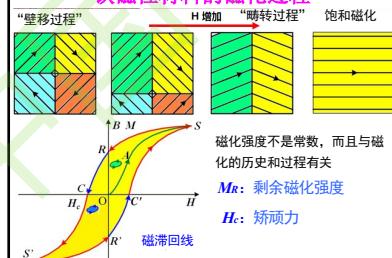
以铁、钴、镍和一些稀土元素以及它们的合金及氧化物材料构成的介质



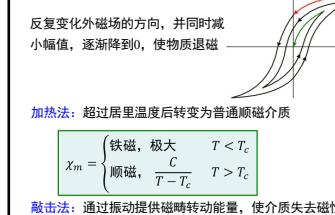
铁磁性介质中，原子之间的强烈耦合会形成分子磁矩有序排列的许多小区域，称为“磁畴”

这一特殊结构使得介质在磁场中显示出非常强的顺磁性，称为“铁磁性”

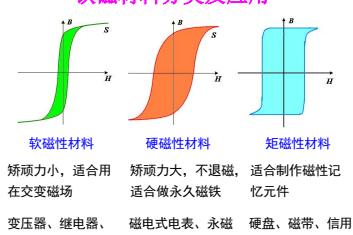
51

铁磁性材料的磁化过程

52

退磁

53

铁磁材料分类及应用

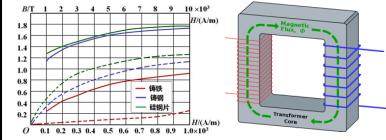
54

§ 5.2.2 磁路定理和磁屏蔽

1、磁路定律

很多电工设备需要较强的磁场或较大的磁通量

由于铁磁性介质的磁导率非常高，经常使用铁磁性物质做成闭合或者近似闭合的环路，来增加磁感应强度、约束磁通等。



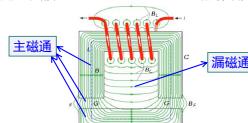
55

这种约束在铁芯范围内的磁场称为磁路

磁路的磁通可以分为两部分：主磁通和漏磁通

主磁通：绝大部分是通过磁路（包括气隙）

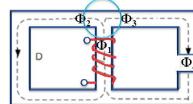
漏磁通：和部分磁通穿出铁芯，经过磁路周围非铁磁性物质



漏磁通一般很小，磁路初步计算中常将漏磁通忽略不计

56

磁路的基尔霍夫定律

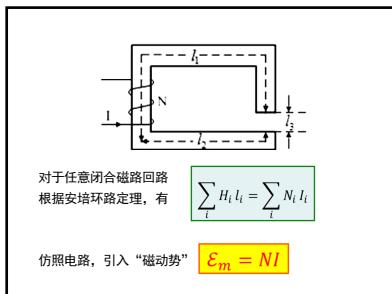


根据高斯定理，如果忽略漏磁通，则任意节点的总磁通为0

$$\sum_i \Phi_i = 0$$

磁路的基尔霍夫第一定律
磁通相当于电路中的电流
而磁感应强度B相当于电路中的电流密度

57



58

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i \int H_i dl_i$$

$$\Phi = BS = \mu HS$$

$$H = \frac{\Phi}{\mu S}$$

$$\int H_i dl_i = \int \frac{\Phi}{\mu_i S_i} dl_i = \Phi \int \frac{dl_i}{\mu_i S_i}$$

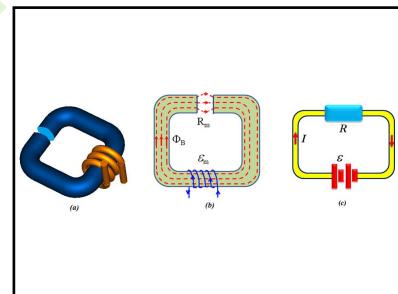
定义 $R_m = \int \frac{dl}{\mu S}$ 磁阻

定义 $U_m = \Phi R_m$ 磁路欧姆定律

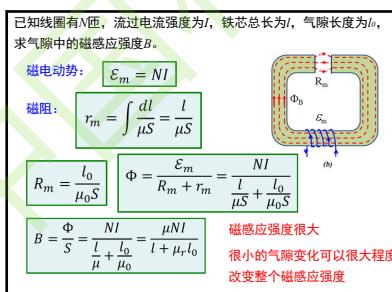
$$\mathcal{E}_m = NI = \sum U_{mi} = \Phi \sum_i R_{mi}$$

磁路的基尔霍夫第二定律

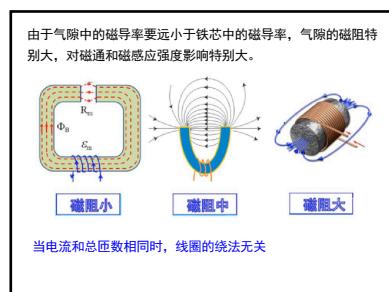
59



60



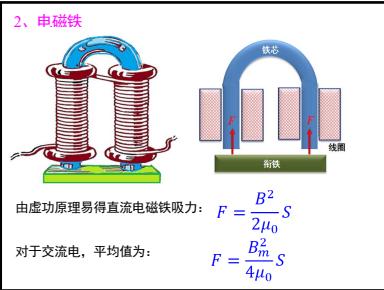
61



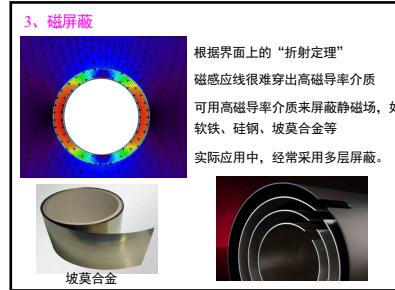
62

电路与磁路比较	
\mathcal{E}	$\mathcal{E}_m = NI$
I	Φ
j	B
σ	μ
$j = \sigma E$	$B = \mu H$
$U = IR$	$U_m = \Phi R_m$
$R = \int \rho \frac{dl}{S} = \int \frac{dl}{\sigma S}$	$R_m = \int \frac{dl}{\mu S}$
$\mathcal{E} = I(R + r)$	$\mathcal{E}_m = \Phi(R_m + r_m)$

63



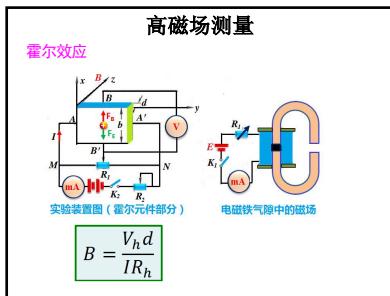
64



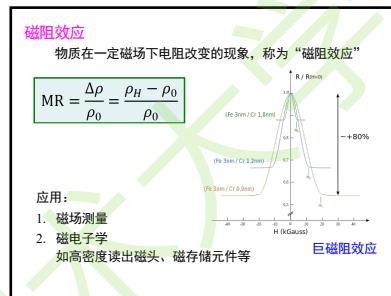
65



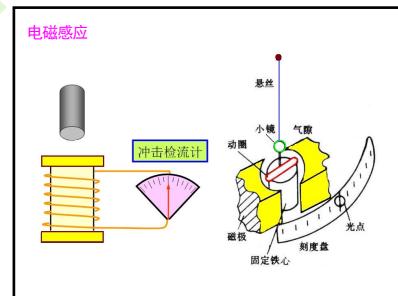
66



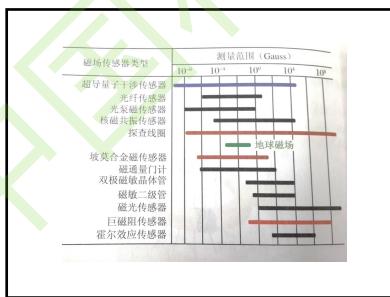
67



68



69



70