Lec9: 作业题目

2009 年 11 月 2 日

1 考虑二元密度

$$f(x,y) \propto \binom{n}{x} y^{x+a-1}(1-y)^{n-x+b-1}, \quad x=0,1,\ldots,n, 0 \le y \le 1.$$

显然对固定的a,b,n, 条件分布分别为二项分布$B(n,y)$和Beta分布$Beta(x+a,n-x+b)$. 使用Gibbs抽样产生一个目标分布为$f(x,y)$的链.

2 Bowmaker et al (1985) 分析了一些猴子的眼睛在一个显微光度计下峰灵敏性波长数据. 下面是一只猴子的数据:

```
  29.0   30.0   32.0   33.1   33.4   33.6   33.7   34.1   34.8   35.3
35.4   35.9   36.1   36.3   36.4   36.6   37.0   37.4   37.5   38.3
38.5   38.6   39.4   39.6   40.4   40.8   42.0   42.8   43.0   43.5
43.8   43.9   45.3   46.2   48.8   48.7   48.9   49.0   49.4   49.9
50.6   51.2   51.4   51.5   51.6   52.8   52.9   53.2
```

在分析中, 假设了每个观测都是从两个方差相同的正态分布中的某个抽取的样本, 即

$$y_i \sim N(\mu_{T_i}, \sigma^2), \quad T_i \sim Categorical(P)$$

Robert (1994)指出使用此混合分布拟合数据, 在MCMC迭代中的某步可能会导致所有数据进入到混合分布中的某个分布, 这种风险很难消除. 因此采用重新参数化:

$$\mu_2 = \mu_1 + \theta$$

此时, 参数$\mu_1, \theta, \tau = 1/\sqrt{\sigma^2}, P$都假设为无信息先验, 使用WinBUGS 对这些参数进行估计. 使用R的包**R2WinBUGS**和**coda**重复上述分析, 并使用Gelman-Rubin方法对链的收敛性进行诊断.