

Lec4: 作业题目

1 写一个产生多项分布随机数的程序, 参数为 n , $size$, $prob$, 其中 n 为要产生的多项分布随机数个数, 故程序返回一个 $n \times length(prob)$ 的矩阵, 每一行表示一个多项分布随机数. 并用此程序产生 1000 组样本, 检查估计的频率分布和理论分布是否拟合.

2 假设离散型随机变量 X 的分布律如下

x	0	1	2	3	4
p(x)	.1	.2	.2	.2	.3

使用逆变换方法产生 1000 的随机数. 比较经验频率分布和理论分布. 使用 R 函数 `sample` 重复以上问题.

3 Epanechnikov 核是一个对称的密度函数

$$f_e(x) = \frac{3}{4}(1 - x^2)I(|x| \leq 1)$$

从此分布中生成随机数的算法如下: 产生 $iid U_1, U_2, U_3 \sim U(-1, 1)$. 若 $|U_3| \geq |U_2|$ 且 $|U_3| \geq |U_1|$, 则返回 U_2 ; 否则返回 U_3 . 写一个函数实现如上算法, 并对大量的随机数建立直方图, 检查其与理论密度曲线的拟合程度.

4 假设一个非齐次 Poisson 过程 $N(t)$ 的均值函数为 $m(t) = t^2 + 2t$, $t \geq 0$. 确定此过程的强度函数 $\lambda(t)$, 并写一个程序模拟过程在 $[4, 5]$ 区间上的路径. 计算 $N(5) - N(4)$ 的概率分布, 并和通过重复模拟过程得到的经验分布函数相比较.