

Lec6: 作业题目

2009 年 10 月 12 日

1 写一个程序计算例9中的 t 检验在对立假设为 $H_1: \mu \neq 500$ 时的经验功效函数曲线, 显著性水平仍为 $\alpha = 0.05$. 将样本量分别为10,20,30,40和50这5种情况下的经验功效曲线用不同颜色和不同类型的线作在同一张图上, 并给出legend 说明各条曲线代表什么.

2 假设 X 为一个非负的随机变量, 且期望 $\mu = EX < \infty$, 对来自 X 的样本 x_1, \dots, x_n , Gini系数定义为

$$G = \frac{1}{2n^2\mu} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |x_i - x_j|.$$

Gini系数在经济学中被用来表示收入分配的不均衡. 注意到 G 可以使用次序统计量重新表示为

$$G = \frac{1}{n^2\mu} \sum_{i=1}^n (2i - n - 1)x_{(i)}.$$

若均值 μ 未知, 令 \hat{G} 表示用 \bar{x} 替换 G 中的 μ 后的统计量. 在 X 服从对数正态分布时, 试通过Monte Carlo模拟方法估计统计量 \hat{G} 的均值和中位数. 对 X 服从均匀分布和两点分布 $B(1, 0.1)$ 重复此过程. 另外, 在 X 服从对数正态分布且参数未知时, 对Gini系数 $\gamma = EG$ 建立渐近的%95置信区间(见下面的注释), 并使用Monte Carlo模拟方法评价此置信区间的经验覆盖率.

注: Hoeffding(1948)证明了在合适的条件下, $(\hat{G} - \gamma) / \sqrt{\text{Var}(\hat{G})} \rightarrow N(0, 1)$, 其中 $\text{Var}(\hat{G})$ 渐近等于 $\frac{1}{(2\bar{x})^2} [\text{var}(D) + \frac{d^2}{\bar{x}^2} \text{var}(\bar{X}) - \frac{2d}{\bar{x}} \text{cov}(D, \bar{X})]$, $D = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1}^n |X_i - X_j|$, $d = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i,j=1}^n |x_i - x_j|$ 为其观察值. $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, \bar{x} 为其观测值.