

---

## 习题

本次网上任务被抽中的同学有：周柏村、李京京、孙赛菲、韩冰岩、马浩翔、李振、周宇婧。请登录数据科学网对非参数统计课程的第六讲“非参数密度估计”下的直方图方法一节内容进行更新。提交方法点击相应栏目名称边的“编辑”，使用 $\text{\LaTeX}$ 输入数学符号和公式，可以参考其他课程内容“编辑”下的代码命令。

1. 模拟一组标准正态样本，绘制最优带宽下的直方图。取定最优带宽值，研究“原点”对直方图的影响，并绘制Averaged Shifted Histogram.
2. 假设总体为 $Exp(\lambda)$ ，其直方图估计为 $\hat{f}_h$ ，试
  - (1) 计算 $\hat{f}_h$ 的偏差，方差和AMISE.
  - (2) 求最小化AMISE的最优带宽 $h$ .
3. 假设密度 $f$ 为阶梯函数：

$$f(x) = \sum_{j=1}^m a_j I(x \in A_j), \quad A_j = [(j-1)h, jh)$$

证明以 $B_j = A_j$ 为分隔区间(bin)的直方图 $\hat{f}_h$ 是 $f$ 的最大似然估计.