习题

本次网上任务被抽中的同学有：刘博、童志伟、徐建军、井乃民、谭无为、李金璞、陈哲辉、陈湄湄、路晓俐、王玥莹、张成竹。请登录数据科学网对非参数统计课程的第四讲“尺度参数的检验”和“多组数据的位置参数检验”部分的内容进行更新。提交方法点击相应栏目名称边的“编辑”，使用LaTeX输入数学符号和公式，可以参考其他课程内容“编辑”下的代码命令。

1. 两个工人加工的同一种零件(各10个)尺寸(单位:mm)为

   工人A: 18.0, 17.1, 16.4, 16.9, 16.9, 16.7, 16.7, 17.2, 17.5, 16.9

   工人B: 17.0, 16.9, 17.0, 16.9, 17.2, 17.1, 16.8, 17.1, 17.1, 16.2

   据此结果,能否说明两人的水平(加工精度)一致? 可否使用两样本正态参数检验方法?

2. 对A和B两块土壤有机物质含量的抽检结果如下, 考察两组数据的方差是否一致.

   A: 8.8, 8.2, 5.6, 4.9, 8.9, 4.2, 3.6, 7.1, 5.5, 8.6, 6.3, 3.9

   B: 13.0, 14.5, 16.5, 22.8, 20.7, 19.6, 18.4, 21.3, 24.2, 19.6, 11.7, 18.9, 14.6, 19.8, 14.5

   (1) 使用Mood检验和平方秩检验方法,检验是否存在差异.

   (2) 使用直方图及密度拟合曲线等说明(1)中两种方法的使用是否合理.

3. 假设$X_1,\ldots,X_n i.i.d \sim F(\frac{x-\theta}{\sigma_1})$, $Y_1,\ldots,Y_m i.i.d \sim F(\frac{y-\theta}{\sigma_2})$, 且分布函数$F$为连续函数, $\theta \in R, \sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0$为未知参数. 记Mood检验统计量为

$$M = \sum_{i=1}^{n}\left(R_i - \frac{n+m+1}{2}\right)^2$$

   其中R_i为X_i在合样本中的秩. 试证明

   (1) M为一线性秩统计量.

   (2) 在零假设$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$下, 当$n, m \to \infty$且$n/m \to$某个常数时候有

$$\frac{M - EM}{\sqrt{Var(M)}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

   并给出EM和$Var(M)$.