

9.4 对于下列每对原子语句，如果存在，请给出最一般合一置换：

a.  $P(A, B, B), P(x, y, z)$ 。

b.  $Q(y, G(A, B)), Q(G(x, x), y)$ ?

c.  $Older(Father(y), y), Older(Father(x), John)$

d.  $Knows(Father(y), y), Knows(x, x)$

## 9.9 假设有如下公理：

1.  $0 \leq 3$

2.  $7 \leq 9$

3.  $\forall x \ x \leq x$

4.  $\forall x \ x \leq x + 0$

5.  $\forall x \ x + 0 \leq x$

6.  $\forall x, y \ x + y \leq y + x$

7.  $\forall w, x, y, z \ w \leq y \wedge x \leq z \Rightarrow w + x \leq y + z$

8.  $\forall x, y, z \ x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z$

## 9.9 (续) 那么

- a. 使用反向链接证明语句  $7 \leq 3+9$ 。只给出相关步骤，不要无关步。  
(请保证只使用这里给出的公理，不要用其他的你熟知的数学知识。)
- b. 使用前向链接证明  $7 \leq 3+9$ 。同样，只需给出证明成功的相关步骤。

9.24 以下是两条用一阶逻辑语言表示的语句：

$$(A) \forall x \exists y (x \geq y)$$

$$(B) \exists y \forall x (x \geq y)$$

- a. 假设变量的值域是自然数 $0, 1, 2, \dots, \infty$ ，而且谓词  $\geq$  表示“大于等于”。在这一解释下，把 (A)，(B) 翻译为自然语言。
- b. 在这一解释下，(A) 是否为真？
- c. 在这一解释下，(B) 是否为真？
- d. (A) 是否逻辑蕴涵 (B)？
- e. (B) 是否逻辑蕴涵 (A)？

9.24 (续) 以下是两条用一阶逻辑语言表示的语句：

$$(A) \forall x \exists y (x \geq y)$$

$$(B) \exists y \forall x (x \geq y)$$

- f. 使用归结，证明由 (B) 可以推导出 (A)。即使你认为 (B) 并不逻辑蕴涵 (A) 也试着做；继续做下去直到证明中断或者你不能进行下去（如果它确实中断了）。写出每一个归结步骤的合一置换。如果证明失败了，请解释在哪里、如何和为什么中断的。
- g. 现在试着去证明 (A) 可推导出 (B)。