
习题

本次网上任务被抽中的同学有：陈懿、杨博宇、王超、金洪鹤、黄禹侨、樊彧、蔡标、李蕾蕾。请登录数据科学网对非参数统计课程的第五讲U统计量的内容进行更新。提交方法点击相应栏目名称边的“编辑”，使用 \LaTeX 输入数学符号和公式，可以参考其他课程内容“编辑”下的代码命令。

1. 设 X_1, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本，试对下列参数确定：(1) 参数可估的自由度(2) 对称核 $h(\cdot)$ (3) U 统计量(4) 并指明适应的分布族 \mathcal{F} 。这些参数为
 - (a) $P(|X| > 1)$.
 - (b) $P(X_1 + X_2 + X_3 > 0)$.
 - (c) $E(X - \mu)^3$, μ 为 X 的期望.
 - (d) $E(X_1 - X_2)^4$.
2. 设 X_1, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本，令 $p = P(X > 0)$ ，则对参数 $\theta = p(1 - p)$ ，求
 - (1) θ 的 U 统计量 U^* .
 - (2) $\text{Var}(U^*)$.
 - (3) U^* 的渐近方差.
3. 设 X_1, X_2, \dots, X_m 和 Y_1, \dots, Y_n 为分别来自连续分布 $F(x)$ 和 $G(y)$ 的相互独立的简单随机样本， $\theta = P(X_1 + X_2 < Y_1 + Y_2)$.
 - (1) 证明在 $H_0 : F = G$ 下， $\theta = 1/2$.
 - (2) 试求关于 θ 的 U 统计量.