

14.6 令 H_x 是一个随机变量，表示某个个体 x 的用手习惯，可能取值为 l 或 r 。一个一般的假设是，左手习惯或右手习惯是通过简单机制遗传的；也就是说，可能有一个基因 G_x ，它的可能取值也是 l 或 r ，而且个体表现出的用手习惯多数情况下（具有某个概率 s ）与他所拥有的基因相同。另外，从父母双方中的某一方遗传基因的可能性是相等的，遗传时用手习惯可能以一个小的非 0 概率 m 发生随机变异（左手习惯和右手习惯相互对换）

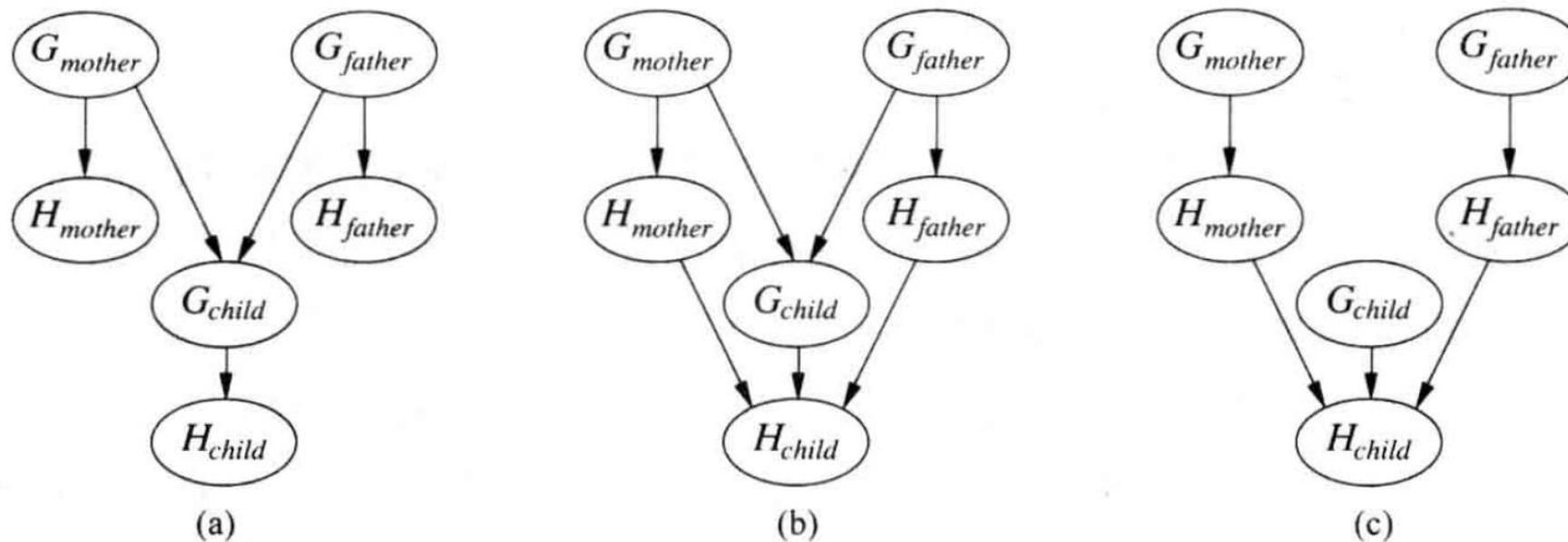


图1 描述用手习惯基因遗传的3个可能的贝叶斯网络结构

14.6 (续)

a. 图1中哪个网络声明了

$$P(G_{father}, G_{mother}, G_{child}) = P(G_{father})P(G_{mother})P(G_{child})$$

b. 哪个网络的独立性声明与用手习惯遗传的假设是一致的？

c. 哪个网络是对假设的最佳描述？

d. 使用 s 和 m 写出网络 (a) 的节点 G_{child} 的 CPT 表。

e. 假设 $P(G_{father}=l) = P(G_{mother}=l) = q$ 。在网络 (a) 中，推导出 $P(G_{child}=l)$ 的一个只使用 m 和 q 的表达式，以其父节点为条件。

f. 在遗传平衡的条件下，我们期望各代之间的基因分布式相同的。基于此计算 q 的值；并且，基于你对人类用手习惯的知识，解释该题开始的假设一定是错误的。

14.14 考虑图 3 中的贝叶斯网络

a. 网络结构能够断言下列哪些语句？

I. $P(B, I, M) = P(B)P(I)P(M)$

II. $P(J | G) = P(J | G, I)$

III. $P(M | G, B, I) = P(M | G, B, I, J)$

b. 计算 $P(b, i, \neg m, g, j)$ 的值

c. 计算某个人如果触犯了法律、被起诉、而且面临一个有政治动机的检举人，他会进监狱的概率。

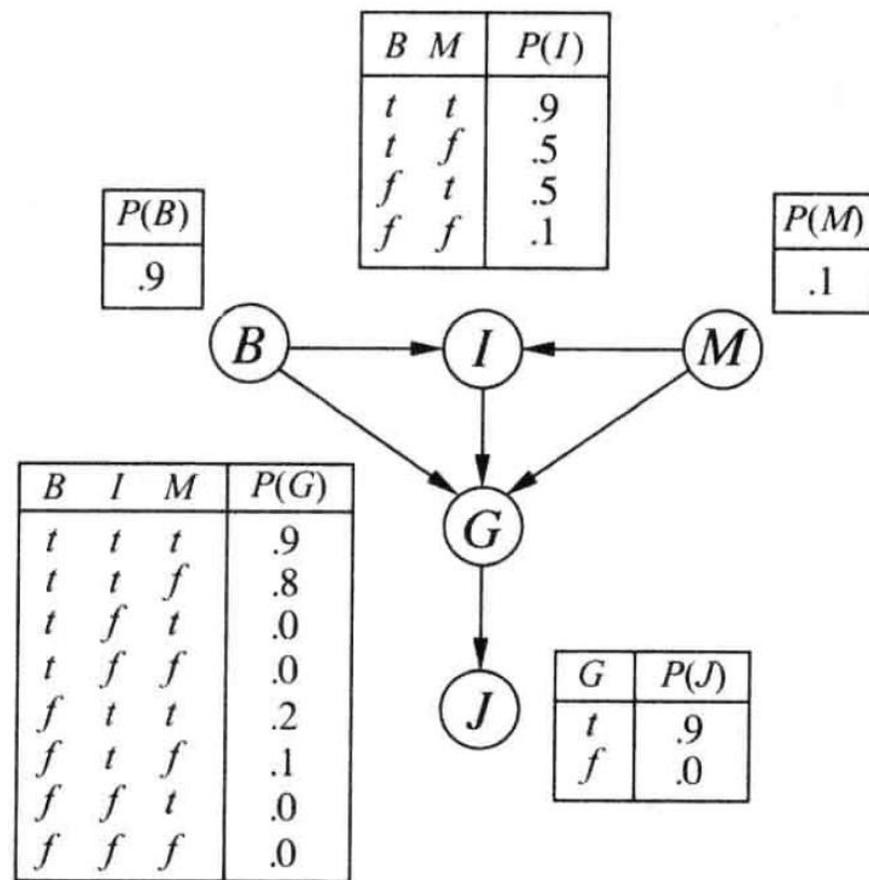


图3 一个具有布尔变量 $B=BrokeElectionLaw$, $I=Indicted$, $M=PoliticallyMotivatedProsecutor$, $G=FoundGuilty$, $J=Jailed$ 的简单贝叶斯网络

14.14 (续) 考虑图 3 中的贝叶斯网络

- d. 特定上下文独立性（第14.6.2节）允许一个变量在给定其他变量某些值是独立于它的某些父节点。除了图结构给定的通常的条件独立性以外，图 3 的贝叶斯网络中还存在什么样的特定上下文独立性？
- e. 假设我们想在网络中加入变量 $P = \text{Presidential Pardon}$ ；画出新网络，并简要解释你所加入的边。

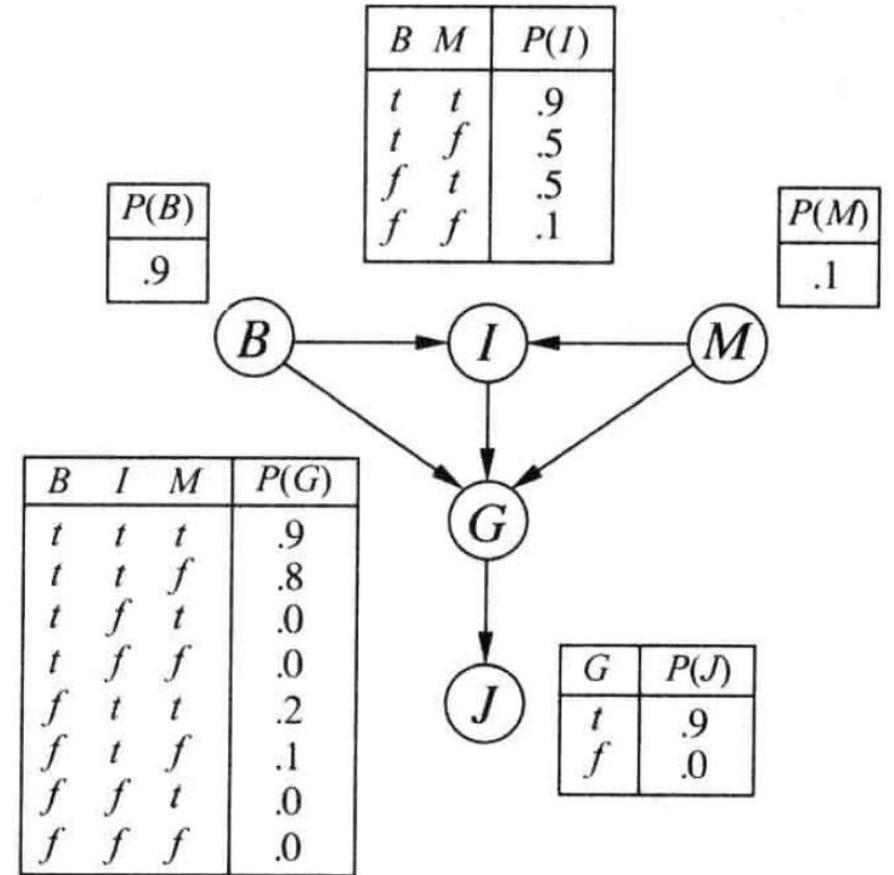


图3 一个具有布尔变量 $B = \text{Broke Election Law}$, $I = \text{Indicted}$, $M = \text{Politically Motivated Prosecutor}$, $G = \text{Found Guilty}$, $J = \text{Jailed}$ 的简单贝叶斯网络

14.15 考虑图 14.11 中的变量消元算法：

- a. 14.1 节对如下查询应用了变量消元算法

$$\mathbf{P}(\text{Burglary} \mid \text{JohnCalls} = \text{true}, \text{MaryCalls} = \text{true})$$

执行必要的计算，并检验计算结果的正确性。

- b. 统计所执行的算数运算的次数，将其与枚举算法所需的运算次数进行比较。
- c. 假设贝叶斯网络具有链式结构，即由一个布尔随机变量序列 $X_1 \dots X_n$ 构成，其中 $\text{Parents}(X_i) = \{X_{i-1}\}$, $i = 2, \dots, n$ 。请问使用枚举算法计算 $\mathbf{P}(X_1 \mid X_n = \text{true})$ 的复杂度是多少？使用变量消元算法呢？
- d. 证明对于任何与网络结构一致的变量排序，多形树结构网络上运行变量消元算法的复杂度与树的规模呈线性关系。

14.18 考虑图 14.12(a) 中的查询 $\mathbf{P}(\text{Rain} \mid \text{Sprinkler} = \text{true}, \text{WetGrass} = \text{true})$, 以及如何用Gibbs采样求解:

- a. 这个马尔可夫链一共有多少个状态?
- b. 计算转移矩阵 (transition matrix) \mathbf{Q} , 其中包含对于所有 y 和 y' 的 $q(y \rightarrow y')$.
- c. 转移矩阵的平方 \mathbf{Q}^2 表示什么?
- d. 当 $n \rightarrow \infty$ 时, \mathbf{Q}^n 表示什么?
- e. 假设 \mathbf{Q}^n 可用, 解释如何进行贝叶斯网络中的概率推理。这是一种进行推理的实用方法吗?