
习题

本次网上任务被抽中的同学有：汪伯阳、谢飞月、周正清、周威廉、姜雪莹、宋清泉、徐凰、王有杰。请登录数据科学网对非参数统计课程的第三章的内容进行更新。提交方法点击相应栏目名称边的“编辑”，使用 \LaTeX 输入数学符号和公式，可以参考其他课程内容“编辑”下的代码命令。

完成作业后请发送到：nonpar.ustc@outlook.com，邮件标题格式：学号+姓名+第3次作业

1. 设 L 为一线性秩统计量，其回归常数为

$$c_i = \begin{cases} 0, & i = 1, \dots, n \\ 1, & i = n + 1, \dots, N \end{cases}$$

其中 $N = n + m$. 而得分函数为

$$a(i) = \begin{cases} \frac{i}{N+1} - \frac{1}{4}, & i \leq \frac{N+1}{4} \\ 0, & \frac{N+1}{4} < i < \frac{3(N+1)}{4} \\ \frac{i}{N+1} - \frac{3}{4}, & i \geq \frac{3(N+1)}{4}. \end{cases}$$

证明当秩向量 $R = (R_1, \dots, R_N)$ 在集合 $\{1, 2, \dots, N\}$ 的所有排列上均匀分布时， L 的分布关于它的均值对称，并求出其均值.

2. 说明回归常数

$$c_{ni} = (i - (n + 1)/2)^2, \quad i = 1, \dots, n$$

满足Noether 条件.

3. 找出得分函数

$$a_N(i) = (i - (N + 1)/2)^2, \quad i = 1, \dots, N$$

对应的得分函数 ϕ ，并说明它满足平方可积分值函数的要求，从而求出线性秩统计量

$$S_n = \sum_{j=m+1}^N \left(R_j - \frac{N+1}{2} \right)^2$$

的极限分布，其中秩向量 $R = (R_1, \dots, R_N)$ 在集合 $\{1, 2, \dots, N\}$ 的所有排列上均匀分布.

4. 假设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ ，总体 $Y \sim N(\theta, \sigma^2)$ ，其中 θ, σ^2 为未知参数。对假设检验问题 $H_0 : \theta = 0 \leftrightarrow H_1 : \theta > 0$ ，使用计算机从两个总体中分别生成100个随机数，试

- (1) 考察Wilcoxon秩和检验在 $\theta = 0.1, 0.5, 1, 1.5$ 时的拒绝率（重复随机数意义下）。
- (2) 对比两样本 t 检验方法，你能得出什么结论？